

Ненад Р. Вуловић
Универзитет у Крагујевцу
Факултет педагошких наука у Јагодини
Катедра за дидактичко-методичке науке

Илијана Р. Чутура
Катедра за филолошке науке

Милан П. Миликић
Катедра за дидактичко-методичке науке

УДК 37.011.3-051:51
37.091.3::51
DOI 10.46793/Uzdanica18.II.289V
Оригинални научни рад
Примљен: 29. септембар 2021.
Прихваћен: 3. децембар 2021.

ОСПОСОБЉЕНОСТ БУДУЋИХ УЧИТЕЉА ЗА ПРОЦЕНУ ПРЕЦИЗНОСТИ ТЕКСТУАЛНИХ МАТЕМАТИЧКИХ ЗАДАТАКА¹

Апстракт: Предмет овог рада јесте утврђивање мере у којој су студенти, будући учитељи, у стању да уоче грешке и непрецизности у формулацијама текстуалних математичких задатака. Критеријуми на основу којих је вршена процена оспособљености будућих учитеља односили су се на: нереално задате вредности података у задацима, непотпуност услова задатака, непрецизно коришћење математичке терминологије и садржаја и језичку непрецизност формулација. Узорак је чинило 65 студената, будућих учитеља, који су сви одслушали основне курсеве математике и методике наставе математике. У погледу методологије, коришћени су квалитативни и стандардни квантитативни поступци анализе. Резултати упућују на то да будући учитељи нису у довољној мери припремљени и оспособљени да уоче критична места у текстуално задатим математичким проблемима. Недовољно пажње посвећују реалности задатих величина и постојању услова неопходних за решавање задатка. Не препознају проблеме који произлазе из недовољно доброг познавања математичке терминологије и непрецизности коју захтева језик математике. Резултати указују на то да је студенте, као будуће најдиректније учеснике у математичком описмењавању деце, неопходно боље оспособити за језичко обликовање математичких задатака.

Кључне речи: почетна настава математике, будући учитељи, текстуални математички задаци, научни функционални стил, језик математике.

¹Рад је настао као резултат истраживања у оквиру билатералног пројекта „Кризе, изазови и савремени образовни систем”, који реализују Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу (Србија) и Филозофски факултет Универзитета Црне Горе (Црна Гора) (2021–2023).

УВОД

Настава математике представља сложен процес на који утицај имају бројни фактори. У традиционалном смислу, под појмом наставе математике подразумева се првенствено усвајање процедуралних умећа, овладавање одређеним алгоритмима и вештинама решавања проблема исказаних математичким задацима. Традиционално оријентисана настава математике обилује механичким репродуковањем правила и дефиниција, таблица множења и дељења, и меморисањем бројних других чињеница (Гласновић Грацин 2008; Мишурац Зорица, Циндрић 2012). У овако фокусираној настави језички аспект дуго је био запостављен, да би у последњих двадесетак година интересовања истраживача била усмерена и на овај чинилац наставе и учења (Паткин 2011). На четвртном конгресу Европског друштва за истраживања у математичком образовању (*CERME4*) одржаном 2005. године по први пут формирана је радна група посвећена вези математике и језика, док чињеница да поменута радна група представља неизоставни део свих следећих конгреса ове организације само потврђује озбиљно интересовање истраживача математичког образовања за питање везе математике и језика (*CERME5* 2007, *CERME6* 2009, *CERME7* 2011, *CERME8* 2013, *CERME9* 2015, *CERME10* 2017, *CERME11* 2019).

Говорећи о односу језика и језика математике у настави математике, имамо у виду релације између оног начина изражавања и примања информација на који су ученици млађег основношколског узраста навикнути и којим су овладали с једне, и одлика уџбеничког подстила научног функционалног стила, с друге стране. Сама математика одређује се као студија мера, особина и релација количина и скупова, која за комуникацију користи бројеве и симболе (Ковачевић 2009). Језик наставе математике комплексан је сам по себи, с обзиром да се састоји из две компоненте: говорног и математичког језика (Курник 2006). Језик математике одликују језгровитост и прецизност. У математици не треба превише писати, али је истовремено неопходно довољно написати – једном речју, „у математици ваља написати оно што је нужно и довољно” (Кадум, Вранковић, Видовић 2007: 29). За разлику од живог природног језика, математички језик представља високоапстрактни језик са којим се ученици сусрећу искључиво у школи, и он има своје сопствене симболе и устаљене обрасце изражавања (Усискин 1996; Чутура, Вуловић 2016).

Међутим, на језичко обликовање математичких задатака, које у раду анализирамо, утиче значајан број фактора, те они умногоме одступају од неких лексичких и граматичких карактеристика научног функционалног стила. Тошовић (2002: 284–285) истиче да су изразите одлике научног стила висока заступљеност именских речи, минимална употреба прошлог времена, те употреба императива мање од 1%. На карактеристике нашег корпуса утичу

превасходно узраст ученика,² структура (модел) задатака и њихова изразита инструментивност.

Модел задатака, због природе захтева и самог њиховог циља, не показују велики број варијетета. Напротив, подразумевају конкретне примере који су најчешће исказани кроз стање одређене мере и њене промене (в. Чутура, Вуловић 2016), што одговара аутоматизацији као својству научног дискурса свих дисциплина. У задацима, дакле, преовладава модел који укључује конкретне актере, најчешће именоване властитим именом (А), особе или организоване јединице (Б)³ које мењају количину објеката (В) које актер (А) поседује после измене стања. То, дакле, значи да је однос именских и глаголских лексема битно различит од тог односа у научном стилу уопште, тј. да именске лексеме (означене позицијама А, Б и В) имају знатно већи удео. Осим тога, претеритална времена (пре свега перфекат као најопштији и стилски најнеутралнији) јављају се изузетно често.⁴ На крају, присуство императива такође се не може „пресликати” из карактеристика научног стила с обзиром на инструкције (*израчунај, поведуци, заокружи* и сл.) јер, што је узраст млађи, то је више потребно дати конкретан и недвосмислен налог.⁵

Уз све ове карактеристике којима се математички задаци за ниже разреде основне школе диференцирају од општих особина научног стила, постоје, наравно, и оне заједничке, којима и уџбенички стил за овај узраст мора да одговори: логичност, апстрактност, прецизност, нормативност и терминологичност (Тошовић 2002: 268). Изостанак полисемије и свођење синонима на што мању (терминолошки прихватљиву) меру су такође изузетно значајни јер је реч о узрасту у којем се тек почиње, сасвим имплицитно, усвајати свест о функционалностилском раслојавању.

Како су, дакле, ученици још увек на почетку разумевања дистинкције између језика науке, разговорног стила и књижевноуметничког стила и како је „меки” научни стил први „прозор” у *специјалне стилове*,⁶ „говорни” и

²О наративном, описном и *парадегматичком* дискурсу уџбеника за овај узраст в. Станојчић (2015: 71–74). Тошовић (2002: 267) назива научно-уџбенички подстил „мекшим” у зависности од узраста, истичући да се научност у уџбеницима „дозира према узрасту: једна се даје у приручницима за основну школу, друга за средњу, а трећа за факултет. Основни принцип научно-уџбеничког подстила је ’непознато објашњавати кроз познато’. Стога се често примењује индуктивни метод (иде се од конкретног ка апстрактном), посебно у уџбеницима за нижи узраст” (Исто: 267).

³Често: фабрика, школа, пошта и сл.

⁴Упор. уобичајени тип задатка: „Петар је имао пет јабука. Бака му је дала још два пута толико. Колико Петар сада има јабука?”

⁵Уз наведене карактеристике, постоје и оне које одликују академски подстил а не-пожељне су у уџбеницима за овај узраст: херметичност је сама по себи готово немогућа, а монолошко излагање не укључује ученика као актера у долажењу до сазнања и не ангажује га у афективном смислу.

⁶Специјални функционални стилови јесу они који се огледају у специфичним употребама стандардног језика, тј. у „оним његовим улогама када овај функционише као инструмент

„математички” језик у настави математике су неодвојиви. При томе, у настави математике комуникација се одвија и у усменом и у писаном медију. Премда већину времена у оквиру наставе математике ученици проводе решавајући проблеме (Демпси, О’Ши 2017), процес писања представља реверзибилну активност поступку решавања математичког проблема и подразумева употребу способности из различитих области. Бројне потешкоће приликом формулисања настају због чињенице да многи једноставни, ученицима познати појмови, у контексту математичког проблема попримају више или мање неочекивана значења (Кадум, Вранковић, Видовић 2007). Док су термини који денотирају употребу четири основне математичке операције (*сабирање, одузимање, множење и дељење*) већини познати, многе проблеме приликом разумевања захтева иницирају чињенице да поједине језичке конструкције у разговорном подстилу и прецизном језику математике имају различита значења (Скемп 1972).

Приликом формулисања математичког проблема треба поштовати начела логике и захтеве једнозначно постављати уз поштовање правописних, граматичких и лексичких правилности, односно не остављати простора за различита тумачења (Газдић-Алерић, Рогина 2019). Пример је експлицирање „праведног дељења”, где често преовладава непрецизност свакодневног говорног језика над прецизношћу језика математике (Мишурац Зорица, Циндрић 2012). Код формулисања проблема оваквог типа, врло често долази до изостанка експлицитног навођења да се скуп дели на једнакобројне дисјунктне подскупове. Анализирајући радове ученика који су на основу задатог израза формулисали текстуалне задатке, Чутура и Вуловић (2016) истичу да ученици у ретким случајевима наглашавају да се величина дата у дељенику дели на једнаке делове.

Вредности које се у текстуално задатим математичким проблемима јављају треба да ученицима приближе реалну вредност коју придајемо појединим стварима. Чест је случај да реалност величина које се јављају у задацима буде запостављена, што се може негативно одразити на васпитни аспект наставе. Газдић-Алерић и Рогина (2019) истражујући усклађеност текста уџбеника Математике за разредну наставу указују на бројне примере у којима су предметима свакодневне употребе дате нереалне вредности, или пак подаци коришћени у задацима не одговарају стварности.

Количина необичних, ученицима непознатих речи и двосмислених израза може отежати разумевање проблема и негативно се одразити на могућност његовог решавања (Дирволд, Бергквист, Остерхолм 2015; Шлагер, Каулверс, Бухтер 2017). При формулисању текстуалних математичких про-

интелектуализованих а, по тематици, релативно уопштених и апстрактних домена језичке употребе, као што су нпр. право, наука, новинарство, политика, администрација итд.” (Радовановић 1977: 58).

блема ваља избегавати употребу лексема које према себи имају хомонимне, хомографне и хомоформне „парњаке” јер то може довести до двосмислености и неразумевања (упор. Ковачевић 2009; Курник 2006).

Бројни су примери недоследности приликом састављања текстуално задатих математичких проблема. Стога је истраживање представљено у овом раду првенствено усмерено на задатке који подразумевају испитивање припремљености и обучености студената, будућих учитеља, да препознају критичне тачке у формулацији задатака. Како би били у стању да то учине, од њих се првенствено захтева да критички промишљају о вези између језика и математике, која не почива искључиво на настави већ се може пронаћи и у реалном свету и непосредном животном окружењу.

МЕТОДОЛОГИЈА ИСТРАЖИВАЊА

Предмет истраживања овог рада је формулација математичких задатака са којима се учитељи срећу у свакодневном раду. Циљ истраживања је утврђивање у којој мери су студенти завршне године факултета на којима се образују будући учитељи у стању да уоче грешке у поставкама математичких задатака. На основу постављеног циља дефинисани су истраживачки задаци којима треба утврдити у којој мери будући учитељи могу у поставкама задатака да уоче: нереално задате вредности података, непотпуност услова задатака, непрецизно коришћење математичке терминологије и садржаја и језичку непрецизност формулација. Основна хипотеза истраживања је да студенти нису у довољној мери оспособљени за уочавање грешака у формулацијама математичких задатака.

Истраживање је спроведено на почетку школске 2021/22. године. Узорак представља 65 будућих учитеља који су сви одслушали основне курсеве математике и методике математике.

Инструмент истраживања је био тест који је садржао 15 математичких задатака које студенти није требало да решавају, већ да уоче да ли је задатак у датом облику правилно постављен и да евентуалне грешке у формулацији запишу. Свих 15 задатака имало је непрецизности у својој формулацији. Временски период који су испитаници имали за рад је 60 минута.

Статистичка обрада података урађена је квалитативном и стандардном квантитативном анализом. Од статистичких мера и поступака коришћени су фреквенције и проценти.

РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА

Реалност задатих величина показала се као аспект математичког задатка на који испитаници не обраћају велику пажњу. Уочавање нереално задатих величина тестирано је на два задатка:

Задатак 1. Три кокошке за месец дана снесу 31248 јаја. Колико јаја у просеку снесе свака кокошка за месец дана?

Задатак 2. Дужине страница троугла су 2 cm, 3 cm и 5 cm. Израчунај обим овог троугла.

У аритметичком задатку нереално задата вредност односила се на укупан број јаја које су кокошке снеле, јер рачунањем просечних вредности параметара добијамо да једна кокошка за месец дана снесе преко 10.000 јаја, односно преко 300 јаја дневно. Параметри су одабрани тако да су већ у првом кораку уочљиве нелогичности у израчунатим вредностима. Овај недостатак поставке задатка тачно је уочило 29,23% испитаника, док је 30,77% испитаника одговорило да је задатак у потпуности примерен. Преостали испитаници уочавали су споредне грешке које се односе највећим делом на раздвајање класа у запису петоцифреног броја или су пак занемаривали реч просек у поставци и стављали примедбу да у задатку није речено да кокошке носе исти број јаја у неком временском интервалу, па да се не може одредити тражени податак.

Други, геометријски, задатак у коме су дати подаци нереално задати, односио се на израчунавање обима троугла задатих дужина страница и он је представљао значајно тежи захтев испитаницима у односу на претходни пример. Збир страница је било једноставно одредити али је само 9,23% испитаника уочило да троугао са датим дужинама страница не постоји јер странице не задовољавају основну неједнакост троугла (збир (разлика) дужина две странице је већи (мања) од дужине треће странице). Чак 80% испитаника је одговорило да је задатак у потпуности добро формулисан, док је 10,77% ставило примедбу да странице нису обележене ознакама (нпр. $a = 2$ cm, $b = 3$ cm, $c = 5$ cm), што је у конкретном примеру непотребно.

Да би се обезбедила потпуна дефинисаност једног математичког задатка неопходно је да поставка задатка садржи све неопходне елементе који то остварују. Недостатак једног од елемената најчешће или допушта скуп решења или онемогућава ученике да дођу до решења. Честа употреба лоше дефинисаних задатака може код ученика да изазове конфузију и несигурност у раду, али и да створи погрешно схватање третираног проблема или ситуације.

У групи задатака којима смо испитивали у којој мери испитаници уочавају непотпуност услова задатка који обезбеђују јединственост или дефинисаност проблема била су четири задатка.

Задатак 3. Марко је са 4 друга поделио 15 јабука. Колико јабука је добио свако од њих?

Задатак 4. У аутобусу је четрдесет троје људи. На станици је изашло 7 путника. Колико је путника било у аутобусу када је стигао на следећу станицу?

Задатак 5. Допиши следећа три члана низа: 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, ...

Задатак 6. Израчунај разлику бројева 11 – 4.

Трећи задатак односио се на рачунску операцију дељења и од испитаника се тражило да увиде да ли су обезбеђени сви неопходни услови за примену ове операције. Основни предуслов за примену рачунске операције дељења је постојање претпоставке једнакости поделе одређене количине. У задатку није наглашено да свако дете добија исти број јабука, па самим тим не постоји ни предуслов за употребу дељења у решавању. Потпуно коректно решење овако постављеног задатка подразумевало би навођење свих могућности расподеле датог броја јабука међу петоро деце. Само 12,31% испитаника је уочио грешку у задатку. Од преосталих испитаника, њих 47,69% је одговорило да је задатак добро формулисан. Чак 40% испитаника написало је као грешку број који представља делилац у дељењу, тј. превидели су да јабуке дели петоро деце (Марко и 4 друга), па су образлагали да број 15 не може да се подели бројем 4 без остатка и на тај начин показали неразумевање прочитаног.

Четврти задатак је у погледу услова имао две грешке које је испитаници требало да исправе како би задатак имао јединствено решење. Прва се односила на недоследност коришћења именица *људи* и *пућници*. Наиме, иако је на почетку задатка речено да је у аутобусу четрдесет троје људи, сви људи у аутобусу нису и путници (нпр. возач, кондуктер, контролор...), тако да је именица *пућници* у следеће две реченице неадекватна јер не знамо колико је људи који нису путници у аутобусу. Овај недостатак задатка уочило је 55,38% испитаника. Друга грешка у погледу услова односила се на непостојање податка о томе да ли је на станици где је изашло 7 путника неко ушао у аутобус или не. Непостојање овог податка заправо онемогућава одређивање решења у задатку. Овај недостатак уочио је само један испитаник, што може да укаже на веома ниско промишљање о реалности задате ситуације и схва-

тање поставке задатка као изолованог система који не мора да кореспондира са реалношћу.

Уочавање низова бројева и правила по којима су низови формирано може представљати проблем уколико запис низа не одсликава у потпуности правило надовезивања или правилност понављања његових чланова. Како би се уочило правило на основу кога се надовезују или понављају чланови низа, потребно је да се у њему понове барем две идентичне секвенце правила или чланова помоћу којих треба да се изведе одговарајући закључак. У задатом низу не могу да се уоче две секвенце понављања његових чланова па самим тим није ни могуће са прецизношћу рећи која су следећа три члана низа. Интуитивно може се наслутити да се дати низ састоји од узастопног понављања првих пет природних бројева, али, на основу датог, валидним можемо сматрати и нпр. следеће низове (1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3,) (1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3) (...) или (1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 1,) (1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 1,) (...). Међу испитаницима њих 6,15% уочило је овај недостатак у задатку. Чак 84,62% испитаника написало је да је низ коректно задат и да се једнозначно могу одредити следећа три члана низа, док је 9,23% испитаника сматрало да је задатак немогуће урадити јер на основу датог низ има само још два члана (4 и 5), након чега нема више елемената.

Шести задатак захтевао је од испитаника да уоче недостатак поставке у смислу непостојања једног од чланова рачунске операције одузимања у поставци задатка. Како је у задатку речено да је потребно израчунати разлику бројева, у наставку текста било је потребно записати два броја, а у самој поставци је дат један број записан у форми израза (11 – 4). Као могућа тачна запажања испитаници су могли да одговоре да или у задатку недостаје један члан рачунске операције одузимања или да не треба писати знак рачунске операције између бројева које одузимамо него везник *и*. Постојање недостатка у задатку регистровало је 67,69% испитаника. Међутим, нико од њих није регистровао грешку на први од описаних начина, већ су сви констатовали да, како је у задатку речено да је потребно израчунати разлику, није потребно писати знак минус између бројева 11 и 4. Преосталих 32,31% испитаника сматрало је да је задатак коректно задат.

Адекватно познавање терминологије и садржаја научне области предуслов су добре методичке оспособљености. Правилно разумевање и коришћење појмова у математици у првом циклусу обавезног образовања од кључне је важности за даље математичко образовање деце. Групом од три задатка испитивали смо у којој мери су испитаници, као будући најдиректнији учесници у математичком описмењавању деце, у стању да препознају појмовне грешке у поставкама задатака.

Задаћа 7. Марко је рекао: „Моја тежина је 34 кг.” Зоран је рекао: „Ја сам 3 кг лакши од Марка.” Лука је рекао: „Ја сам 7 кг тежи од Зорана.” Ко је тежи, Марко или Лука и за колико?

Задаћа 8. Дужине страна троугла су 7 цм, 6 цм и 9 цм. Израчунај обим овог троугла.

Задаћа 9. На површини правоугаоника дата је тачка А која је од две наспрамне странице удаљена 3 цм и 5 цм, а од друге две 7 цм и 2 цм. Израчунај површину тог правоугаоника.

Задаћа 10. (за 3. разред) Израчунај разлику ако је умањеник разлика бројева 437 и 59, а умањилац претходник броја 78.

Задаци су испитивали у којој мери испитаници мешају појмове тежина–маса, страна–страница и површина–површ, који су доста заступљени у настави математике, а чијим мешањем се нарушава принцип научне усмерености. Резултати показују да је степен учачавања појмовних грешака у директној сразмери са степеном њиховог коришћења како у настави математике, тако и у свакодневном животу.

Испитаници су најбоље учили неправилно коришћење појмова страна–страница, што је и очекивано, јер употреба овог појма код деце почиње још у предшколском образовању и протеже се током читавог математичког образовања, па се често користи и у настави. Иако се у више наврата и у основношколском и на факултетском нивоу образовања акценатује употреба појма *страница* код геометријских фигура, а *страна* код тела, тек 63,08% испитаника је уочило ову грешку док су остали сматрали да је осми задатак исправно постављен.

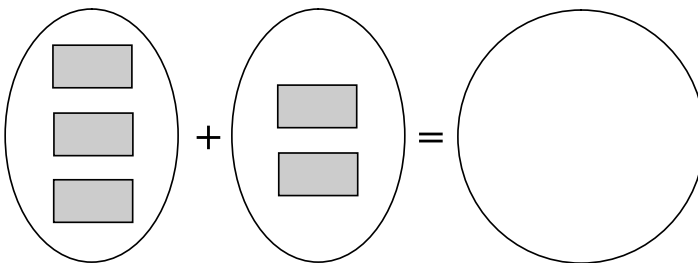
Само 26,15% испитаника уочило је у седмом задатку грешку у првој реченици где је појам *маса* замењен појмом *тежина*, који се у математици не користи. Иако се појам масе уводи у слично време кад и претходно разматрани појам, веома ниско учачавање грешке у овом задатку можемо повезати са честим неправилним мешањем појмова *маса* и *тежина* у употреби у свакодневном говору и употребом релација *тежико–лако* у математичком образовању од најранијег узраста. Међу испитаницима је 43,08% оних који су се изјаснили да је задатак коректно формулисан, док је њих 30,77% назначило да сматра да је у задатку само некоректно постављено питање. Не постоји сагласност у одговорима испитаника шта у питању није добро дефинисано, али већина њих наглашава да не треба у истој реченици да буду два питања или да је довољно да стоји само питање ко је од дечака најтежи. Сва запажања испитаника у овом делу или нису релевантна за сам задатак или мењају његов смисао и захтев ако се примене.

Појмови са којима се ученици најкасније сусрећу, у четвртном разреду, а између којих испитаници готово да не праве разлику су *површи* и *површина*. Док површ представља део равни, површина представља меру површи, дакле број колико пута се прихваћена јединица мере садржи у површи коју меримо. Због тога и формулација да се тачка налази на површини у потпуности није смислена. Ову грешку у деветом задатку увидео је само један испитаник, који је експлицитно и навео шта треба да се замени у задатку, док су још три испитаника увидела да је грешка у коришћењу појма *површина* у првој реченици и предложила да се она замени формулацијом „У унутрашњости правоугаоника...”, али нису користила појам *површи* у својој формулацији. Преосталих 93,85% испитаника није увидело никакав проблем у овом делу. Напоменимо да је њих 13,85% као грешку навело да се задатак са датим условима не може урадити јер се не могу одредити дужине страница правоугаоника, што није тачно.

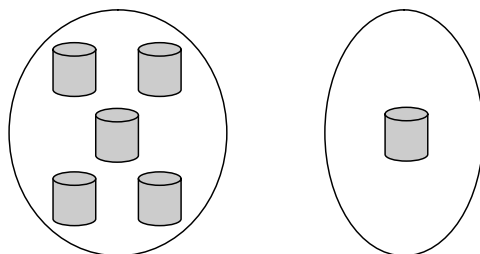
Са једнозначношћу термина *претходник* и *следбеник* ученици се сусрећу тек у четвртном разреду основне школе, када се под овим појмовима подразумевају бројеви који су за један мањи и већи од посматраног броја. До тог тренутка под овим појмовима се подразумевају сви бројеви који су мањи (претходе), односно већи (следе) од посматраног броја. Имајући на уму да је у десетом задатку наглашено да је за трећи разред основне школе, постављени задатак је немогуће урадити јер заправо није речено ништа о умањиоцу, изузев да је број мањи од 78. Овај недостатак уочило је само 13,85% испитаника.

Представљање скупова затвореном линијом у раду са ученицима јавља се још од предшколског нивоа и често је у употреби. Управо због тога одлучили смо се да испитаницима поставимо и два задатка поменутог садржаја којима смо проверавали у којој мери су у стању да научена општа математичка правила и законитости правилно користе у задацима почетне наставе математике.

Задатак 11. Доцртај потребан број елемената у скуп десно од знака једнакости.



Задаћа 12. Скуп лево има 5 елемената. Скуп десно има 1 елемент. Колико елемената треба доцртати у скуп десно да би они били једнакобројни?



Уочавање структуре природног броја и почетни облици сабирања бројева неретко су пропраћени примерима као у 11. задатку. Како су објекти којима се у задатку манипулише скупови, коришћење рачунских операција је недопустиво и погрешно. Сабирање скупова, у смислу рачунске операције, не постоји и потребно је избегавати овакав вид представљања, заправо, уније скупова. Неисправност сликовне представе уочило је 38,46% испитаника.

На драстичан случај садржинског непознавања појма једнакобројних скупова наишли смо у дванаестом задатку. Најпре у петом разреду основне школе, а затим и на сваком основном курсу математике на универзитетском нивоу, заступљени су основни садржаји о појму и особинама скупова. Тако се у више наврата понавља појам кардиналности скупа (број различитих елемената скупа) и особина да ма колико пута поновили у навођењу исти елемент у скупу приликом одређивања броја елемената тог скупа, тај елемент убрајамо само једанпут ($\{1, 1, 1, 1, 1\} = \{1\}$). Управо ова особина, коју испитаници не повезују и са графичким приказом скупа, резултирала је да нико од испитаника није увидео да први скуп нема пет елемената, већ 1 који је поновљен пет пута, па је и кардиналност првог скупа 1, а не 5, односно приказани скупови су већ једнакобројни. Присутна грешка у задатку би могла да буде превазиђена на више начина: уместо пет идентичних ваљака нацртати пет ваљака различитих димензија, различитим бојењем сваког нацртаног ваљка; заменом 4 ваљка другим различитим облицима и сл.

Поред терминолошке прецизности, у задатку је неопходна и језичка прецизност, како због правилног методичког усмерења, тако и због недвосмислености постављеног задатка. Лош утицај на језик формулисања поставке математичког задатка има свакодневна употреба термина које користимо у задацима. Језичку прецизност поставке математичких задатака испитивали смо посебно са три задатка. Поред постављених задатака испитаницима је дат и жељени поступак решавања задатака на који поставка мора да усмери решаваоца.

Задаћа 13. Умањеник је број 43. Умањилац је збир бројева 9 и 7. Колика је разлика?

Решење. $43 - (9 + 7) = 43 - 16 = 27$

Задаћа 14. Марко је радио домаћи 47 минута. Јован је радио домаћи 51 минут. Колико времена су они заједно радили домаћи?

Решење. $47 \text{ минута} + 51 \text{ минут} = 98 \text{ минута}$.

Задаћа 15. Марко је имао 27 кликера. Друг му је дао 12 кликера. Колико сада Марко има кликера?

Решење. $27 \text{ кликера} + 12 \text{ кликера} = 39 \text{ кликера}$.

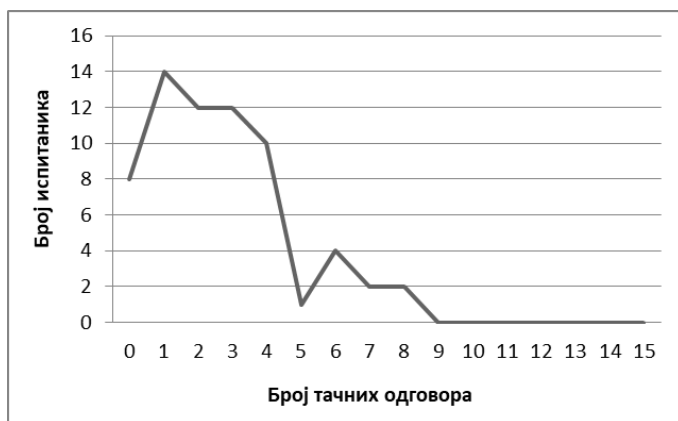
Тринаести задатак својом поставком јасно усмерава решаваоце у смеру одређивања вредности израза који се добија на основу текста задатка, међутим, питање колика је разлика не обезбеђује и да решавалац запише тај израз и да исправним методичким поступком стигне до његове вредности. Постављено питање, заправо, дозвољава одређени степен слободe да решавалац и без записивања поступка дође до решења, па је коректнија поставка „Постави израз и израчунај разлику”. Овај недостатак увидело је 30,77% испитаника.

Значење речи *заједно* у свакодневном животу је вишеструко: у заједници, један с другим, у друштву, гледано у укупности. Значење овог прилога у математичком задатку веома често може ученике погрешно навести да тражене варијабле одређују тражењем укупне вредности датих параметара. Тако, ако један радник окречи собу за један сат, а други за два сата, ако заједно крече посао ће бити урађен за мање од $1 + 2 = 3$ сата. У четрнаестом задатку, проблем је питање које заправо, на начин како је формулисано, тражи период времена у коме се радња упоредо одвија са два лица, а ни по једном параметру то не можемо одредити, тј. не знамо да ли су они уопште било који део домаћег задатка радили заједно или је свако радио домаћи засебно. Како решење задатка упућује да се тражи укупно време колико су и један и други радили домаћи, реч *заједно* потребно је заменити речју *укупно*. Овај недостатак је уочило 24,62% испитаника.

Проблем петнаестог задатка било је уочавање недоследности у времену извршења радње. Наиме, период времена између тренутка извршења радње и тренутка тражења одговора доводи нас до немогућности давања одговора јер не знамо да ли је у овом интервалу било промена стања система. Конкретно, како је Марко имао кликере и како му је друг дао кликере (оба прошла стања), а у питању се тражи колико има у садашњем тренутку, одговор је немогуће дати јер не знамо да ли је у међувремену Марко неке поклонио, изгубио или можда добио још кликера. Потребу за временским усклађивањем увидело је троје испитаника који су предложили уједначавање времена у свим реченицама.

Сагледавајући индивидуалне одговоре испитаника долазимо до податка да је просечан број коректно исправљених задатака 2,66 (од 15), што нам говори да су испитаници у просеку тачно исправили 17,73% постављених задатака. Највећи број тачно исправљених задатака је 8, и то код два испитаника. Дистрибуција броја тачно исправљених задатака дата је на Слици 1.

Слика 1. Дистрибуција тачних одговора испитаника



Забрињавајући је податак да 8 (12,31%) испитаника није уочио грешку у поставци нити једног задатка, њих 14 (21,54%) само у једном задатку, а по њих 12 (18,46%) је уочио грешке у поставци у два, односно три задатка.

Најмање уочених грешака испитаници су имали у задацима у којима је требало да уоче непотпуност услова задатка (5% уочених грешака), затим у задацима са нереално задатим величинама (19,23%), па у задацима који су третирали језичку прецизност поставки (20%). Највише уочених грешака испитаници су имали у задацима у којима је требало да уоче појмовне и садржинске грешке у поставкама задатака (24,62%).

ЗАКЉУЧАК

Постоји сагласност истраживача да је „оно што ученици уче у великој мери дефинисано задацима који им се дају” (Хиберт, Верн 1993). С тим у вези, формулација математичких проблема у великој мери утиче на степен успешности разумевања и решавања таквих задатака од стране ученика. Изузетна је одговорност учитеља да изврши адекватну селекцију задатака у складу са особеностима и когнитивним способностима ученика како би такви задаци имали развојни карактер за сваког ученика.

На основу претходно изнете анализе задатака можемо закључити да студенти, будући учитељи, нису у довољној мери оспособљени да у текстуално задатим задацима уоче критична места. Недовољно пажње испитаници су посветили уочавању вредности које се појављују у задацима, што нарочито долази до изражаја у задатку са геометријским садржајем. Већина испитаника своју пажњу концентрисала је на податак који је за конкретан задатак ирелевантан, док су услов да странице троугла задовољавају неједнакост троугла запоставили.

Другом групом задатака испитивали смо у којој мери испитаници уочавају непотпуност услова задатка, што је предуслов који је потребно испунити како би задатак имао јединствено решење. Поред тога што језик којим су написани математички задаци треба да се одликује прецизношћу, испитаници су у највећој мери сматрали да су понуђене формулације коректне, уз осврт на елементе који нису од пресудног значаја за решавање приказаног проблема. У задатку у којем је садржан проблем „праведног дељења” испитаници нису препознали да није експлицитно наведено да се скуп дели на једнакобројне дисјунктне подскупове што је примарни услов за примену рачунске операције дељења.

У задацима у којима свакодневни говорни језик преовладава над математичким, испитаници нису били у стању да препознају да двосмислени појмови и изрази могу довести до неразумевања јер не одређују појмове једнозначно. Такви, двосмислени појмови, могу утицати на ученике да не буду у стању да идентификују услов задатка, доведу у везу податке који су дати и као крајњи исход погрешно реше задатак.

Одговори испитаника указују да нису у довољној мери оспособљени ни да у задацима препознају проблеме термилошке природе. Будући да одређене језичке конструкције немају исто значење у говорном и математичком језику, за коректно формулисање математичких задатака потребно је добро познавање садржаја који произлази из саме области. С тим у вези, намеће се закључак да студенти, будући учитељи, не познају у довољној мери терминологију и садржај научне области, што са друге стране представља неизоставан услов њихове добре методичке оспособљености за реализацију наставе.

Генералним освртом на целокупне резултате добијене истраживањем можемо закључити да формулисање математичких проблема представља реверзибилан процес решавању задатака и као такав од учитеља захтева критично промишљање о садржају на који се задатак односи. Да би један такав задатак био коректан, мора да буде задовољен читав низ фактора, којима је заједничко да их све прожима веза језика и математике. Будући да је математички језик неодвојиви део говорног језика и обратно, од изузетне важности је посветити пажњу како усменом тако и писменом изражавању у свим школским и животним ситуацијама.

ЛИТЕРАТУРА

Газдић-Алерић, Рогина (2019): Tamara Gazdić-Alerić, Jelena Rogina, Usklađenost teksta matematičkih udžbenika i radnih bilježnica za razrednu nastavu s propisanim udžbeničkim standardima, *Zbornik radova sa znanstveno-naučnog skupa Učitelj – između tradicije i suvremenosti*, мај 24–25. 2019, Gospić, Hrvatska: Sveučilište u Zadru, Odjel za nastavničke studije u Gospiću.

Гласновић Грацин (2008): Dubravka Glasnović Gracin, Pismo izražavanje u nastavi matematike 1. deo, *Matematika i škola*, 9(43), 105–110.

Демпси, О’Ши (2017): Majella Dempsey, Ann O’Shea, Critical evaluation and design of mathematics tasks: Pre-service teachers, *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10)*, February 1–5, 2017, Dublin, Ireland.

Дирволд, Бергквист, Остерхолм (2015): Anneli Dyrvold, Ewa Bergqvist, Magnus Österholm, Uncommon vocabulary in mathematical tasks in relation to demand of reading ability and solution frequency, *Nordisk matematikdidaktik*, 20(1), 5–31.

Кадум, Вранковић, Видовић (2007): Vladimir Kadum, Kristina Vranković, Suzana Vidović, Nastavni sadržaji, jezik i vještine, te kognitivni razvoj učenika kao činitelji matematičkog odgajanja i obrazovanja, *Metodički obzori*, 2(1), 25–41.

Ковачевић (2009): Предраг Ковачевић, Комуникација и интеракција у настави математике, *Норма*, 17(2), 171–192.

Курник (2006): Zdravko Kurnik, Jezik u nastavi matematike, *Matematika i škola*, 7(33), 99–105.

Мишурац Зорица, Циндрић (2012): Ирена Мишурац Зорица, Маја Циндрић, Предности дискусије и когнитивног конфликта као методе рада у савременој настави математике, *Зборник Института за педагошка испитивања*, 44(1), 92–110.

Паткин (2011): Dorit Patkin, The interplay of language and mathematics, *Pythagoras*, 32(2).

Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME4), February 17–21, 2005, Sant Feliu de Guíxols, Spain: FUNDEMI IQS – Universitat Ramon Llull and ERME.

Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME5), February 22–26, 2007, Larnaca, Cyprus: University of Cyprus and ERME.

Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME6), January 28 – February 1, 2009, Lyon, France: Institut National de Recherche Pédagogique and ERME.

Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME7), February 9–13, 2011, Rzeszów, Poland: University of Rzeszów and ERME.

Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME8), February 6–10, 2013, Ankara, Turkey: Middle East Technical University and ERME.

Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9), February 4–8, 2015, Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10), February 1–5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11), February 6–10, 2019, Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Радовановић (1977): Милорад Радовановић, Декомпоновање предиката (на примерима из српскохрватског језика), *Јужнословенски филолоџ*, XXXIII, 53–80.

Скемп (1972): Ričard Skemp, *The psychology of learning mathematics*, London: Penguin Books.

Станојчић (2015): Славко Станојчић, *Теоријско-аналитички приступи уџбеничком дискурсу*, Крагујевац: Филолошко-уметнички факултет.

Тошовић (2002): Бранко Тошовић, *Функционални стилови*, Грац: Карл Франц универзитет.

Хиберт, Верн (1993): James Hiebert, Diana Wearne, Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic, *American Educational Research Journal*, 30(2), 393–425.

Чутура, Вуловић (2016): Илијана Чутура, Ненад Вуловић, Формулисање текстуалних задатака на основу математичких израза у четвртм разреду основне школе, *Зборник Института за педагошка истраживања*, 48(1), 106–126.

Шлагер, Каулверс, Бухтер (2017): Sabine Schlager, Jana Kaulvers, Andreas Büchter, Effects of linguistic variations of word problems on the achievement in high stakes test, *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10)*, February 1–5, 2017, Dublin, Ireland.

Nenad R. Vulović

University of Kragujevac

Faculty of Education in Jagodina

Department of Didactics and Methodology

Ilijana R. Čutura

Department of Philology

Milan P. Milikić

Department of Didactics and Methodology

ABILITY OF FUTURE CLASS TEACHERS TO ASSESS THE ACCURACY OF TEXTUAL MATHEMATICAL TASKS

Summary: The subject of this paper is to examine to what extent students, future class teachers, are able to determine errors and inaccuracies in the formulation of textual mathematical tasks. The competence of future class teachers on this matter was evaluated based on the criteria which referred to the following: unrealistically given values of data in the tasks, conditions of tasks that cannot be performed, imprecise use of mathematical

terminology and content, and linguistic inaccuracy in formulations. The sample consisted of 65 students, future teachers, all of whom attended basic courses in mathematics and methodology of teaching mathematics. The data were processed by using qualitative and standard quantitative analysis procedures. The results indicate that future class teachers are not sufficiently prepared and trained to identify errors in textually given mathematical problems. They do not pay enough attention to the realistic character of the given quantities and the existence of conditions necessary for solving the task. They do not recognize the problems due to the insufficient knowledge of mathematical terminology and the precision that the language of mathematics requires. The results indicate that students, as future most direct participants in forming children's mathematical literacy, need to be better trained for linguistically correct formulation of mathematical tasks.

Keywords: initial teaching of mathematics, future class teachers, textual mathematical tasks, scientific and functional style, language of mathematics.