

**Univerzitet »Svetozar Marković« u Kragujevcu  
Mašinski fakultet**

**UDK: 621(05)-861**

**YU ISSN 0351-2282**

# **ZBORNIK RADOVA MAŠINSKOG FAKULTETA**

**4/1990/2**

**Kragujevac**



UNIVERZITET „SVETOZAR MARKOVIĆ,  
MAŠINSKI FAKULTET U KRAGUJEVCU  
Sestre Janjića 6  
YU 34000 KRAGUJEVAC  
JUGOSLAVIJA

## 30 GODINA STUDIJA MAŠINSTVA

L. Petrović \*)  
D. Josifović \*\*)

UDK 515:518.5

### ODREDJIVANJE PRESEKA TELA I RAZVIJENIH POVRŠINA POMOĆU RAČUNARA

#### Rezime

U radu je dat prikaz odredjivanja preseka tela razvijenih površina dva cilindra pomoću računara. Najpre se navode matematički izrazi i model koji omogućavaju izradu programa na računaru, a zatim algoritam i program za automatsko crtanje na ploteru odgovarajućih grafičkih rešenja.

Na osnovu prikazanih rešenja očigledna je saglasnost rezultata dobijenih klasičnim načinom crtanja i automatski uz pomoć računara na ploteru.

### BESTIMMUNG VON DURCHDRINGUNGEN UND ABWICKLUNGEN DURCH RECHNERUNTERSTÜTZUNG

#### Zusammenfassung

In der Arbeit ist die Bestimmung und automatisches Zeichnen von Durchdringungslinien und Abwicklungen zweier Zylinder durch Rechnerunterstützung dargestellt worden. Zuerst sind die mathematische Ausdrücke und Modell, die Programmablaufplan, Programm der Ausrechnung der Koordinaten der Durchdringungslinien und Abwicklungskontur sowie die Plotterzeichnung ermöglichen, ausgeführt worden.

Auf dem Grund der dargestellten Lösungen ist es hinsichtlich die Gleichformigkeit zwischen übliches Zeichnensverfahren und automatisch erhaltenen Werte auf dem Plotter durch Rechnerunterstützung.

#### UVOD

Postupak grafičkog rešavanja problema odredjivanja preseka tela i njihovih razvijenih površina crtanjem predstavlja složen i dosta dug postupak. Posebno se kod odredjivanja malog broja tačaka preseka mogu javiti i netačnosti kod crtanja linije preseka i to posebno u zonama prevojnih tačaka krive i sličnim slučajevima, pa je bilo potrebno naći takav računski postupak koji bi i brže i tačnije definisao potrebne uslove za rešavanje zadatka. U tom cilju prišlo se matematičkom definisanju problema i izradi programa za automatsko odredjivanje koordinata tačaka preseka i razvijenih površina tela, kao i automatskom crtanjem na ploteru odredjenih rešenja.

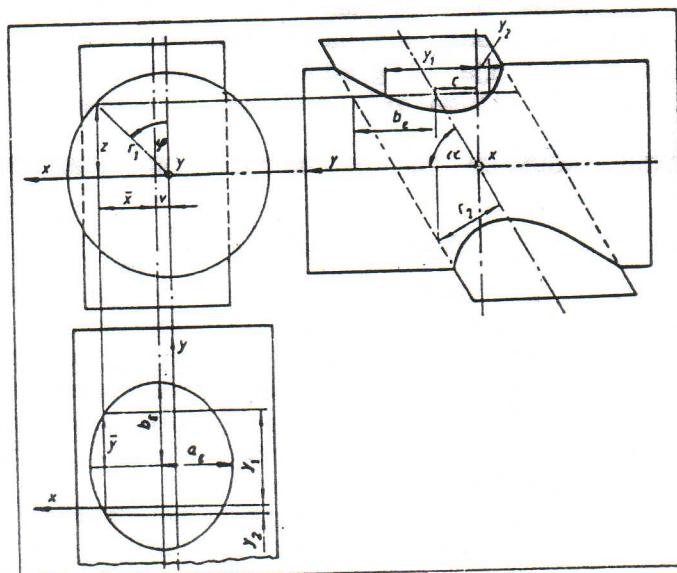
\*) Lozica Petrović, dipl. inž., asistent-pripravnik, MFK

\*\*) Dr Danica Josifović, docent, MFK

Za kompjutersko rešenje ovog problema u radu je dat model i razvijene su jednačine koje matematički definišu dati model. Usvojeni model omogućava pored proračuna vrednosti koordinata tačaka preseka i plana crtanja istih i izračunavanje koordinata neophodnih ugaonih i dužinskih ekstremnih vrednosti pojedinih tačaka. Na taj način omogućeno je automatsko rešavanje kompletног zadatka međusobnog preseka dva cilindra za sva tri slučaja: dodir, zador i prođor dva tela.

#### Teorijske postavke problema

Na sl. 1 dat je prođor dva cilindra u potrebnom broju projekcija, pri čemu je samo u trećoj projekciji data linija prođora. Cilindar, čija se površina razvija, označen je kao cilindar 1, a drugi kao cilindar 2.



Sl. 1. Prođor dva cilindra

Horizontalna projekcija na (sl. 1) prikazuje presek cilindra 2 horizontalnom ravni na visini  $z$ . Pri tome se visina  $z$  može odrediti iz sledeće jednačine:

$$z^2 = r_1^2 - x^2 \quad (1)$$

gde je  $r_1$  poluprečnik bazisa cilindra 1, a  $x$  odgovarajuća koordinata.

Za elipsu dobijenu u preseku, čije su poluose:  $a_\epsilon = r_2$  i  $b_\epsilon = r_2 / \sin\alpha$ , važi sledeća relacija:

$$\frac{x^2}{r_2^2} + \frac{y^2 \sin^2 \alpha}{r_2^2} = 1, \quad (2)$$

gde je:  $\alpha$  - ugao izmedju ose cilindra 2 i y-ose. Transformisanjem izraza (2) dobija se:

$$\bar{y} = \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{r_2^2 - \bar{x}^2} . \quad (3)$$

Na osnovu koordinate središta presečne elipse c (vidi sl. 1) dobija se:

$$c = \frac{z}{\tan\alpha} , \quad (4)$$

a takodje je:

$$\bar{x} = r_1 \sin\varphi - v , \quad (5)$$

gde je  $v$  rastojanje izmedju osa cilindara u pravcu x-ose, a  $\varphi$  pomoćni ugao izmedju ose cilindra 2 i radijusa  $r_1$ .

Pored toga važi i sledeća relacija:

$$y_{1,2} = c \pm \bar{y} , \quad (6)$$

pa na osnovu svega sledi da je:

$$y_{1,2} = \frac{\sqrt{r_1^2 - (r_1 \sin\varphi)^2}}{\tan\alpha} \pm \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{r_2^2 - (r_1 \sin\varphi - v)^2} . \quad (7)$$

Time se dobija opšta jednačina za proračun pojedinih koordinata tačaka prodora i razvijenih površina, a takodje je omogućen i grafički prikaz istih:

$$y_{1,2} = f(\varphi) = \frac{r_1 \cos\varphi}{\tan\alpha} \pm \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{r_2^2 - (r_1 \sin\varphi - v)^2} . \quad (8)$$

Opšta jednačina (8) omogućuje da se putem istog programa dobiju koordinate potrebne za grafički prikaz razvijenih površina bez obzira da li se radi o prodoru, dodiru ili zadoru dva cilindra.

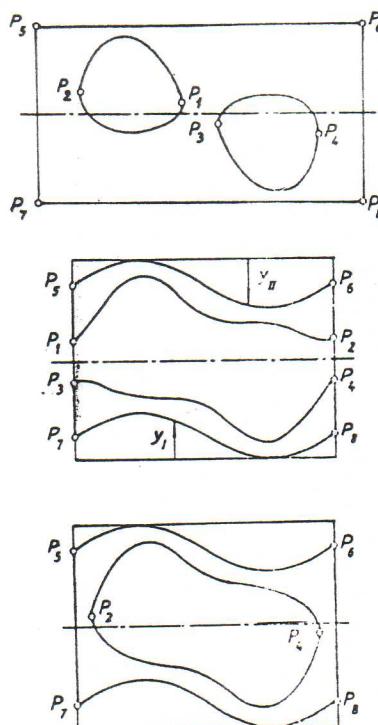
#### Program za automatsko određivanje koordinata

Za rešavanje problema razvijenih površina medjusobnog preseka dva cilindra postoje tri različite mogućnosti za dobijanje izgleda preseka, sl. 2. Pri postavljanju uslova ograničenja usvojeno je da je cilindar sa radijusom  $r_1$  cilindar čija se površina razvija. Za konturu krive date na sl. 2a (dve zatvorene krive) važe sledeći odnosi:  $r_1 > r_2$  i  $r_2 + |v| \leq r_1$ .

Za sl. 2b dat je prikaz razvijene površine pri sledećim odnosima:  $r_1 < r_2$  i  $r_1 + |v| \leq r_2$ , a na sl. 2c važi:  $r_1 > r_2$  i  $r_2 + |v| > r_1$ , kao i  $r_1 < r_2$  i  $r_1 + |v| > r_2$ . Iz algoritma programa prikazanog na sl. 3, vidi se da se za

slučaj  $r_1 > r_2$  i  $r_1 = r_2 + |v|$  dobija grafički prikaz na sl. 2a, stim što se tačke  $P_1$  i  $P_3$  poklapaju, dok se za slučaj  $r_1 < r_2$  i  $r_1 + |v| = r_2$  dobija grafički prikaz dat na sl. 2b sa poklopljenim tačkama  $P_1$  i  $P_3$  kao i  $P_2$  i  $P_4$ .

Za poseban slučaj, kada je  $r_1 = r_2$  važi crtež na sl. 2c, za  $v \neq 0$ , a pri  $v = 0$  dobija se dvodelna razvijena površina.



Sl. 2. Primeri različitih oblika razvijenih površina

Ovi kriterijumi izbora važe i kada je ugao preseka  $\alpha = 90^\circ$ . Krive su u tom slučaju simetrične u odnosu na x i y osu. Za korišćenje u računaru uvedeno je ograničenje za  $\alpha = 90^\circ$  pa su svi izrazi ( $1/\tan\alpha$ ) jednaki nuli.

Kod razvijenih površina na sl. 2b i sl. 2c postavljene su sinusne linije izmedju tačaka  $P_5$  i  $P_6$  kao i izmedju  $P_7$  i  $P_8$  u kosom preseku cilindra. U tom slučaju se kao ulazna veličina uvodi parametar S koji je pozitivan kada postoji kosi presek. Pri tome važe sledeći odnosi:

$$y_I = \frac{r_1 - r_1 \cos\varphi}{\tan\alpha} \quad (9)$$

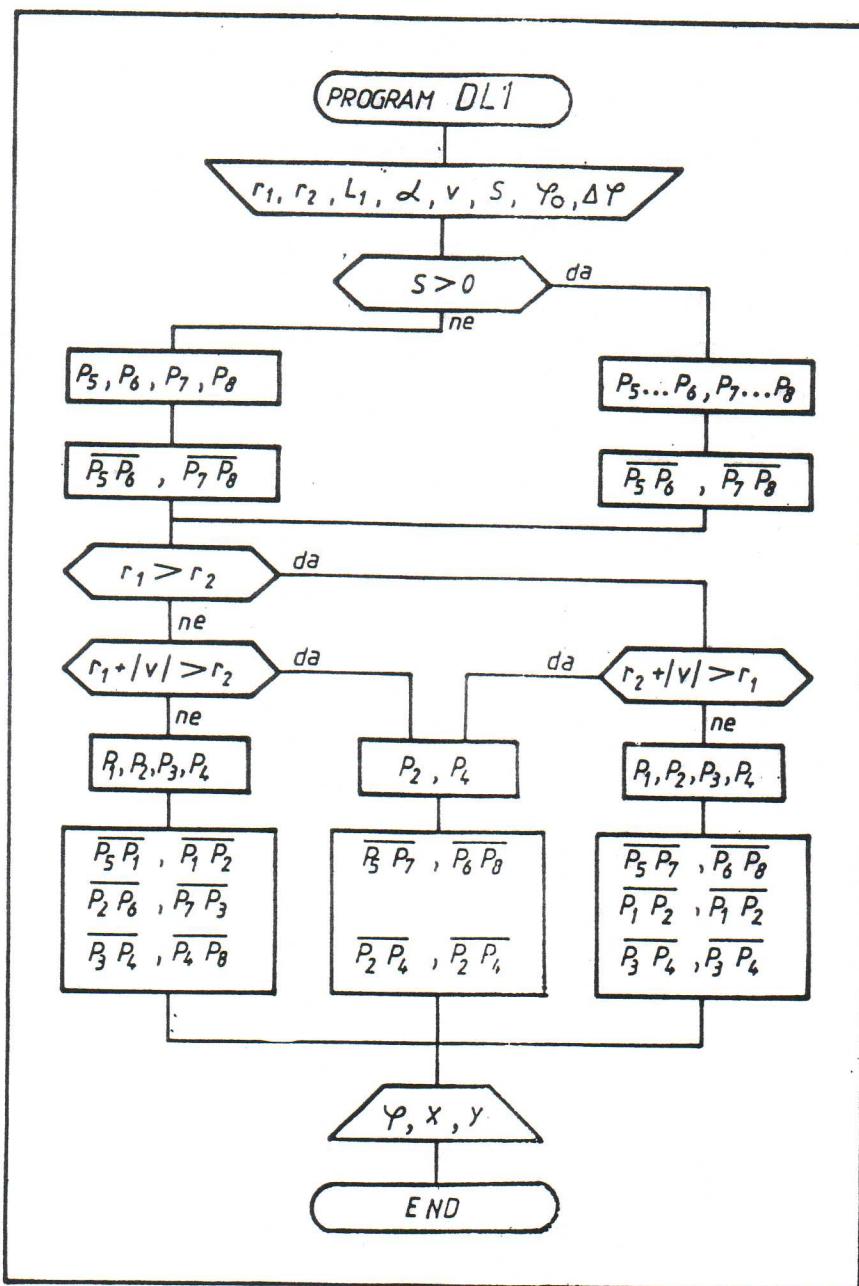
i

$$y_{\max} = \frac{2r_1}{\tan\alpha} \quad (10), \quad y_{II} = y_{\max} - y_I. \quad (11)$$

Za proračun ekstremnih vrednosti zatvorenih krivih u x pravcu važi opšti

izraz:

$$x_i = r_1 \varphi_i \quad (12), \quad i \quad y_i = f(\varphi_i) \quad (13)$$



Sl. 3. Algoritam korišćenog programa

Ugao  $\varphi_i$  dobija se iz izraza:

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{r_2 + v}{r_1} \quad (14)$$

$$\varphi_2 = -\arcsin \frac{r_2 - v}{r_1} \quad i \quad (15)$$

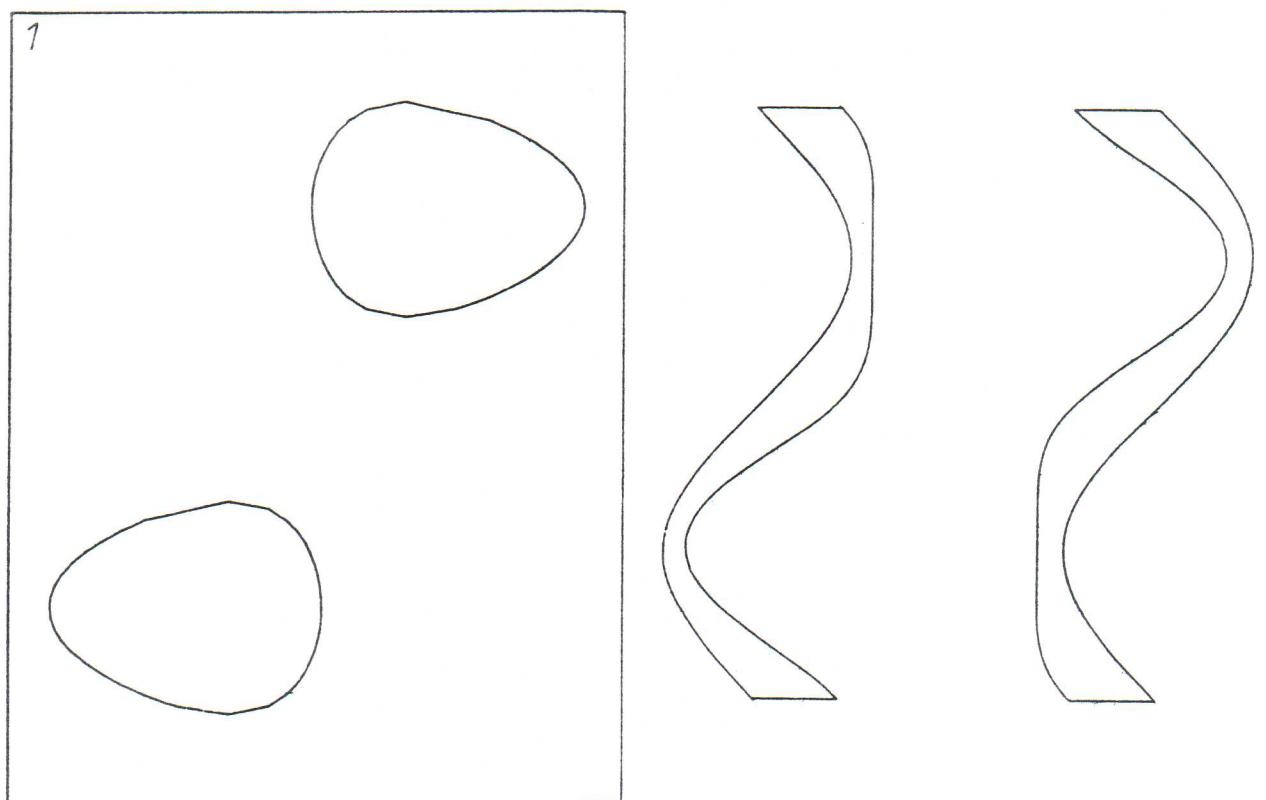
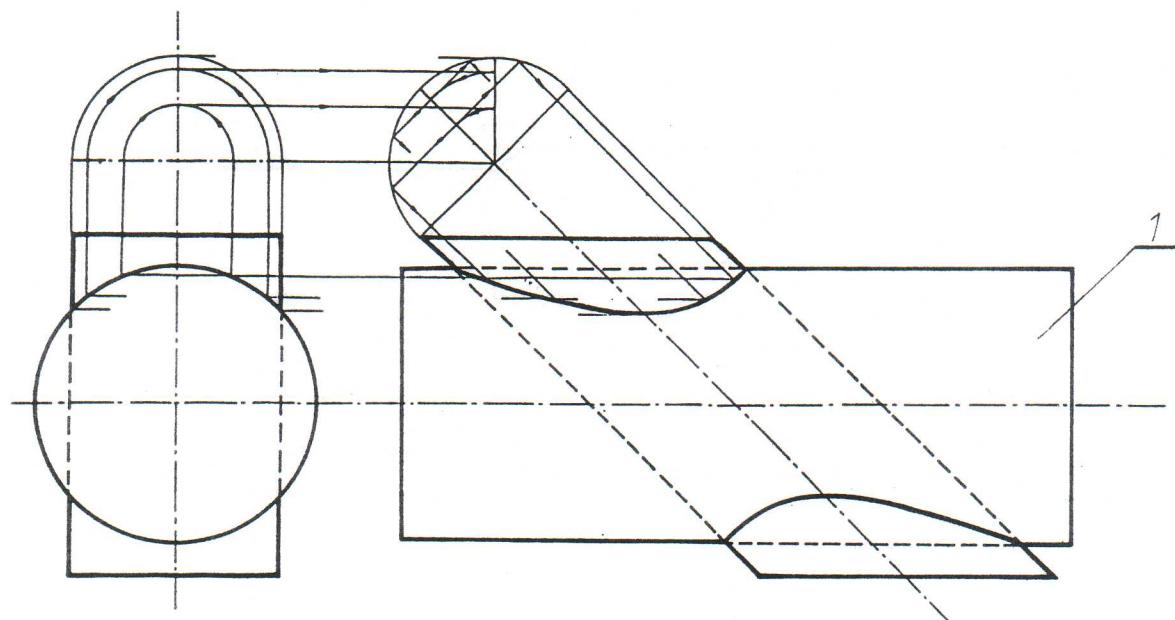
$$\varphi_3 = 180^\circ - \varphi_1 \quad (16), \quad \varphi_4 = 180^\circ - \varphi_2. \quad (17)$$

Zatvorene krive su označene u dva dela, od proračunate početne do krajnje tačke. Redosled u označavanju linija i krivih je utvrđen prema programu i prikazan na sl. 3.

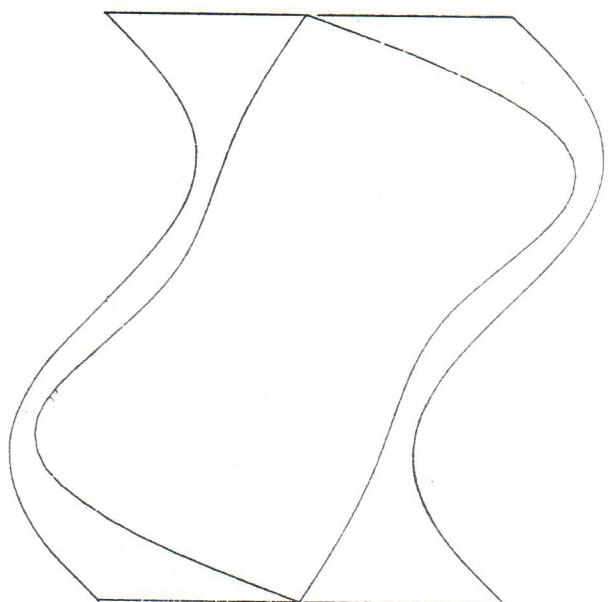
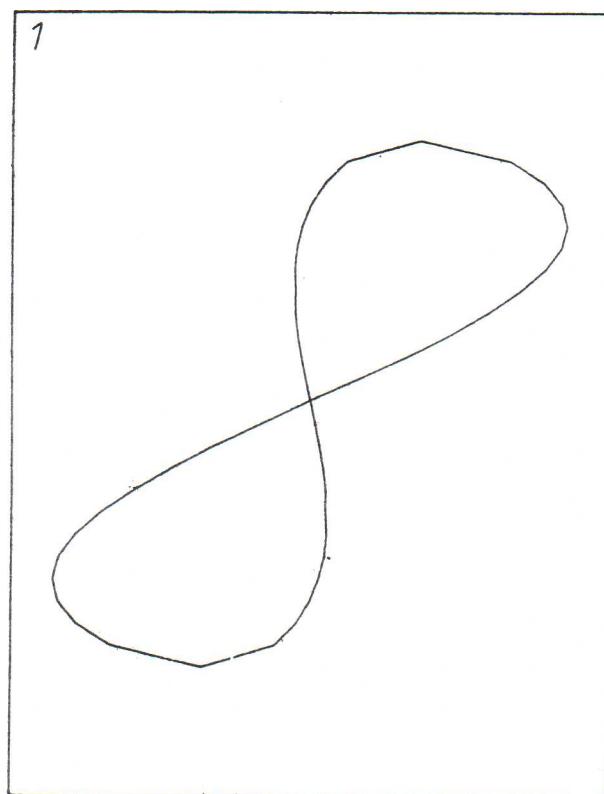
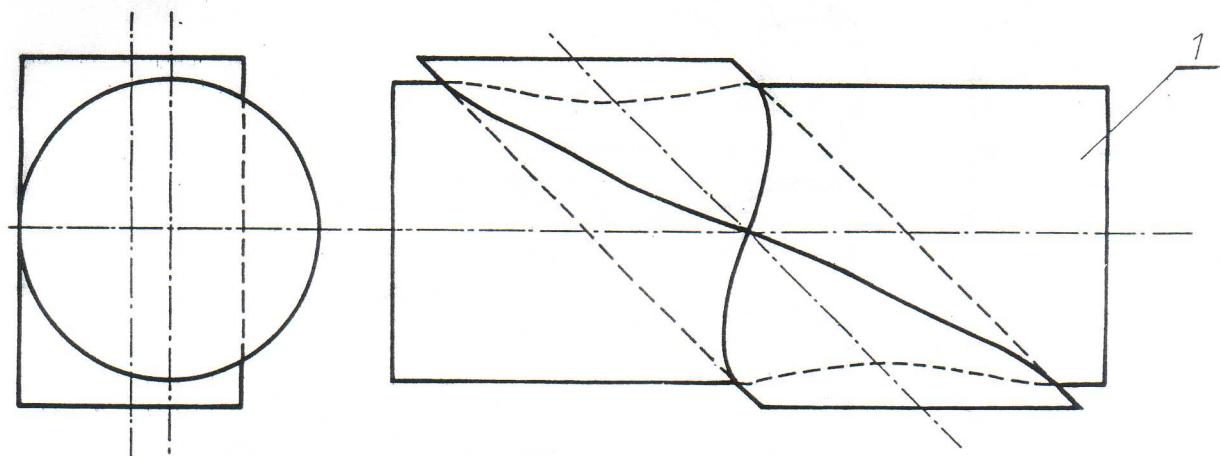
Koordinate  $x_i$  i  $y_i$  tačke proračunavaju se na određenom delu programa gde postoji linija izmedju njih.

Deo programa za izračunavanje koordinata preseka i razvijenih površina dat je u nastavku rada.

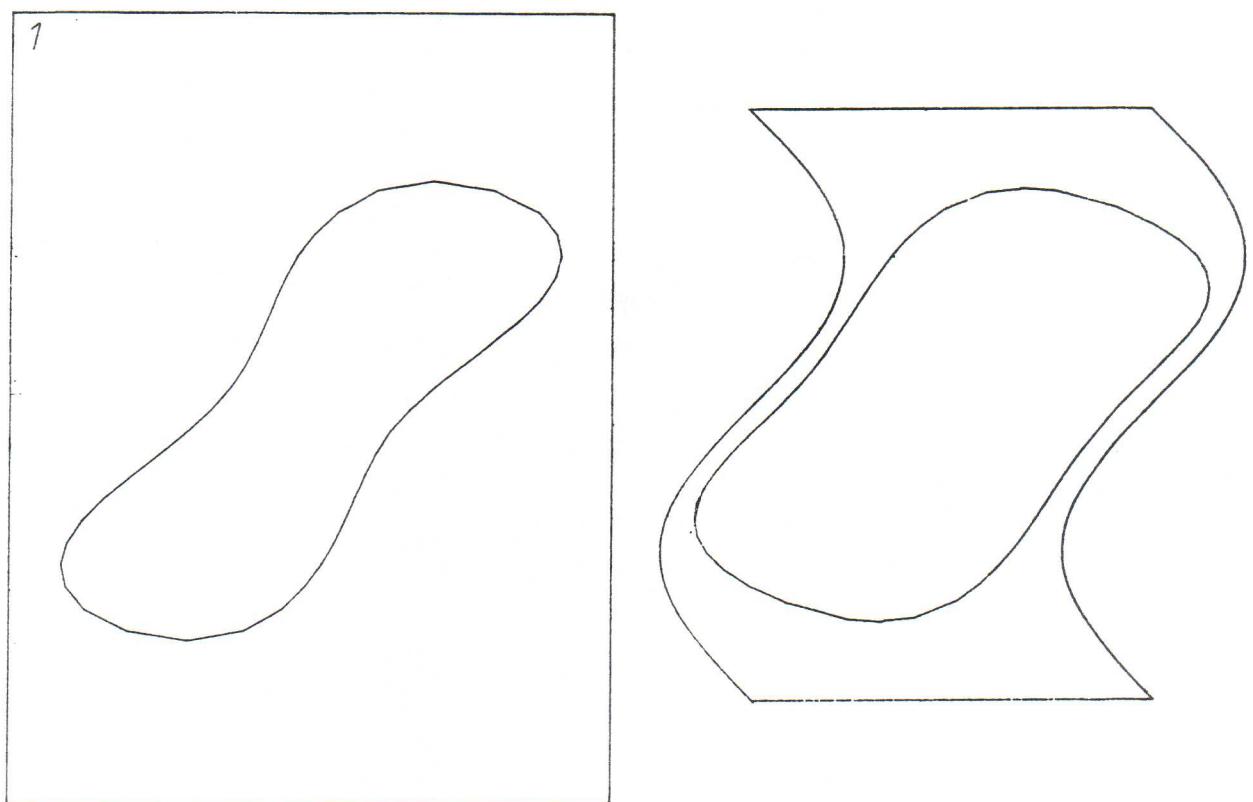
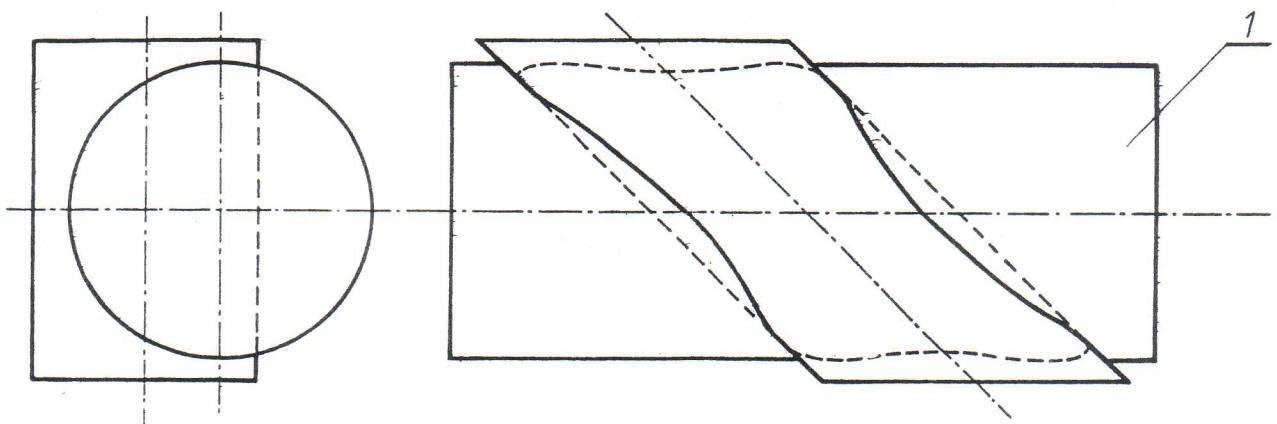
```
*****  
C ODREĐIVANJE SINUSNE LINIJE KOSOG PRESEKA CILINDRA  
YMAX=2.*R1*ABS(T)  
DO 50 I=1,N  
J=MF+(I-1)*KF  
F(I)=F1(FLOAT(J))  
Y1(I)=(R1-R1*COS(F(I)))*ABS(T)-L1/2.  
YII(I)=L1-YMAX+Y1(I)  
X(I)=R1*F(I)  
50 CONTINUE  
60 IF(R1.LE.R2) GO TO 140  
*****  
140 IF((R1+ABS(V)).GT.R2) GO TO 65  
150 WRITE(6,160)  
160 FORMAT("0 0",8X,"X",10X,"Y1",9X,"Y2",9X,"YI",9X,"YII"/)  
DO 210 I=1,N  
J=MF+(I-1)*KF  
F(I)=F1(FLOAT(J))  
X(I)=R1*F(I)  
Y(I)=R2*R2-(R1*SIN(F(I))-V)**2  
IF(Y(I).LT.0..AND.S.GT.0..) GO TO 170  
IF(Y(I).LT.0..AND.S.LE.0..) GO TO 190  
Y1(I)=R1*COS(F(I))*T+SQRT(Y(I))/SIN(F1(ALFA))  
Y2(I)=R1*COS(F(I))*T-SQRT(Y(I))/SIN(F1(ALFA))  
IF(S.LE.0..) GO TO 190  
170 WRITE(6,180) J,X(I),Y1(I),Y2(I),YI(I),YII(I)  
180 FORMAT(1H+,15,3X,5(F8.2,3X)/)  
GO TO 210  
190 WRITE(6,200) J,X(I),Y1(I),Y2(I)  
200 FORMAT(1H+,15,3X,3(F8.2,3X)/)  
210 CONTINUE  
END
```



Sl. 4. Presek dva cilindra i njihove razvijjene površine za slučaj prodora jednog cilindra kroz drugi



Sl. 5. Medjusobni presek dva cilindra i razvijljene površine istih za slučaj dodira



Sl. 6. Razvijene površine i projekcije međusobnog položaja oba cilindra u slučaju zadora

Za sve razvijene površine sličnih oblika krivih dobijaju se tačke na osnovu programa kao i slike razvijenih površina. Radi boljeg pregleda date su projekcije preseka tela i odgovarajućih razvijenih površina na slikama od sl. 4 do sl. 6, i to za sledeće uslove:

- cilindar sa  $r_1 > r_2$  počev od  $\varphi = -90^\circ$  i
- cilindar sa  $r_1 < r_2$  počev od  $\varphi = 90^\circ$ .

Osim toga, za sva tri slučaja (prodor, zador, dodir) korištene su konkretne vrednosti za proračun i crtanje na ploteru prikazanih slika preseka i razvijenih površina cilindara, i to: poluprečnici bazisa cilindara  $r_1 = 40$  mm i  $r_2 = 30$  mm; dužine cilindara  $L_1 = L_2 = 190$  mm. Ugao  $\alpha = 45^\circ$ , a  $v = 0$  kod prodora,  $v = 10$  mm za slučaj dodira i  $v = 20$  mm kod zadora dva cilindra. Ugao preseka i medjusobni položaj tela posmatraju se u relativnoj zavisnosti od razvijenog cilindra za sva tri razmatrana slučaja.

## ZAKLJUČAK

Navedeni postupak matematičkog modela i korišćenja računara za rešavanje složenih zadataka medjusobnih preseka dva cilindra pokazao je da se uvođenjem moderne računarske tehnike može postići racionalizacija u vremenu rada konstruktora i crtača i zнатне uštede u procesu konstruisanja.

## LITERATURA

1. Franz, G., Köhler, P.: Rechnerische Lösung von Abwicklungsproblemen. Maschinenbautechnik, Berlin 34 (1985) 1, s. 31/34.
2. Hermsdorf, H., Seyffarth, R.: Automatisches Zeichnen von Durchdringungen und Abwicklungen. Maschinenbautechnik, Berlin 35 (1986) 9, s. 405/409.
3. Dovedan, Z., Smilevski, M., Divjak, J.: FORTRAN 77 s tehnikama programiranja, Ljubljana, (1990).