



24th national and 1st international scientific convention



moNGeometrija

2008

Serbia | Vrnjačka Banja | September 25th - 27th | www.mongeometrija.org

PROCEEDINGS | ZBORNİK RADOVA

MODELIRANJE I VIZUELIZACIJA GEROTORSKIH PUMPI

Lozica Ivanović¹
Danica Josifović²
Zoran Ivanović³

Rezime

U radu je prezentirana primena karakterističnih modula softverskog paketa CATIA u modeliranju i vizuelizaciji gerotorskih pumpi. Radni elementi gerotorskih pumpi su zupčanici sa unutrašnjim trohoidnim ozubljenjem. Kod ove vrste ozubljenja profil unutrašnjeg zupčanika je ekvidistanta epitrohoide, a profil spoljašnjeg zupčanika je modifikovana ekvidistanta spregnute obvojnice. Zbog složene geometrije profila ozubljenja bilo je neophodno prethodno napraviti matematički model spregnutih profila. Zatim je opisano modeliranje, kako radnih elemenata, tako i ostalih delova pumpe i izvršena je simulacija njihovog sklapanja u funkcionalnu celinu. To je dalje omogućilo simulaciju kretanja spregnutih zupčanika i vizuelizaciju gerotorske pumpe.

Ključne reči: trohoida, gerotorska pumpa, modeliranje, vizuelizacija

1. UVOD

Za geometrijski oblik profila ozubljenja, prema osnovnom zakonu o sprezanju zupčanika, pogodno je koristiti ciklične krive - rulete[5]. Posebnu grupu krivih linija iz porodice ruleta predstavljaju trohoide, koje nastaju kao putanje tačke fiksirane u ravni kruga koji se kotrlja bez klizanja po drugom nepokretnom krugu [7]. Trohoide se

¹ Lozica Ivanović, dr, docent, Mašinski fakultet u Kragujevcu

² Danica Josifović, dr, redovan profesor, Mašinski fakultet u Kragujevcu

³ Zoran Ivanović, dipl. maš. inž., Webu Kragujevac d.o.o.

primenjuju za oblikovanje profila radnih elemenata gerotorskih pumpi, sa specijalnim unutrašnjim ozubljenjem. U radu je usvojen koncept po kojem se pretpostavlja da je poznat profil unutrašnjeg zupčanika, epitrohoida, a potrebno je definisati spregnuti profil. Kod ove vrste ozubljenja, pokretni krug se kotrlja bez klizanja po drugom nepokretnom krugu i pri tome, izabrana tačka opisuje profil zupca, odnosno trohoidu. Spregnuti profil se može predstaviti kao obvojnica uzastopnih položaja osnovnog profila pri njegovom relativnom kretanju. U opštem slučaju spregnuta obvojnica ima vrhove [3], koji su nepoželjna pojava zato što dovode do intenzivnog habanja, a da bi se izbegla njihova pojava uvodi se ekvidistantna modifikacija osnovnih profila [1]. Trohoidne krive se modifikuju uz pomoć priraštaja konstantne vrednosti, koji se nanosi duž normale date krive. Kod profila sa spoljašnjom obvojnicom primenjuje se negativna modifikacija. Ekvidistantna modifikacija se u oblasti vrhova realizuje pomoću kružnog luka, čiji poluprečnik odgovara izabranom poluprečniku ekvidistantne epitrohoidne r_c . Veličina ovog poluprečnika ograničena je minimalnim vrednostima poluprečnika krivine osnovne epitrohoidne. Za definisanje modifikovanog epitrohoidnog profila ozubljenja potrebno je da se odrede stacionarne tačke funkcije poluprečnika krivine epitrohoidne: lokalni ekstremi, globalni ekstremum i prevojne tačke.

2. GENERISANJE PROFILA OZUBLJENJA

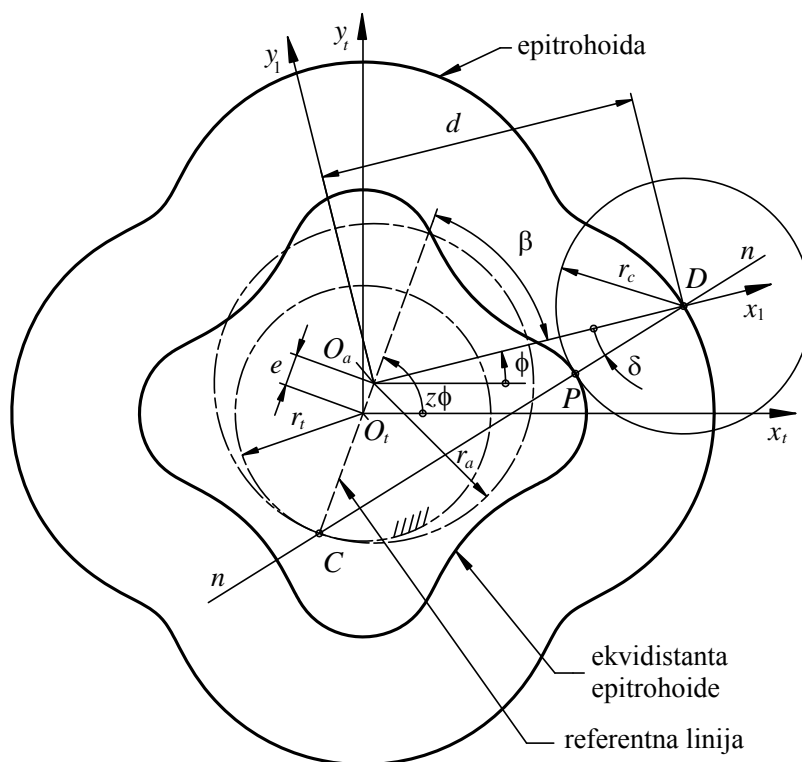
Određivanju stacionarnih tačaka prethodi definisanje izraza za određivanje poluprečnika krivine epitrohoidne. Na osnovu geometrijskih odnosa prikazanih na slici 1 jednačine tačke D epitrohoidne mogu se napisati u obliku:

$$\begin{aligned}x_t &= e(\cos z\phi + \lambda z \cos \phi) \\y_t &= e(\sin z\phi + \lambda z \sin \phi)\end{aligned}\quad (1)$$

pri čemu su :

- z je broj zubaca spoljašnjeg zupčanika,
- e je ekscentricitet (rastojanje između osa zupčanika),
- r_a je poluprečnik kinematskog kruga spoljašnjeg zupčanika,
 $r_a = ze$,

- r_t je poluprečnik kinematskog kruga unutrašnjeg zupčanika, $r_t = (z-1)e$,
- λ je koeficijent epitrohoide, $\lambda = d/ez$,
- ϕ je ugao rotacije generišućeg koordinatnog sistema pri generisanju epitrohoide.



Slika 1. Generisanje nemodifikovane i modifikovane epitrohoide

Polazeći od jednačina (1) i poznatih formula iz analitičke geometrije, može da se napiše izraz za određivanje poluprečnika krivine u tački epitrohoide, čiji je položaj definisan referentnim uglom $\beta = (z-1)\phi$, u sledećem obliku:

$$\rho_t = \frac{ez[1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \beta]^{3/2}}{z + \lambda^2 + \lambda(z+1)\cos \beta} \quad (2)$$

Potrebno je odrediti vrednosti ugla β za koje poluprečnik krivine ima najmanju vrednost. U tom cilju, jednačina (2) se diferencira po promenljivoj β , a zatim izjednačava sa nulom [3]. Na taj način, definisani su uslovi za egzistenciju stacionarnih tačaka poluprečnika krivine epitrohoide i dati su u Tabeli 1.

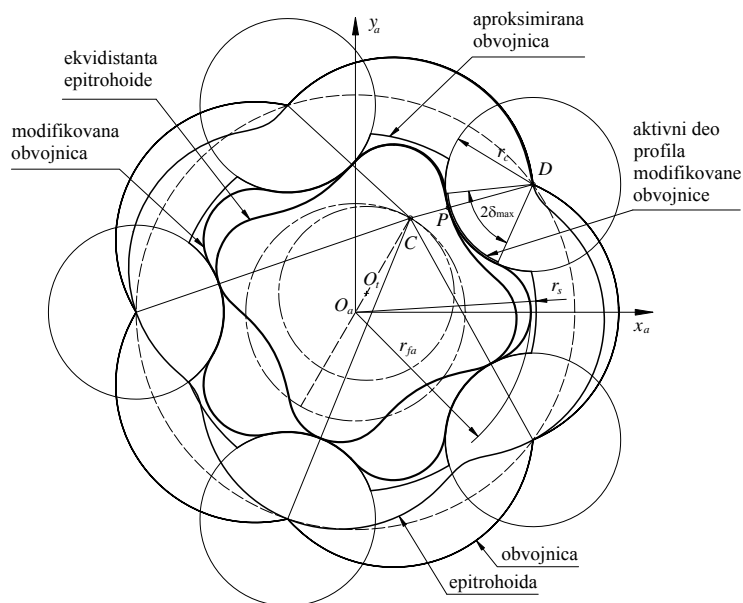
Tabela 1. Stacionarne tačke poluprečnika krivine epitrohoide

	Referentni ugao	Poluprečnik krivine
Prvi lokalni ekstremum (teme zupca)	$\beta = 0$	$\rho_{t1} = \frac{ez(\lambda + 1)^2}{\lambda + z}$
Drugi lokalni ekstremum (podnožje zupca)	$\beta = \pi$	$\rho_{t2} = \frac{ez(\lambda - 1)^2}{\lambda - z}$
Treći lokalni ekstremum	$\cos\beta = \frac{1 - 2z + \lambda^2(z - 2)}{\lambda(z + 1)}$	$\rho_{t3} = ez\sqrt{\left(\frac{3}{z + 1}\right)^3(\lambda^2 - 1)(z - 1)}$
Prevojna tačka	$\cos\beta = -\frac{\lambda^2 + z}{\lambda(z + 1)}$	$\rho_t \rightarrow \infty$

Minimalna vrednost poluprečnika krivine ρ_{t3} na konveksnom delu profila i minimalna vrednost poluprečnika krivine ρ_{t2} na konkavnom delu profila su maksimalna geometrijska ograničenja za modifikaciju osnovnog profila, pri kojima dolazi do promene znaka krivine modifikovanog profila.

3. GENERISANJE MODIFIKOVANE OBVOJNICE

Posle ekvidistantne modifikacije nova tačka dodira P nalazi se na udaljenju r_c od tačke D i uvek leži na zajedničkoj normalni koja povezuje središte kružnog profila sa trenutnim kinematskim polom C . Prema tome, položaj tačke P je na kružnom luku poluprečnika r_c koji obuhvata ugao $2\delta_{\max}$ sa središtem u tački D (slika 2).



Slika 2: Definisane modifikovanih spregnutih profila epitrohoidnog zupčastog para

To je aktivni deo profila modifikovane obvojnice, a preostali deo profila, koji ne učestvuje u sprezanju, može biti aproksimiran kružnim lukom ili kombinacijom kružnih lukova koji leže izvan ili na datoj obvojnici [4]. Mogućnost da se izvede ova aproksimacija je jedna od glavnih prednosti epitrohoidnih profila, zato što je time omogućena lakša izrada, kontrola dimenzija, a dobija se i jednostavniji oblik izvedenih jednačina.

Koordinate tačke dodira P u koordinatnom sistemu epitrohoide mogu se napisati kao:

$$\begin{aligned} x_t &= e(\cos z\phi + \lambda z \cos \phi) - r_c \cos(\phi + \delta) \\ y_t &= e(\sin z\phi + \lambda z \sin \phi) - r_c \sin(\phi + \delta) \end{aligned} \quad (3)$$

pri čemu je ugao zahvata δ određen sledećim izrazom:

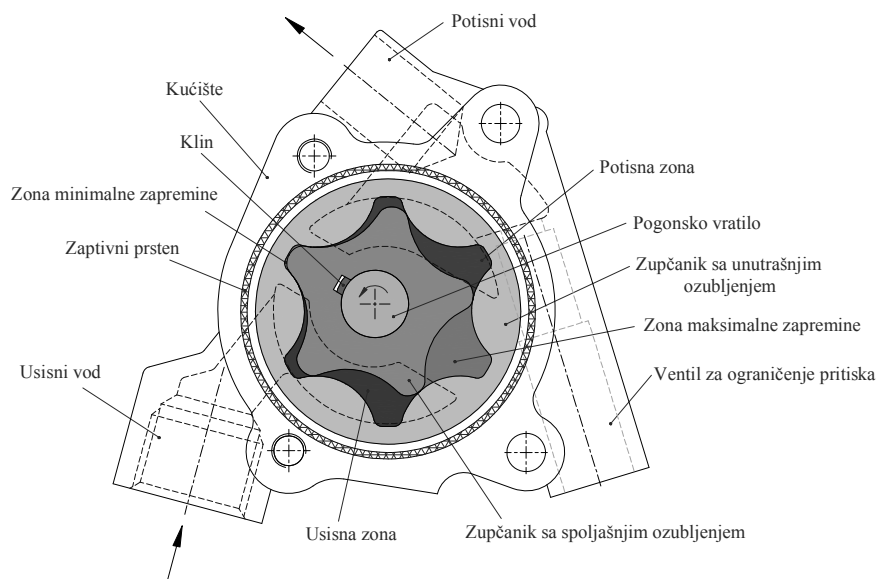
$$\delta = \arctan \frac{\sin(z-1)\phi}{\lambda + \cos(z-1)\phi} \quad (4)$$

Konstrukciono izvođenje ovog ozubljenja zahteva ispunjenje brojnih geometrijskih ograničenja, od kojih su analizirana sledeća: podsecanje, interferenca susednih zubaca, interferenca spregnutih zubaca i granična vrednost temene debljine zupca [4], [6]. Ograničenja su definisana u analitičkom obliku, a na osnovu grafičke interpretacije dobijenih rezultata određen je domen praktične primene razmatranih geometrijskih parametara za unutrašnji zupčasti par sa modifikovanim epitroloidnim ozubljenjem.

Polazeći od poznatih konstrukcionih parametara: ekscentriciteta e , broja zubaca spoljašnjeg zupčanika z i poluprečnika podnožnog kruga spoljašnjeg zupčanika, izraženog parametrom r_{fa} spregnute obvojnice (slika 2), vrši se izbor geometrijskih parametara profila ozubljenja prema definisanom aspektu. Time je omogućeno modeliranje radnih elemenata razmatrane pumpe.

5. KOMPJUTERSKO MODELIRANJE GEROTORA

Razvijen matematički model je iskorišćen za modeliranje zupčastog para pumpe za podmazivanje koja se proizvodi u PPT (Prva petoletka Trstenik), a šematski prikaz modela pumpe dat je na slici 3.



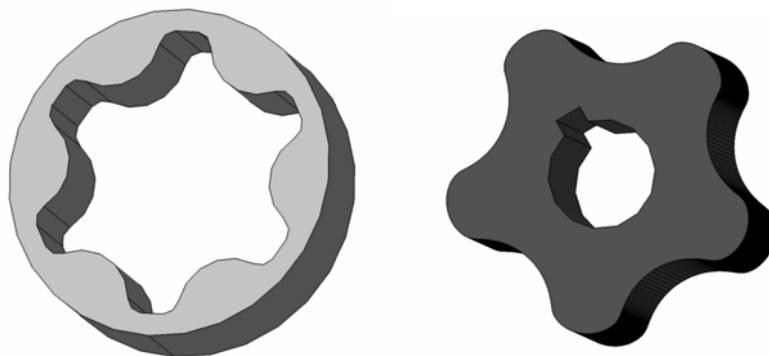
Slika 3. Shematski prikaz pumpe

Glavni deo gerotorske pumpe je zupčasti par (zupčanik sa spoljašnjim i zupčanik sa unutrašnjim ozubljenjem) koji je uz pomoć klina montiran na pogonsko vratilo. U kućištu se nalaze otvori za razvođenje fluida koji su u vezi sa usisnim i potisnim vodom.

Sa čeonih strana se nalazi poklopac. Oba zupčanika se obrću u istom, pozitivnom matematičkom smeru. U toku obrtanja zupčanika usisne komore su u oblasti gde zupci izlaze iz međuzublja, a potisne komore tamo gde oni ulaze u međuzublje.

Na bazi definisanog matematičkog modela kreiran je kompjuterski program EKVIT, u standardnom programskom jeziku AutoLISP, za proračun koordinata navedenih krivih i za njihovo automatsko generisanje. Geometrijski oblik profila zubaca cilindričnih zupčanika izveden je na bazi analitičko-kinematskog modela, izvršavanjem sačinjenog kompjuterskog programa i primenom odgovarajućeg programa za prenos podataka između različitih CAD sistema. Osnovni linijski CAD model je kreiran sa 20 linijskih segmenata profila zupca. Za dobijeni unutrašnji zupčasti par razvijen je 3D geometrijski model primenom modula Part Design kompjuterskog programa CATIA.



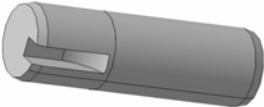





Geometrijski model zupčastog para gerotorske pumpe prikazan je na slici 4. Za prikazani model izvršena je simulacija sprežanja primenom modula DMU Kinematics navedenog programskog paketa.



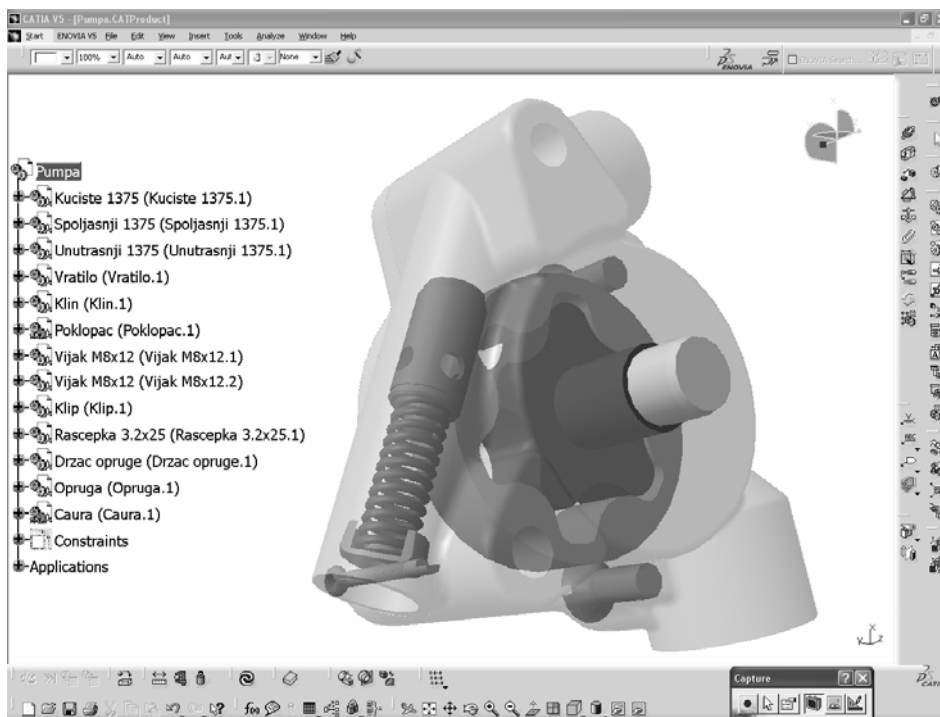
Slika 4. Geometrijski model zupčastog para

Geometrijski modeli ostalih komponenata gerotorske pumpe kreirani su od elementarnih geometrijskih tela u PART modulu CATIA programa i prikazani su u Tabeli 2.

Tabela 2. Geometrijski modeli komponenata gerotorske pumpe

 <p>Kućište</p>	 <p>Poklopac</p>	
 <p>Vratilo</p>	 <p>Klin</p>	 <p>Čaura</p>
 <p>Opruga</p>	 <p>Klip</p>	 <p>Držać opruge</p>

Model sklopa je napravljen tako što su njegovi sastavni delovi uključeni u jedinstvenu datoteku sklopa, a prikazan je na slici 5. U datoteci sklopa opisan je način sklapanja komponenata i njihovi geometrijski odnosi. U cilju prikazivanja pumpe sa različitim tačkama primenjena je animacija. Posebna pažnja je posvećena simulaciji sprezanja zupčanika radi postizanja realističnosti prikaza.



Slika 5. Vizuelizacija gerotorske pumpe

Virtuelni model pumpe i njena vizuelizacija omogućavaju bolje sagledavanje novog rešenja zupčastog para u realnom okruženju, kao i analizu međusobnog položaja elemenata koji su zaklonjeni u sklopu.

6. ZAKLJUČAK

Sa aspekta konstrukcionog oblikovanja zupčanika sa trohoidnim ozubljenjem negativna karakteristika trohoidnih krivih je pojava vrhova na spregnutim obvojnica. U radu je pokazano da se to može izbeći primenom ekvidistantne modifikacije osnovnih profila, čime se dobija glatka kriva i povoljnije sprezanje. Na bazi definisanog matematičkog modela razvijen je odgovarajući program za automatsko crtanje modifikovanih epitrohoida i spregnutih obvojnica. To je dalje omogućilo modeliranje i simulaciju kretanja spregnutih zupčastih parova primenom karakterističnih modula softverskog paketa CATIA. Aplikativan značaj prezentiranih rezultata ogleda se u stvaranju mogućnosti za analizu međusobnog položaja elemenata zupčastih parova u različitim fazama sprezanja, kao i u definisanju osnove za kreiranje CFD modela za simulaciju radnog procesa pumpe.

10. LITERATURA

1. Beard J. E., Yannitell D. W., Pennock G. R.: *The effects of the generating pin size and placement on the curvature and displacement of epitrochoidal gerotors*, Mechanism and Machine Theory 27 (4), 1992., pp. 373-389.
2. Ivanović L., Josifović D.: *Modeliranje i simulacija trohoidnog ozubljenja*, XXII Jugoslovensko savetovanje za nacrtanu geometriju i inženjersku grafiku moNGeometrija 2004, Beograd, 2004., str. 117-126.
3. Ivanović L., Josifović D., Devedžić G.: *Computer generating of modified trochoidal profile of gerotor*, 5th International Conference "Research and Development in Mechanical Industry" RaDMI 2005, Vrnjačka Banja, 2005., pp. 617-624.
4. Ivanović L.: *Identifikacija optimalnog oblika trohoidnog profila zupca elemenata rotacionih pumpi*, Doktorska disertacija, Mašinski fakultet u Kragujevcu, Kragujevac, 2007.
5. Литвин Ф. Л.: *Теория зубчатых зацеплений*, Наука, Москва, 1968.
6. Maiti R., Sinha G. L.: *Limits on modification of epitrochoid used in rotary piston machines and the effects of modification on geometric volume displacement and ripple*, Ingenieur-Archiv 60, 1990., pp. 183-194.
7. Савелов А. А.: *Плоские кривые*, Физматгиз, Москва, 1960.
8. Vecchiato D., Demenego A., Argyris J., Litvin F.: *Geometry of a cycloidal pump*, Computer methods in applied mechanics and engineering, 2001., pp. 2309-2330.