

MATEMATIČKA ANALIZA HIDROCILINDARA SA PRIGUŠENJEM NA KRAJU HODA

MATHEMATICAL ANALYSIS OF HYDRAULIC CYLINDERS WITH CUSHIONING

Gordić, D.¹, Čukić, N.², Jovičić, N.³, Šušteršić, V.³

REZIME

Usporavanje klipa hidrocilindra pri kraju hoda je veoma važan parametar pri izboru hidrocilindra u mnogim aplikacijama. Da bi se smanjio mehanički udar na kraju hoda klipa u primeni su često hidrocilindri sa kočenjem klipa, ili bolje reći sa prigušivanjem na kraju hoda. U radu su prikazane varijante konstruktivnih rešenja za ublažavanje udarnih pojava u hidrocilindru. Posebno su analizirani izrazi kojima se opisuju pomenuti procesi kod hidrocilindra sa cilindričnim produžetkom na čelu klipa, na osnovu kojih je formiran odgovarajući analitički model. Isti je kritički upoređen sa literaturno dostupnim modelom.

Ključne reči: hidraulika, hidrocilindri, prigušivanje na kraju hoda

SUMMARY

In many applications deceleration of a piston as it nears the end of its stroke is very important parameter for proper hydraulic cylinder selection. Cylinders with cushioning device are frequently used in order to reduce mechanical impact at the end of piston stroke. In this paper, few constructive solutions for hydraulic cylinder cushioning are presented. Equations for cylinder with straight spear were particularly examined and for this case appropriate mathematical model was derived and critically compared with literature available one.

Key words: hydraulics, hydraulic cylinders, cushioning

UVOD

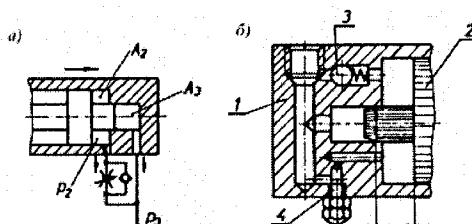
Usporavanjem klipa hidrocilindra pri kraju hoda, eliminuši se uzroci nastanka vibracija, buke i zamora materijala pri radu hidrocilindra. Ovo kontrolisano usporavanje je posledica prigušivanja stuje fluida pri izlazu iz cilindra, čime se povećava pritisak sa strane

¹ Dr Dušan Gordić, docent, Mašinski fakultet Kragujevac, Sestre Janjić 6, 34000 Kragujevac,
gordic@kg.ac.yu

² Nemanja Čukić, dipl. inž., Mašinski fakultet Kragujevac, Sestre Janjić 6, 34000 Kragujevac,
n_chukich@yahoo.com

³ Dr Nebojša Jovičić docent, Dr Vanja Šušteršić docent, Mašinski fakultet Kragujevac, Sestre Janjić 6,
 34000 Kragujevac

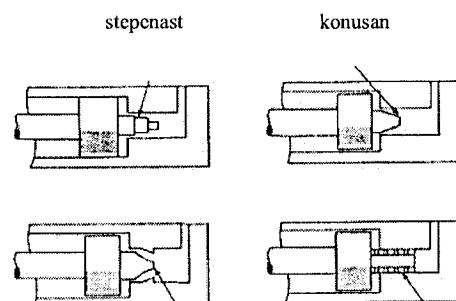
komore nižeg pritiska hidrocilindra i stvara se otporna sila koja usporava kretanje klipa cilindra.



Sl. 1. Prigušenje na kraju hoda cilindra (1)
Fig. 1. Hydraulic cylinder cushioning (1)

slobodno otije u rezervoar kroz priključni otvor (1), a iz zone klipnog prstena radna tečnost protiče kroz prigušnik (4). U ovoj zoni se stvara pritisak p_2 , koji se suprotstavlja kretanju klipa i postepeno ga zaustavlja. Na ovaj način se ostvaruje prigušno kočenje klipa do neke određene brzine, pri čemu brzina klipa u trenutku udara znatno manja od brzine koju bi klip imao da nema pomenutih elemenata.

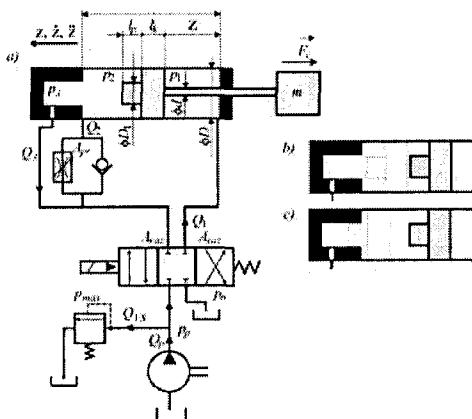
U zavisnosti od oblika čepa na vrhu klipa razlikovaće se i karakteri promene pritiska pri zaustavljanju p_2 . Pored prikazanog rešenja sa cilindričnim produžetkom, inženjerska praksa iznadrila je više različitih rešenja od kojih su najviše korišćena prikazana na slici 2 [2].



Slika 2 Varijante izrade čepa za prigušivanje
Figure 2 Different shapes of spear

HIDROCILINDAR SA CILINDRIČNIM PRODUŽETKOM NA ČELU KLIPA

Da bi se formirao model dinamike hidrocilindra dvostranog dejstva sa prigušenjem na kraju hoda (cilindrični produžetak), posmatra se šematski prikaz hidrauličnog sistema na slici 3-a. Hidrocilindar sa prigušenjem na kraju hoda, opterećen je ukupnom masom m , i spoljašnjom silom F_c , a napaja se radnom tečnošću iz pumpe koja daje protok Q_p . Vrednost maksimalnog pritiska na izlazu iz pumpe p_{max} ograničena je ventilom sigurnosti. Razvodnik 4/3 upravlja pokretanjem, zaustavljanjem i smerom kretanja klipa hidrocilindra. Da bi se ostvarilo prigušenje na kraju hoda klipa, pri njegovom kretanju u krajnji levi položaj, sa leve strane klipa postavljen je cilindrični produžetak dužine l_p ,



prečnika D_1 , koji na kraju hoda klipa ulazi u odgovarajući otvor na levom poklopcu hidrocilindra (slika 3-b). Na odvodnim priključcima leve komore hidrocilindra postavljen je prigušno-nepovratni ventil.

Ako se pretpostavi da zapreminski stepen iskorišćenja pumpe η_v [-] linearno zavisi od njenog radnog pritiska p_p [Pa], protok koji daje pumpa Q_p [m^3/s] može se prikazati sledećim izrazom:

$$Q_p = Q_{tp} \cdot \left[1 - \frac{p_p}{p_{max}} \cdot (1 - \eta_v) \right], \quad (1)$$

gde su: Q_{tp} [m^3/s] – teorijski protok pumpe, p_{max} [Pa] - maksimalni pritisak pumpe (pritisak otvaranja ventila sigurnosti). Protok koji se dovodi u desnu komoru hidrocilindra Q_1 jednak je protoku pumpe:

$$Q_1 = Q_p, \quad (2)$$

sve dok pritisak na ulazu u pumpu nije veći ili jednak pritisku otvaranja ventila sigurnosti, kada je:

$$Q_1 = Q_p - Q_{vs}, \quad (3)$$

Ako se zanemari dinamika zatvaračkog elementa ventila sigurnosti, iz razloga što ovi režimi nisu od presudnog značaja za analizu, a uz to i relativno kratko traju, za protok Q_{vs} se može približno pisati:

$$Q_{vs} = \sigma \cdot \left(\frac{p_p}{p_{max}} - 1 \right) \cdot \sqrt{p_p - p_o}, \quad (4)$$

gde su: σ [$m^3 \cdot s^{-1} \cdot Pa^{-1/2}$] - fiktivna hidraulička provodnost prigušnog otvora ventila sigurnosti, p_o [Pa] - pritisak okoline. Pre ulaska u desnu komoru, radna tečnost prolazi kroz razvodnik, pa se može pisati:

$$Q_1 = K_t \cdot A_{raz} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_p - p_1}, \quad (5)$$

gde su: K_t [-] - koeficijent protoka prigušnog otvora (za sve prigušne otvore, u analizi je uzeta vrednost Von Misesa $K_t=0,611$), ρ [kg/m^3] - gustina radne tečnosti, A_{raz} [m^2] - površina prigušnog otvora razvodnika, p_1 [Pa] - pritisak u desnoj komori hidrocilindra.

Primenjujući jednačinu kontinuiteta za slučaj nestacionarnog strujanja na desnu komoru hidrocilindra, može se pisati:

$$Q_1 = (A - a) \cdot \dot{z} + \frac{V_1}{\beta} \cdot \frac{dp_1}{dt} + K_{cur} \cdot (p_1 - p_2), \quad (6)$$

pri čemu su: $V_1 = (A - a) \cdot z$, $a = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$, $A = \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$ (7)

gde su: V_1 [m^3] - zapremina desne komore hidrocilindra, A [m^2] - površina klipa hidrocilindra, a [m^2] - površina poprečnog preseka klipnjače, \dot{z} [m/s] - brzina klipa hidrocilindra, z [m] - hod klipa hidrocilindra, β [Pa] - modul stišljivosti radne tečnosti, p_2 [Pa] - pritisak u levoj komori hidrocilindra, K_{cur} [$m^3/s \cdot Pa$] - koeficijent curenja iz klipne u klipnjačinu stranu hidrocilindra.

Klip hidrocilindra pod dejstvom pritiska radne tečnosti se pomera u levu stranu. Ako se sa z označi hod klipa hidrocilindra mogu se razlikovati tri radna režima:

1) Prvi režim se javlja kada je $z < l_{HC} - (l_p + l_k + \frac{D_1}{4})$. Ovaj režim predstavlja „ubičajeno“ uvlačenje klipnjače, kada je cilindrični produžetak relativno daleko od otvora na levom poklopcu hidrocilindra. U toku ove faze, p_2 je približno jednako p_3 , i $Q_3 \gg Q_2$. Jednačina kontinuiteta u levoj komori hidrocilindra (čiji je sastavni element i otvor na levom poklopcu) glasi:

$$A \cdot \dot{z} = Q_3 + \frac{V_{2a}}{\beta} \cdot \frac{dp_2}{dt} - K_{cur} \cdot (p_1 - p_2) , \quad (8)$$

pri čemu je:

$$V_{2a} = A \cdot (l_{HC} - l_k - z) , \quad (9)$$

gde je: l_{HC} [m] – dužina hidrocilindra (slika 3-a), l_k [m] – dužina klipa hidrocilindra, V_{2a} [m^3] – zapremina leve komore hidrocilindra (za slučaj 3-a), Q_3 [m^3/s] – protok koji se odvodi iz leve komore hidrocilindra kroz priključni otvor.

Izraz kojim se definiše dinamika hidrocilindra dvostranog dejstva sa prigušenjem na kraju hoda glasi:

$$m \cdot \ddot{z} = p_1 \cdot (A - a) - p_2 \cdot A - \mu \cdot \dot{z} - F_c , \quad (10)$$

gde su: m [kg] – ukupna masa opterećenja sa klipom i klipnjačom, μ [N·s/m] - koeficijent trenja kretanja opterećenja, \ddot{z} [m/s^2] – ubrzanje opterećenja, F_c [N] – spoljašnje opterećenje.

Radna tečnost po izlasku iz hidrocilindra prolazi kroz prigušni otvor razvodnika i odlazi u rezervoar. U ovom slučaju protok Q_3 (slika 3-a) je:

$$Q_3 = K_t \cdot A_{max} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \sqrt{p_2 - p_o}} , \quad (11)$$

2) Za $l_{HC} - (l_p + l_k + D_1/4) \leq z < l_{HC} - l_k - l_p$ cilindrični produžetak na čelu klipa prilazi otvoru na poklopcu, pri čemu je rastojanje od ivice otvora do čela cilindričnog produžetka manje ili jednak $D_1/4$. U ovom slučaju, protočna površina koju čelo cilindričnog produžetka obrazuje sa ivicom otvora, postaje manja od površine poprečnog preseka samog otvora na poklopcu hidrocilindra. To za posledicu ima smanjenje protoka Q_3 i rast pritiska p_2 čija je vrednost sada dovoljno velika da radni fluid delom otiče iz leve komore i kroz prigušno-nepovratni ventil (protok Q_2), što su uslovi za početak „prigušivanja“ (sl. 3-b). Jednačina kontinuiteta za levu komoru (sa otvorom na poklopcu) je:

$$(A - A_p) \cdot \dot{z} = Q_3 + Q_2 + \frac{V_{2b}}{\beta} \cdot \frac{dp_2}{dt} - K_{cur} \cdot (p_1 - p_2) , \quad (12)$$

pri čemu je:

$$V_{2b} = (A_2 + A_3) \cdot (l_{HC} - l_k - z) , \quad (13)$$

gde je: A_p [m^2] – površina poprečnog preseka cilindričnog produžetka, l_{HC} [m] – dužina hidrocilindra, l_k [m] – dužina klipa hidrocilindra, V_{2b} [m^3] – zapremina leve komore hidrocilindra, Q_3 [m^3/s] – protok koji se odvodi iz leve komore hidrocilindra kroz priključni otvor, Q_2 [m^3/s] – protok koji se odvodi iz leve komore hidrocilindra kroz prigušno-nepovratni ventil.

Dinamička jednačina kretanja klipa glasi:

$$m \cdot \ddot{z} = p_1 \cdot (A - a) - p_2 \cdot (A - A_p) - p_3 \cdot A_p - \mu \cdot \dot{z} - F_c , \quad (14)$$

Radna tečnost izlazi iz hidrocilindra kroz priključni otvor i prigušno-nepovratni ventil pri čemu su protoci Q_2 i Q_3 definisani sledećim izrazima:

$$Q_3 = K_t \cdot A' \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_2 - p_3} , \quad (15)$$

gde je:

$$A' = D_1 \cdot \pi \cdot [l_{HC} - (l_p + l_k + z)] , \quad (16)$$

$$Q_2 = K_t \cdot A_{pr} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_2 - p_3} , \quad (17)$$

dok je ukupni protok radne tečnosti koja prolazi kroz razvodnik zbir protoka Q_2 i Q_3 :

$$Q_2 + Q_3 = K_t \cdot A_{raz} \cdot \sqrt{p_3 - p_o} , \quad (18)$$

gde je: A_{pr} [m²] – površina protočnog preseka prigušnika, A' [m²] – protočna površina koju obrazuje čelo cilindričnog produžetka sa ivicom otvora.3) Za $l_{HC} - (l_p + l_k) \leq z < l_{HC} - l_k$, cilindrični produžetak dužine l_p sa leve straneklipa ulazi u odgovarajući otvor (slika 3-c). Posle znatnog usporenenja u toku druge faze, klip hidrocilindra nastavlja sa usporavanjem pri čemu brzina klipa zavisi isključivo od protoka (Q_2) kroz prigušno-nepovratni ventil.

Jednačine koje definišu ovu fazu su:

$$(A - A_p) \cdot \dot{z} = Q_2 + \frac{V_{2c}}{\beta} \cdot \frac{dp_2}{dt} - K_{cur} \cdot (p_1 - p_2) , \quad (19)$$

$$V_{2c} = A_2 \cdot (l_{HC} - l_k - z) , \quad (20)$$

$$Q_2 = K_t \cdot A_{pr} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{p_2 - p_3} , \quad (21)$$

$$m \cdot \ddot{z} = p_1 \cdot (A - a) - p_2 \cdot (A - A_p) - p_3 \cdot A_p - \mu \cdot \dot{z} - F_c , \quad (22)$$

za otvor na levom poklopcu hidrocilindra:

$$A_p \cdot \dot{z} + K_{cur} \cdot (p_2 - p_3) = Q_2 + \frac{V_3}{\beta} \cdot \frac{dp_3}{dt} , \quad (23)$$

$$V_3 = A_3 \cdot (l_{HC} - z - l_k) , \quad (24)$$

NUMERIČKA ANALIZA DINAMIČKIH POJAVA U HIDROCILINDRU SA PRIGUŠENJEM NA KRAJU HODA

Matematički izrazi koji su definisani u prethodnom poglavlju, detaljno opisuju dinamiku hidrocilindra sa prigušenjem na kraju hoda. Zbog složenosti pomenutih izraza, analiza dinamičkih pojava u hidrocilindru sa prigušivanjem na kraju hoda, obavlja se korišćenjem računara u MATLAB/ SIMULINK okruženju. Numerički je simulirano kretanje klipa hidrocilindra iz krajnjeg desnog u krajnji levi položaj (slika 3). U početnom trenutku hidrocilindar je bio rasterećen. Smatra se da je otvaranje razvodnika, kojim se upravlja radom hidrocilindra, trenutno. Pumpa sve vreme, šalje radni fluid ka hidrocilindru. Kao radni fluid korišćeno je standardno mineralno ulje. Vrednosti fizičkih veličina, koje su korišćene u numeričkim simulacijama su prikazane u tabeli 4.1.

Na slici 5 prikazana je vremenska zavisnost hoda klipa hidrocilindra gde se mogu uočiti tri pomenute karakteristične faze. Prigušivanje na kraju hoda se najbolje može videti na dijagramu sa slike 6. Sa dijagrama se vidi da klip hidrocilindra relativno brzo dostiže ustaljenu brzinu u toku "uobičajenog" izvlačenja, da bi po završetku prigušivanja, odnosno u trenutku udara u levi

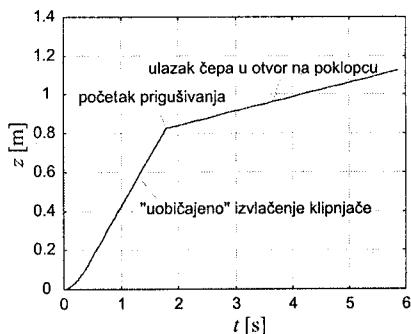
poklopac, brzina bila svega 14% od ustaljene vrednosti. Jasno je da se brzina udara klipa ne može svesti na nulu, ali se na ovaj način brzina udara klipa u levi poklopac može svesti u dozvoljene granice. Vremenske zavisnosti ostalih fizičkih veličina relevantnih za analizu pomenutog procesa prigušenja na kraju hoda (pritisaka u komorama, odgovarajućih protoka) mogu se naći u [4].

POREĐENJE FORMIRANOG SA LITERATURNO DOSTUPNIM MODELOM

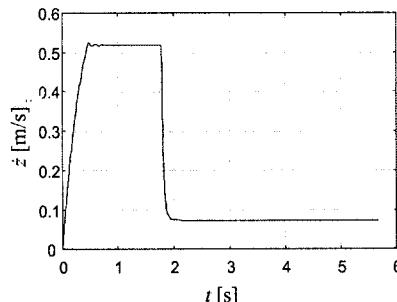
Ključno poboljšanje predstavljenog model odnosu na model iz [3], ogleda se u uključivanju matematičkih izraza kojim se opisuje faza u kojoj počinje prigušivanje (faza približavanja). Iako se ova faza javlja u veoma kratkom vremenskom intervalu, njen uticaj na celokupno ponašanje sistema je znatan. Razlika se najbolje može uočiti na dijagramima prikazanim slikama 6 i 7.

Tabela 1. Podaci za numeričke proračune
Table 1. Data for numerical calculations

Oznaka	Vrednost	Jedinica
p_o	1	bar
p_{max}	250	bar
Q_p	$1 \cdot 10^{-3}$	m^3/s
η_v	0.97	-
ρ	871	kg/m^3
β	$1.9 \cdot 10^9$	Pa
K_t	0.611	-
σ	$1 \cdot 10^{-7}$	$m^3 s^{-1} Pa^{-1/2}$
A_{rat}	$0.5 \cdot 10^{-4}$	m^2
A_{pt}	0.11	mm^2
l_{HC}	1.5	m
l_k	0.25	m
l_p	0.2	m
D	50	mm
d	15	mm
D_l	42.5	mm
K_{cur}	$2 \cdot 10^{-12}$	$m^3/s Pa$
F_c	35000	N
m	5000	kg
μ	10000	Ns/m



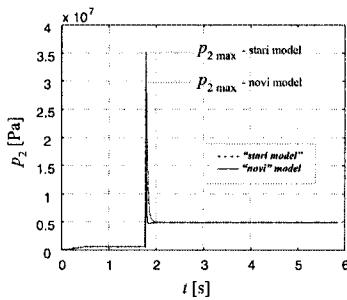
Slika 4 Vremenska zavisnost hoda klipa
Figure 4 Time dependence of piston stroke



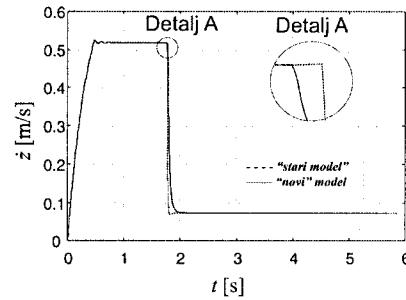
Slika 5 Vremenska zavisnost brzine klipa
Figure 5 Time dependence of piston speed

Sa dijagrama vremenske zavisnosti pritiska u levoj komori hidrocilindra prikazanog na slici 6, može se videti da izostanak faze približavanja cilindričnog produžetka otvoru na levom poklopцу, (izostanak početka prigušivanja kod "starog" modela) ima za posledicu skok pritiska p_2 za oko 50 bara (15%) veći od skoka koji je rezultat poboljšanog modela iz ovog rada. To se može objasniti trenutnim zatvaranjem otvora na levom poklopcu, odnosno trenutnim prelazom iz faze „uobičajenog“ izvlačenja u fazu prigušivanja kada cilindrični produžetak uđe u

odgovarajući otvor na levom poklopcu, što naravno ne odgovara stvarnom procesu. Razlika se javlja i kod brzine klipa hidrocilindra. Umesto naglog smanjenja brzine klipa, kada se izostavi faza početka prigušivanja, stvarna brzina klipa će u početku postepeno opadati sve dok cilindrični produžetak potpuno ne zatvori otvor na levom poklopcu hidrocilindra (slika 7).



Slika 6 Vremenska zavisnost pritiska u levoj komori
Figure 6 Time dependence of left chamber pressure



Slika 7 Vremenska zavisnost brzine klipa
Figure 7 Time dependence of piston speed

ZAKLJUČAK

Uporednom analizom rezultata dobijenih korišćenjem formiranog modela i rezultata korišćenjem modela dostupnog u literaturi, može se zaključiti da je za dobijanje preciznih pokazatelja dinamičkog ponašanja hidrocilindra sa prigušivanjem na kraju hoda neophodna detaljna matematička analiza svih fizičkih procesa pri kretanju klipa na kraju hoda. Zanemarivanje bilo koje faze ili segmenta sistema dovodi do odstupanja rezultata od stvarnog ponašanja sistema, što može dovesti do pogrešnih zaključaka.

LITERATURA

- [1] Savić V., *Uljna hidraulika*, Dom štampe, Zenica, 1987.
- [2] Yeaple Frank, *Fluid power design handbook*, Third Edition, Marcel Decker, New York, 1996.
- [3] Ciner Paja, *Dinamičke pojave u hidrauličkom cilindru sa prigušenjem*, Zbornik radova HIPNEF 90, 1990, str.35-42.
- [4] Ćukić N., Matematička analiza hidrocilindara sa prigušenjem na kraju hoda, diplomski rad, Mašinski fakultet Kragujevac, 2006.
- [5] Gordić D., Babić M., ... *Primena računara u projektovanju hidrauličnih komponenata i sistema*, Časopis traktori i pogonske mašine br.3, Novi Sad, decembar 2003.
- [6] Merritt H., *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1967
- [7] Fitch E.C., Hong I.T. *Hydraulic Component Design and Selection*, BarDyne, Inc., 1998.

Rad primljen: 12.10.2006.

Rad prihvaćen: 16.10.2006.