Научни скуп
Наука и образовање – изазови и перспективе
Педагошки факултет у Ужицу
21. oktobar 2022.

ISBN 978-86-6191-072-2
DOI 10.46793/NOIP.231M
УДК 37.091.3::51
Оригинални научни чланак
стр. 231–244

Оливера Р. Марковић*
Универзитет у Крагујевцу, Педагошки факултет, Ужице
Миломир Ерић*
Универзитет у Крагујевцу, Педагошки факултет, Ужице

НЕКИ ПРОБЛЕМИ У ЛОГИЧКОМ ЗАКЉУЧИВАЊУ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ

Апстракт: У овом раду, кроз спроведено истраживање и анализу добијених резултата, бавили смо се проблемима и грешкама које ученици најчешће праве у логичком закључивању. Такође смо указали на узрочно-последичну везу између одређених логичких грешака, нпр. негација антецеденса и афирмација консеквенса, којих ученици најчешће нису свесни и тешкоћа у разумевању и решавању задатака из других области математике. Истраживање које је овде приказано спроведено је у периоду од више година. Занимало нас је да проверимо да ли скретање пажње ученицима на овај сегмент математичке логике може довести до побољшања у њиховом процесу закључивања. Резултати емпиријског истраживања су потврдили да упознавање ученика са логичким формама закључивања доноси позитиван трансфер и на друге области математике. Сматрамо, такође, да резултати овог истраживања могу помоћи наставницима математике да увиде значај математичке логике за наставу математике.

Кључне речи: *закључивање, модус поненс, модус толенс, грешка инверзије, грешка конверзије.*

УВОД

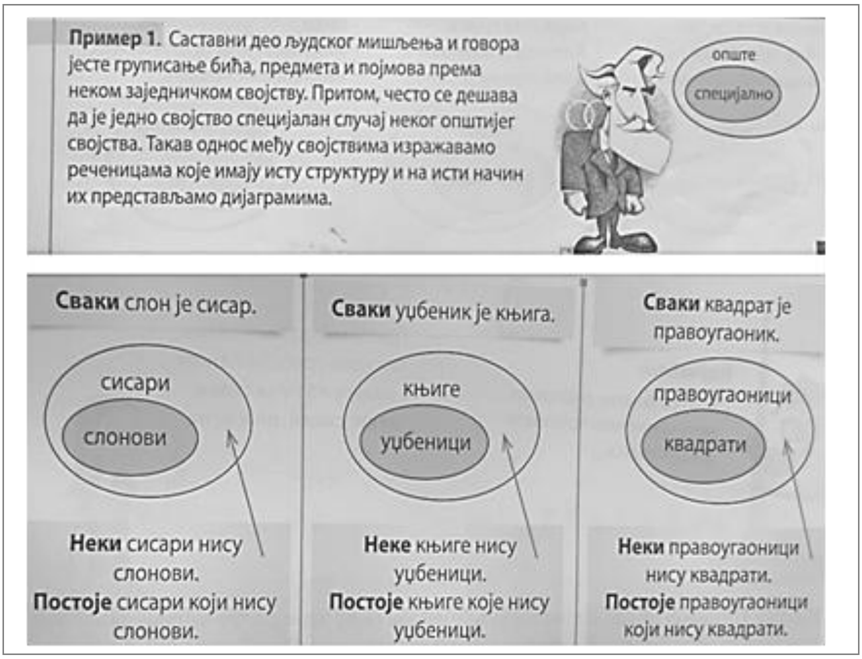
Дужи низ година (1993/94–2021/22), преко припремног курса математике за полагање пријемног испита на факултетима, имали смо прилику да пратимо како ученици савлађују различите математичке садржаје. Као једну од слабости увидели смо да полазници курса праве честе грешке у процесу закључивања и извођења доказа. Истовремено, пратећи релевантну литературу која се бави овим проблемом уверили смо се да тешкоће у закључивању немају само наши ученици, већ је то много шири проблем којим су се бавили многи истраживачи.

* markovic@pfu.kg.ac.rs
* eric@pfu.kg.ac.rs

Током протеклих неколико деценија многобројни аутори који се баве проблемима математичког образовања на факултетима, скренули су пажњу на потешкоће које студенти имају у процесу закључивања и извођења доказа. (Moore, 1990; Goetting, 1995; Harel & Sowder, 1998; Epp, 2003; Романо, 2015) Један од разлога настанка овог проблема је свођење на минимум садржаја из математичке логике у настави математике у многим европским земљама (Milbou et al., 2013). Посебне тешкоће уочене су код студената у коришћењу контрапозиције у процесу различитих доказивања, а посебно у области геометрије. Неки истраживачи дошли су до закључка да је један од разлога настанка овог проблема све чешће одсуство доказивања теорема у средњој школи и ослањање на примере преко којих се ученици уверавају да је реч о истинитој тврдњи (Goetting, 1995; Harel & Sowder, 1998). Чинећи то, наставници могу несвесно да пренесу утисак да су емпиријски докази довољни да се утврди истинитост математичких исказа (Hoyles, 1997). Хојлес (1997) истиче да неки од нових наставних планова и програма у британским школама, који су осмишљени да отклоне проблеме у математичком образовању из прошлости, могу заправо уверити ученике да је искуство у форми непотпуне индукције не само потребно, већ и довољно за утврђивање општих резултата. У данашње време када се инсистира на функционалном и употребљивом знању, гломазни математички, а посебно геометријски докази доживљавају се као непотребан терет. При том се заборавља да је један од главних циљева наставе геометрије од давнина био да помогне ученицима да овладају дедуктивним закључивањем као важним делом људске културе (Gonzalez & Herbst, 2006). Пре скоро 2.500 година, Платон је тврдио да је геометрија најбоља платформа за обуку дедуктивног закључивања, а учење дедуктивног расуђивања постало је саставни део формалног учења математике (Ayalon & Even, 2010). Хербст (2002), међутим, види и проширену улогу дедуктивног закључивања на друге домене, ван математике, и истиче вредност савладавања дедуктивног закључивања у средњошколском образовању. Зато можемо рећи да је проблем односа општих логичких принципа и тзв. функционалног знања сложенији него што нове концепције у образовању често покушавају да га прикажу. Искуство науке, како је говорио и Јан Лукашјевич, потврђује, за здраворазумско становиште парадоксалан закључак, да су научници данас склонији да у општости виде практичну вредност. Општи судови су ти који омогућавају предвиђање јер су примењиви на бесконачан број случајева (Ерић, 2011).

У нашим средњим школама ученици се званично са математичком логиком срећу у првом разреду, мада и у основној школи имају прилике да је неформално упознају. Тако у уџбенику за пети разред основне школе („Klett”, Икодиновић и

Димитријевић, 2018) као илустрацију употребе Венових дијаграма налазимо следећи задатак који индиректно пружа ученицима прва знања из логике:



Слика 1. Пример употребе појмова сваки, неки у уџбенику за 5. разред (Икодиновић и Димитријевић, 2018: 23)

Међутим, Марјановић увиђа слабости наставе математичке логике и истиче да „основи математичке логике су уведени у школске програме у облику који се налази у научним излагањима. У програмима у којима су се одржали, налазимо те основе како почињу истинитосним таблицама и словима која означавају исказе. Дају се задаци типа 'одредити истинитосну вредност од' (и ученици их лако решавају). Ова ситуација постаје проблематична када се слова која означавају исказе замене тврђењима која нешто значе. Тада се, на пример, обе импликације $1 > 2 \Rightarrow 3 < 4$ и $1 > 2 \Rightarrow 3 > 4$ прихватају као тачне, и тада та правила почињу да изгледају као да су произвољно бирана. Без јасне узрочно-последичне везе, оваква сложена тврђења нормално ђаци доживљавају као апсурдна, пре него као тачна" Марјановић (2005: 10).

Дакле, узроке проблема, између осталог, требало би тражити и у процедурално оријентисаном математичком образовању, односно инсистирању на специфичним алгоритамским поступцима и њиховом ефективном коришћењу (Кадијевић, 1995).

У овом раду, кроз спроведено истраживање и анализу добијених резултата, бавили смо се проблемима и грешкама које ученици најчешће праве у логичком закључивању. Испитивање смо ограничили на ученичко разумевање модус поненса, модус толенса, као и на грешке у закључивању које настају негацијом антецеденса и афирмацијом консеквенса.

КАТЕГОРИЧКО-ХИПТЕТЕТИЧКИ СИЛОГИЗМИ

Силогизам је једноставан дедуктивни закључак који се састоји од две премисе и конклузије, дакле тачно од три суда. Ако је прва премиса категорички, а друга хипотетички суд онда такав силогизам називамо категоричко-хипотетички силогизам. Хипотетичка премиса је суд облика „ако *p* онда *q*”, где се судови који је формирају називају антецеденс (p) и консеквенс (q). Два облика категоричко-хипотетичког силогизма су логички ваљана. То су *модус поненс* (modus ponens) и *модус толенс* (modus tollens). Исправност модус поненса и модус толенса следи из таутологија $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$, односно $((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$. Из *негације антецеденса* у модус поненсу (грешка инверзије) $((p \Rightarrow q) \wedge \neg p) \Rightarrow \neg q$ и *афирмације консевенса* у модус толенсу (грешка конверзије) $((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$ не следи исправан закључак.

Сва правила закључивања која се користе у исказној логици важе и у предикатској логици: универзални модус поненс $((\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge P(a)) \Rightarrow Q(a)$, за неко посебно *a*; универзални модус толенс $((\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \neg Q(a)) \Rightarrow \neg P(a)$ такође за неко посебно *a*.

И у предикатској логици имамо грешку инверзије у квантификованој форми: $((\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \neg P(a)) \Rightarrow \neg Q(a)$, као и грешка конверзије у квантификованој форми: $((\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge Q(a)) \Rightarrow P(a)$.

МЕТОДОЛОШКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЊА

На темељу поменутих истраживања, а подстакнути дугогодишњим искуством и жељом да помогнемо ученицима да отклоне слабости које се тичу логичког закључивања, одлучили смо да један део иницијалног теста, као и део завршног теста, који ученици решавају током поменутог курса, обогатимо задацима који се односе на извођење закључака из датих премиса. Занимало нас је да ли скретање посебне пажње ученицима на овај сегмент математичке логике може довести до побољшања у њиховом процесу закључивања.

Циљ нашег истраживања био је да утврдимо колико ученици завршног разреда средњих школа владају хипотетичко-категоричким силогизмима како у свакодневном закључивању тако и у процесу решавања математичких задатака.

Тај циљ смо реализовали кроз следеће задатке:

1. Испитивали смо колико ученици на почетку завршног разреда средњих школа Златиборског округа разумеју и колико су способни да примене категоричко-хипотетичке силогизме у процесу закључивања.

2. Испитивали смо у којој мери ученици после детаљнијег објашњења принципа логичког закључивања на „здраворазумским” проблемима остварују успешан трансфер на закључивање у математичким задацима.

3. Проверавали смо коју од логичких грешака (грешка инверзије, грешка конверзије, погрешна примена модус поненса, погрешна примена модус толенса) ученици најчешће праве.

Ово истраживање смо спроводили током четири школске године, од 2015/16. до 2018/19. У њему је учествовало 128 ученика завршних разреда четири средње школе у Ужицу и Пожеги (Економска школа 22, Техничка школа 27, Гимназија, Природно-математички смер 43, Гимназија, Друштвено-језички смер 36).

Заједничко свим учесницима у тестирању је:

– спремали су се за полагање пријемног испита из математике за упис на следеће факултете: Економски факултет, Машински факултет, Математички факултет, Факултет организационих наука и Електротехнички факултет;

– у трећем разреду средње школе имали су оцену 5 или 4 из математике.

Ученици на почетку, током и на крају курса припремних часова раде тестове знања. Иницијални тестови које ученици раде првог часа служе као верификатори тренутног знања из математике и логике и циљ им је да укажу на којим математичким садржајима су пропусти и слабости у ученичком знању. Завршни тестови проверавају припремљеност ученика за полагање пријемног испита.

У овом раду бавимо само анализом и упоређивањем резултата оних задатака у тестовима који се односе на правила закључивања код хипотетичко категоричких силогизама. На иницијалном тесту постоји 5 оваквих задатака од којих су четири са нематематичким исказима док пети задатак садржи математички исказ који је ученицима познат из основне школе. На завршном тесту, сви задаци у којима је реч о хипотетичко-категоричким силогизмима написани су математичким језиком и знатно су тежи од задатака са иницијалног теста.

Важно је напоменути да ниједан од тестова није био анониман, као и да овај курс математике ученици похађају добровољно и да су врло мотивисани да га што успешније савладају. Пилот верзију теста, са задацима који се односе на логичко закључивање, испитали смо претходно на узорку 42 матураната школске 2014/15. године као и на 56 студената прве године Учитељског факултета у Ужицу, школске 2014/15. године.

Добијени подаци обрађени су употребом статистичког софтверског пакета SPSS 20, квантитативни резултати исказани су статистичким мерама средње вредности и стандардне девијације, а разлике у резултатима иницијалног и завршног тестирања испитане су коришћењем *t* теста за зависне узорке.

РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

1. У истраживању смо се бавили питањем колико на неправилно извођење закључака утиче неразумевање хипотетичко-категоричких силогизама: *модус поненса* и *модус толенса*. Истраживали смо и колико ученици у процесу закључивања праве грешке *конверзије* и *инверзије*. Од ученика се очекивало да у сваком од задатака одговоре да ли се из наведених премиса у оквиру силогизма може или не може извести дата конклузија. Један од задатака у иницијалном тесту, нематематичког садржаја, гласио је:

Табела 1. Пример задатка са иницијалног теста

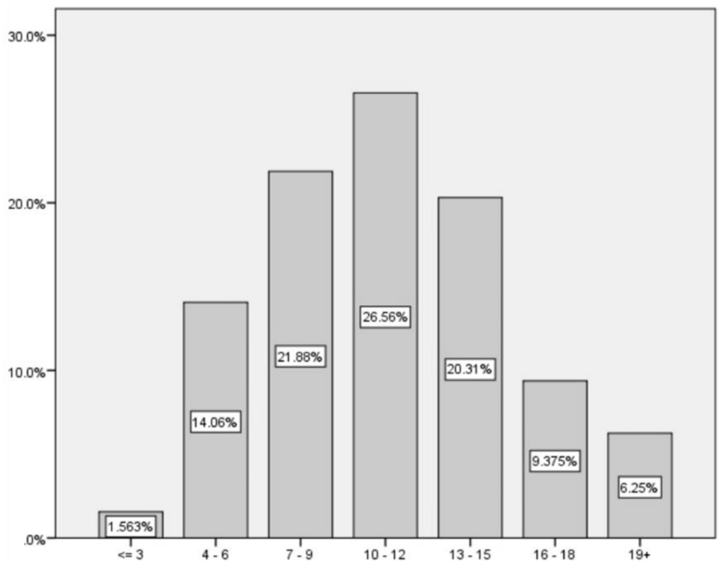
1. Премиса	Ако пада киша, понећу кишобран			
2. Премиса	Киша не пада	Нећу понети кишобран	Киша пада	Понећу кишобран
Конклузија	Нећу понети кишобран	Киша не пада	Понећу кишобран	Киша пада
Тачност закључивања	да не не знам	да не не знам	да не не знам	да не не знам

Дакле, требало је да ученици процене да ли се из прве две премисе може извести дата конклузија. Иако су поред понуђених одговора „да” и „не” испитаници имали могућност да заокруже „не знам” ниједан од њих се није определио за ту могућност. Из ученичких коментара после завршеног теста, сазнали смо да су им се питања учинила сувише једноставним и да зато није било разлога да неко не зна одговор. Потпуно иста ситуација је била и са другим тестом, па одговор „не знам” није ушао у даље анализирање. Табеларно су приказани резултати иницијалног теста:

Табела 2. Дистрибуција фреквенција резултата иницијалног теста

RI	***f***	***f* %**
19–21	8	6,25
16–18	12	9,38
13–15	26	20,31
10–12	34	26,56
7–9	28	21,88
4–6	18	14,06
1–3	2	1,56
***i* = 3**	**N = 128**	**100**

Дистрибуцију добијених резултата можемо приказати и графички:



Слика 2. Графички приказ дистрибуције добијених резултата са иницијалног теста

Средња вредност постигнутих резултата на иницијалном тестау је 12,03. Мера варијабилности коју смо посматрали је стандардна девијација која износи 4,200. Мере облика дистрибуције имају вредности 0,116 (скјунис) и – 0,710 (куртозис). На основу израчунатих вредности скјуниса и куртозиса закључујемо да је посматрана дистрибуција благо негативно асиметрична и платикуртична што нам говори да су појединачни резултати иницијалног теста највише распоређени око аритметичке средине, али и да ученици имају проблем у процесу закључивања и разумевања силогизама.

2. Други задатак нашег истраживања је био да испитамо у којој мери ученици којима је објашњен принцип логичког закључивања на „здраворазумским” проблемима остварују успешан трансфер на закључивање у математичким задацима. Због тога, конструисали смо други тест који су ученици радили 6 месеци касније. У завршном тесту, слично као у првом, било је 5 задатака с математичким садржајем која су се односила на процес закључивања, које су ученици после одслушаног курса из математике са елементима логике, решавали. Један од задатака који проверава познавање хипотетичко-категоричких силогизама гласио је:

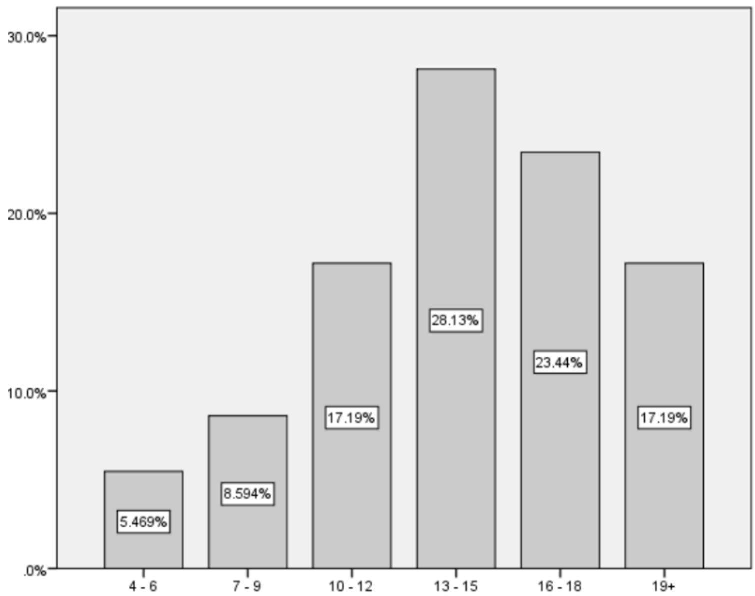
Табела 3. Пример задатка са завршног теста

1. Премиса	Ако за параметар a важи $a \in (-2,2)$ тада је неједначина $x^2+ax+4>0$ задовољена за свако x			
2. Премиса	Параметар a припада интервалу $(-2,2)$	Параметар a не припада интервалу $(-2,2)$	Неједначина $x^2+ax+4>0$ је задовољена за свако x	Неједначина $x^2+ax+4>0$ није задовољена за свако x
Конклузија	Неједначина $x^2+ax+4>0$ је задовољена за свако x	Неједначина $x^2+ax+4>0$ није задовољена за свако x	Параметар a припада интервалу $(-2,2)$	Параметар a не припада интервалу $(-2,2)$
Тачност закључивања	да не не знам	да не не знам	да не не знам	да не не знам

Приказаћемо резултате, као и графички приказ резултата завршног теста.

Табела 4. Дистрибуција фреквенција резултата завршног теста

RI	***f***	***f* %**
19–21	22	17,19
16–18	31	24,22
13–15	35	27,34
10–12	22	17,19
7–9	11	8,59
4–6	7	5,47
1–3	0	0,00
***i* = 3**	**N = 128**	**100**



Слика 3. Графички приказ дистрибуције добијених резултата са завршног теста

Средња вредност постигнутих резултата на завршном тесту је 13,21, стандардна девијација је 4,178. Мере облика дистрибуције имају вредности – 0,529 (скјунис) и – 0,483 (куртозис). На основу израчунатих вредности скјуниса и куртозиса закључујемо да је посматрана дистрибуција умерено позитивно асиметрична и платикуртична што нам говори да су појединачни резултати завршног теста нешто мало мање од иницијалног теста распоређени око аритметичке средине, али и да су ученици постигли боље резултате у односу на завршни тест.

Колико је то побољшање испитаћемо користећи *t* тест за зависне узорке. И поред тога што дистрибуције резултата два поменута теста нису нормалне (што смо утврдили помоћу тестова за стандардизовани скјунис и стандардизовани куртозис), због великог узорка (централна гранична теорема) резултате *t* теста у нашем случају можемо сматрати релевантним.

У овом случају занимало нас је да ли постоји статистичка значајност разлике између статистичких мера првог и другог теста. Оба наша тестирања изведена су на истој групи испитаника. Иницијално тестирање је изведено на нематематичким задацима (са изузетком једног). После шест месеци у оквиру којих је на појединим часовима ученицима указивано на процес закључивања и грешке које могу да настану испитаници су решавали други тест, овог пута с математичким задацима, али у којима је поред „чисто" математичких знања било поново потребно коришћење силогизама у процесу закључивања. Иако су задаци другог теста били тежи, наша очекивања су била, с обзиром на објашњења која су ученици добили између ових тестова, да ће резултати тестирања гледани кроз аритметичку средину освојених бодова, бити приближно исти као на првом тесту.

Добијени резултати t теста $\left(D_M = 1{,}180;\ r_{1/2} = 0{,}85;\ \sigma_{D_M} = 0{,}12;\ t = 9{,}814;\ p = 0{,}000001 \right)$ нам говоре да са сигурношћу већом од 99,9% можемо тврдити да у успешности решавања тестова постоји значајна разлика. У анкетирању ученика после урађеног завршног теста интересантно је да се многи од њих нису сетили повезаности наша два теста јер су у међувремену радили већи број других тестова а и између израде ова два теста прошло је неколико месеци. Међутим константним понављањем примера који се баве начинима закључивања и усмеравањем пажње ученика на могуће и честе логичке грешке при решавању различитих математичких проблема ученици су неприметно и, слободно можемо рећи, несвесно усвојили процес исправног закључивања.

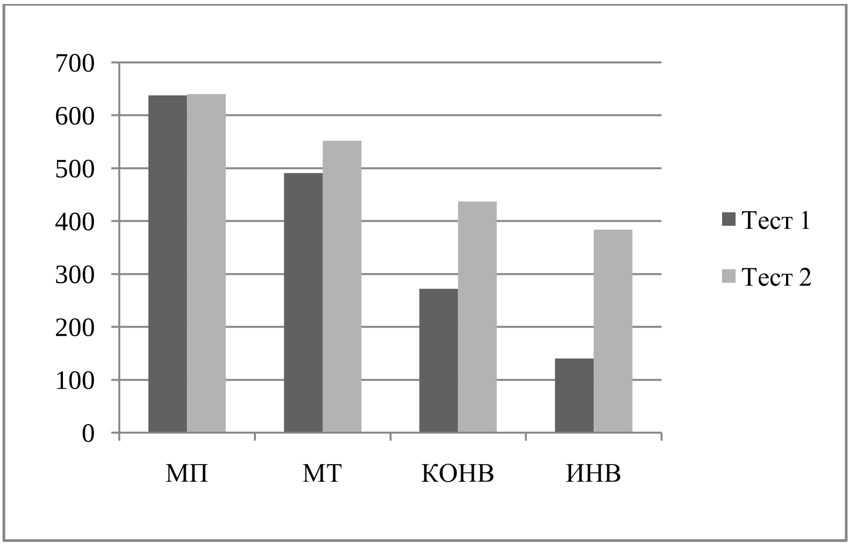
3.Трећи наш задатак био је да утврдимо коју од логичких грешака (грешка инверзије (негација антецеденса), грешка конверзије (афирмација консеквенса), погрешна примена модус поненса, погрешна примена модус толенса, ученици најчешће праве.

У сваком од тестова било је 20 питања распоређених у 5 задатака који су се односили на инверзију, конверзију, модус поненс и модус толенс. Како је 128 ученика радило оба теста укупан могући број поена по тесту за сваки силогизам био је 5 x 128 = 640.

У табели која следи дати су за оба теста освојени поени за сваки од силогизама као и проценти тачних задатака у односу на укупан број могућих поена – 640:

Табела 5. Освојени поени за сваки од силогизама

	први тест		други тест	
	Освојени поени	%	освојени поени	%
модус поненс	638	99,69	640	100,00
модус толенс	491	76,72	552	86,25
конверзија	272	42,50	437	68,28
инверзија	140	21,86	384	60,00



Слика 4. Графички приказ освојених поена

Оно што можемо уочити је да ученици највећи број грешака, пре свега конверзије и инверзије, али и модус толенса праве јер уместо импликације једноставно учитавају да је реч о еквиваленцији (киша и кишобран).

Само у примерима који су им искуствено блиски ученици праве мањи број грешака. На пример, у једном задатку прва премиса била је „Ако је неко фудбалер, он је спортиста”, друга премиса „Марко је спортиста”, а конклузија „Марко је фудбалер”. И поред тога што су у већини сличних задатака ученици овакав закључак проглашавали исправним, у овом примеру су добро резоновали и овакву аргументацију прогласили неисправном, схватајући да се Марко може бавити и неким другим спортом. Дакле, иако су ученици правили грешку конверзије у 42,50% сличних задатак овај задатак тачно је урађен, односно закључивање је проглашено неисправним, у 78,13% случајева.

Оно што треба приметити, када је реч о иницијалном тесту, је да су ученици радили сваки задатак не користећи искуство претходног и не уочавајући исте законитости (Нису очекивали да су то заправо исти задаци – коментар ученика). У завршном тесту, то је мање изражено.

Такође, очекивали смо да тест чији су задаци дати на природном језику буде ученицима знатно једноставнији и да га успешније решавају. Међутим, неочекивани резултат је последица чињенице да су задаци на нематематичком језику били део иницијалног теста кад ученици можда не очекују овакве задатке. Други разлог је да задатке који ученици доживљавају као математичке пажљивије и прецизније решавају и не ослањају се превише на свакодневно искуство.

Нешто мање од половине задатака на тесту је из исказне логике (40%), а 60% задатака припада предикатској логици. Из наших примера нисмо приметили да су испитаницима једноставнији били једни или други задаци тако да те податке нисмо прецизније статистички обрађивали.

ЗАКЉУЧАК

Упоређујући резултате нашег тестирања са резултатима претходних истраживања сусрели смо се са проблемима дедуктивног закључивања у наставном процесу. То и није толико неочекивани резултат имајући у виду да су и сами математичари имали проблем са овладавањем дедуктивним знањима. Чувен је Раселов коментар о његовим студијама на Кембрицу: „Они који су ме учили инфинитезималном калкулусу нису знали тачне доказе његових фундаменталних теорема и покушали су да ме наговоре да прихватим официјалне софизме као чин вере” (Кадијевић, 1995: 17).

Један од начина превазилажења разматраног проблема, по нашем мишљењу, био би мање формализован начин увођења математичке логике и веће повезивање ових садржаја са скуповима, односно повезивање логичких и скуповних операција уз често коришћење Ојлер-Венових дијаграма. Закључивање помоћу ових дијаграма умногоме олакшава суштинско разумевања многих логичких законитости и омогућава ученицима да сваку силогистичку дилему успешно разреше (Боричић, 2017).

Сматрамо да би поклањање веће пажње математичкој логици и логици као филозофској дисциплини у нашем образовном систему допринело не само већем успеху ученика у математици, већ и у другим наукама где важну улогу игра дедуктивно закључивање.

Напоменимо, на крају да су узорак истраживања чинили ученици четири генерације из четири средње школе Златиборског округа, што значи да је реч о пригодном узорку, па га не можемо у потпуности сматрати репрезентативним за целу Србију. Због тога су резултати овог истраживање у извесној мери ограничени, али и поред тога сматрамо да могу помоћи наставницима математике да увиде значај математичке логике за наставу математике.

Литература

Ayalon, M. & Even, R. (2010). Mathematics Educators' Views on the Role of Mathematics Learning in Developing Deductive Reasoning. *Journal of Science and Mathematics Education*, 1131–1154.

Боричић, Б. (2017.) Скуповна анализа Аристотелових силогизама. *Настава математике,* LXII(1), 22–25.

Epp, S. (2003). The Role of Logic in Teaching Proof. *American Mathematical Monthly*, 110, 886–899.

Ерић, М. (2011). Појам функционалног знања. *Зборник радова Ужице*, 119–126.

Gonzalez, G. & Herbst, P. (2006). Competing arguments for the geometry course: Why were American high school students supposed to study geometry in the 20th century?. *International Journal for the History of Mathematics Education,* 1(1), 7–33.

Herbst, P. (2002). Engaging students inproving: A double bind on the teacher. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(3), 176–203.

Goetting, M. (1995). *The College Student's Understanding of Mathematical Proof*, doctoral dissertation, The University of Maryland.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students` proof schemes: Results from exploratory studies. *Research in Collegiate Mathematics Education* III, 234–283.

Hoyles, C. (1997). The curricular shaping of students' approaches to proof. *For the Learning of Mathematics*, 17, 7–16.

Кадијевић, Ђ. (1995). Неки типови школског математичког знања и њихова повезаност. *Настава математике*, XL(3–4), 15–24.

Milbou, L., Deprez, J. & Laenens, R. (2013), A study on the reintroduction of logic in secondary schools, Intrnational conference *The future of education* 3th edition, Florence, Italy, 13–14 June 2013.

Moore, R. (1990). *College Students' Difficulties in Learning to Do Mathematical Proofs*, doctoral dissertation, The University of Georgia.

Марјановић, М. (2005). Дидактичка анализа – план за разматрање. *Настава математике* L(4), 5–12.

Романо, Д. (2015). Једно истраживање о студентским конструкцијама формуле са логичком импликацијом и њеном контрапозицијом. *Зборник радова учитељског факултета Лепосавић* 9, 217–224.

Olivera R. Marković
University of Kragujevac, Faculty of Education, Užice
Milomir Erić
University of Kragujevac, Faculty of Education, Užice

SOME LOGICAL DEDUCTION PROBLEMS IN TEACHING MATHEMATICS

Summary

Through the conducted research and the analysis of the obtained results, the present paper deals with the most common problems and errors students make in logical deduction. In addition, the paper draws attention to a cause-and-effect relationship between certain logical errors (e.g. denying the antecedent and affirming the consequent) which students are most commonly not aware of as well as to the difficulties in understanding and solving problems from other branches of mathematics. The research presented in this paper was conducted during a period of a few years. We were interested in finding out whether drawing students' attention to this segment of mathematical logic can lead to the improvement of their logical deduction. The results of our empirical research confirmed that introducing students to logical forms of deduction has a positive transfer on other branches of mathematics. We also argue that the results of the present research may help mathematics teachers understand the significance of mathematical logic for mathematics instruction.

Keywords: *deduction, modus ponens, modus tollens, inverse error, converse error.*