



JUGOSLOVENSKO DRUŠTVO ZA TRIBOLOGIJU  
YUGOSLAV TRIBOLOGY SOCIETY

Član: INTERNACIONALNOG TRIBOLOŠKOG SAVETA  
BALKANSKE TRIBOLOŠKE ASOCIJACIJE  
Member: INTERNATIONAL TRIBOLOGY COUNCIL  
BALKAN TRIBOLOGY ASSOCIATION

MAŠINSKI FAKULTET  
KRAGUJEVAC

MAŠINSKI FAKULTET  
BEOGRAD

SEDMA JUGOSLOVENSKA KONFERENCIJA O TRIBOLOGIJI  
SEVENTH YUGOSLAV TRIBOLOGY CONFERENCE

# YUTRIB '01

SA MEĐUNARODNIM UČEŠĆEM  
WITH INTERNATIONAL PARTICIPATION

## ZBORNIK / PROCEEDING

OSNOVNE TEME

MAIN TOPIC

TRIBOLOGIJA I PODMAZIVANJE  
TRIBOLOGY AND LUBRICANTS

11 - 12 oktobar 2001, BEOGRAD, YUGOSLAVIA



# YUTRIB 2001

SEDMA JUGOSLOVENSKA KONFERENCIJA O TRIBOLOGIJI  
SA MEĐUNARODNIM UČEŠĆEM

## TRIBOLOŠKE KARAKTERISTIKE CIKLOIDNOG OZUBLJENJA

Mr Lozica IVANOVIĆ, asistent  
Dr Danica JOSIFOVIĆ, redovni profesor  
Mašinski fakultet, Kragujevac

### TRIBOLOGICAL CHARACTERISTICS OF CYCLOID GEARING

#### *Abstract*

In this paper are made the analysis some of the geometrical and kinematic parameters of the contact surfaces of the cycloid gearing. As the first are determinated the limiting points on the pair of the tooth profiles in contact, which defined one pair and two pairs of teeth in contact. Then is developed mathematical model in form of the parameter equations, which follow the change of the relative velocities in contact, the sliding velocities and specific sliding in the contact points during the contact period. It can be concluded that specific sliding is constant along the cyclod profile when the geometrical parameters are constant. In that way the uniform wear on the determinated part of the tooth profile of the single gears would be able.

**Key words:** cycloid gearing, sliding velocity, specific sliding

#### 1. UVOD

U savremenim konstrukcijama se najčešće upotrebljavaju zupčanici sa evolventnim ozubljenjem, koje pored velikih tehničkih i ekonomskih prednosti ima i niz nedostataka. Glavni nedostatak je mala nosivost bokova zubaca, a što je u vezi sa dodirom konveksnih površina bokova zubaca sa relativno malim srednjim poluprečnikom krivine. Ovaj nedostatak se može prevazići primenom zupčanika kod kojih se ostvaruje konveksno-konkavni dodir i veća nosivost, što je slučaj sa cikloidnim ozubljenjem. U ovom radu je predstavljen jedan oblik cikloidnog ozubljenja čiji se korisni deo profila zupca zupčanika sastoji iz epicikloidnog dela glave zupca i hipocikloidnog dela noge zupca.

Za cikloidne krive je karakteristična veličina modul cikloide  $q$ , koji predstavlja odnos poluprečnika kotrljujućeg kruga i nepokretne kružnice, a u slučaju ozubljenja to je poluprečnik centroide zupčanika. Ako se za hipocikloidni profil noge zupca usvoje negativne vrednosti ugla rotacije i modula cikloide, tada se profil noge i profil glave zupca mogu opisati jedinstvenim jednačinama. U odnosu na pokretni koordinatni sistem jednačine profila zupca imaju oblik [2], [3]:

$$\begin{aligned}x_i &= R_i \left(1 + q_{ji}\right) \sin \varphi_i - q_{ji} R_i \sin \left(\varphi_i + \frac{\varphi_i}{q_{ji}}\right) \\y_i &= R_i \left(1 + q_{ji}\right) \cos \varphi_i - q_{ji} R_i \cos \left(\varphi_i + \frac{\varphi_i}{q_{ji}}\right)\end{aligned}\quad (1)$$

gde su:  $i$  - oznaka pogonskog, odnosno gonjenog zupčanika ( $i=1, 2$ );  $j$  - oznaka modula epicikloide ili hipocikloide ( $j=e, h$ );  $\varphi_i$  - ugao rotacije zupčanika.

Proces prenosa snage je praćen mehaničkim gubicima usled trenja koje se javlja između površina zubaca u dodiru. Da bi se smanjili ti gubici i izbeglo habanje aktivnih površina bokova zubaca potrebno je obezbediti minimalnu debljinu uljnog filma između spregnutih površina. Minimalna debljina uljnog filma zavisi od velikog broja različitih faktora [1], a u ovom radu su analizirane samo geometrijske i kinematske karakteristike spregnutih površina.

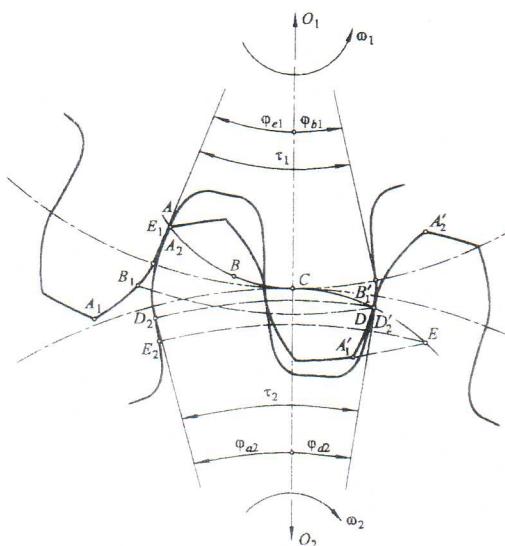
Najpre su određene granične tačke na paru spregnutih profila zubaca koje definišu jednostruku i dvostruku spregu. Zatim je razvijen matematički model u obliku parametarskih jednačina koji prati promenu relativnih brzina u kontaktu, brzina klizanja, brzina kotrljanja i specifičnog klizanja profila u tačkama dodira za vreme dodirnog perioda. Takođe je razmatrana i promena poluprečnika krivina spregnutih profila usled koje dolazi do promene površinskih pritisaka u zoni kontakta.

## 2. ODREĐIVANJE KARAKTERISTIČNIH TAČAKA NA AKTIVNOM DELU PROFILA I DODIRNICI

Određivanje graničnih tačaka jednostrukih spregi je značajno za istraživanje procesa habanja zbog promene opterećenja u tim tačkama.

U slučaju kada se pogonski zupčanik obrće u pozitivnom matematičkom smeru, tada dodirnica ima položaj koji je prikazan na slici 1. Sprezanje zubaca počinje u tački  $A$ , a završava se u tački  $E$  na dodirnici, kao što je pokazano na slici 1. Pri tome, tačka dodira se na profilu zupca pogonskog zupčanika pomera od korena, u tački  $E_1$ , prema vrhu, do tačke  $A_1$ . Na profilu zupca gonjenog zupčanika tačka dodira se kreće od vrha, u tački  $A_2$ , prema korenu, do tačke  $E_2$ . Deo profila određen ovim tačkama učestvuje u sprezi i predstavlja aktivni deo profila.

Na slici 1 su prikazani parovi zubaca u trenutku koji označava početak dodira. U tom trenutku profil prethodnog zupca se spreže sa profilom zupca drugog zupčanika u tački  $D$  na dodirnici. Tada se uspostavlja dvostruka sprega, koja se odvija sve do trenutka izlaska jednog para zubaca iz sprege.

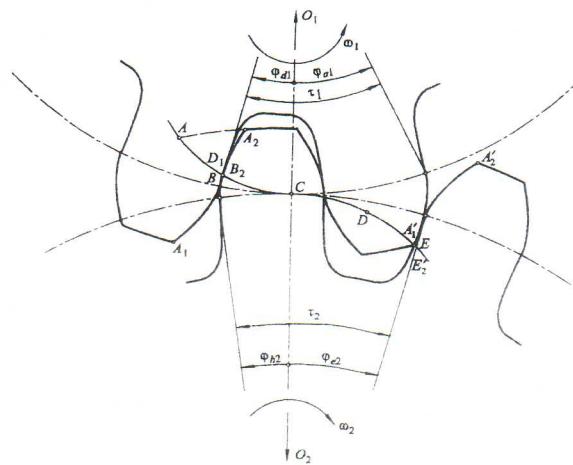


Slika 1. Početak sprezana

Parovi zubaca, u trenutku koji označava kraj dodira, dati su na slici 2. Sledeći par zubaca se tada spreže u tački  $B$  na dodirnici. Prema tome, tačke  $B$  i  $D$  određuju zonu jednostrukih i dvostrukih spregi na aktivnom delu dodirnice. Na aktivnom delu profila zupca pogonskog zupčanika to su tačke  $D_1$  i  $B_1$ , a na profilu zupca gonjenog zupčanika tačke  $B_2$  i  $D_2$ . U trenutku izlaska iz sprege, posmatrani par zubaca se razdvaja i u spregu ulazi sledeći par.

Položaj razmatranih tačaka može biti određen polarnim uglom rotacije zupčanika  $\varphi$  i polupreč-

nikom kružnice, opisane iz središta zupčanika kroz posmatranu tačku.



Slika 2. Kraj sprezana

Početak dodira za gonjeni zupčanik definišu poluprečnik temene kružnice  $R_{a2}$  i ugao  $\varphi_{a2}$ , koji može da se izračuna uz pomoć obrasca:

$$\varphi_{a2} = q_{e2} \arccos \frac{q_{e2}(1+q_{e2}) + 0.5(1-Q_{a2}^2)}{q_{e2}(1+q_{e2})}, \quad (2)$$

gde je  $Q_{a2} = R_{a2}/R_2$ .

Ugao rotacije, koji definije početak dodira na profilu pogonskog zupčanika iznosi:

$$\varphi_{el} = i \varphi_{a2}, \quad (3)$$

gde je  $i$ - kinematski prenosni odnos.

Poluprečnik kružnice  $R_{el}$ , kojoj pripada poslednja tačka aktivnog profila zupca pogonskog zupčanika  $E_1$ , sada može da se odredi uz pomoć obrasca:

$$R_{el} = R_1 \sqrt{1 + 4q_{h1}(1+q_{h1}) \sin^2 \frac{\varphi_{el}}{2q_{h1}}}. \quad (4)$$

Istovremeno, sa početkom dodira za posmatrani par zubaca, završava se jednostruka sprega prethodnog para zubaca, u tački  $D$  na dodirnici. Na profilu gonjenog zupčanika to je tačka  $D_2$ , a njen položaj je određen uglom  $\varphi_{d2}$ , koji iznosi:

$$\varphi_{d2} = \varphi_{a2} - \tau_2. \quad (5)$$

Odgovarajući poluprečnik kružnice je jednak:

$$R_{d2} = R_2 \sqrt{1 + 4q_{h2}(1+q_{h2}) \sin^2 \frac{\varphi_{d2}}{2q_{h2}}}. \quad (6)$$

Tačka  $D_2$  profila gonjenog zupčanika se u tački  $D$  na dodirnici spreže sa tačkom  $B_1$  profila pogon-

skog zupčanika. Ugao, koji definiše kraj jednostrukog sprege na profilu pogonskog zupčanika iznosi:

$$\varphi_{b1} = \tau_1 - |\varphi_{e1}| . \quad (7)$$

Poluprečnik kružnice na kojoj leži tačka  $B_1$ , iznosi:

$$R_{b1} = R_1 \sqrt{1 + 4q_{e1}(1 + q_{e1}) \sin^2 \frac{\varphi_{b1}}{2q_{e1}}} . \quad (8)$$

Dodirni period se završava sprezanjem gornje granične tačke  $A_1$  aktivnog dela profila zupca pogonskog zupčanika i poslednje tačke  $E_2$  aktivnog dela profila zupca gonjenog zupčanika, u tački  $E$  na dodirnici. Odgovarajući uglovi i poluprečnici za pomenute tačke mogu da se odrede uz pomoć jednačina, analognim prethodno navedenim. Prema tome, za tačku  $A_1$ , na temenoj kružnici poluprečnika  $R_{a1}$ , dobija se:

$$\varphi_{a1} = q_{e1} \arccos \frac{q_{e1}(1 + q_{e1}) + 0.5(1 - Q_{a1})^2}{q_{e1}(1 + q_{e1})} , \quad (9)$$

gde je  $Q_{a1} = R_{a1}/R_1$ .

Zatim je, za tačku  $E_2$ :

$$\varphi_{e2} = \frac{\varphi_{a1}}{i} \quad (10)$$

i

$$R_{e2} = R_2 \sqrt{1 + 4q_{h2}(1 + q_{h2}) \sin^2 \frac{\varphi_{e2}}{2q_{h2}}} . \quad (11)$$

Početni period dvostrukog sprege se završava u tački  $B$  na dodirnici, kada istovremeno počinje period jednostrukog sprege, za posmatrani par spregnutih profila zubaca. U tački  $B$  se sprežu tačka  $B_2$  profila zupca gonjenog zupčanika i tačka  $D_1$  profila zupca pogonskog zupčanika. Položaj ovih tačaka, u odnosu na središta odgovarajućih zupčanika, definisu uglovi  $\varphi_{b2}$ ,  $\varphi_{d1}$  i poluprečnici  $R_{b2}$ ,  $R_{d1}$ . Tako je:

$$\varphi_{b2} = \tau_2 - |\varphi_{e2}| \quad (12)$$

$$R_{b2} = R_2 \sqrt{1 + 4q_{e2}(1 + q_{e2}) \sin^2 \frac{\varphi_{b2}}{2q_{e2}}} . \quad (13)$$

a zatim

$$\varphi_{d1} = \varphi_{a1} - \tau_1 \quad (14)$$

$$R_{d1} = R_1 \sqrt{1 + 4q_{h1}(1 + q_{h1}) \sin^2 \frac{\varphi_{d1}}{2q_{h1}}} . \quad (15)$$

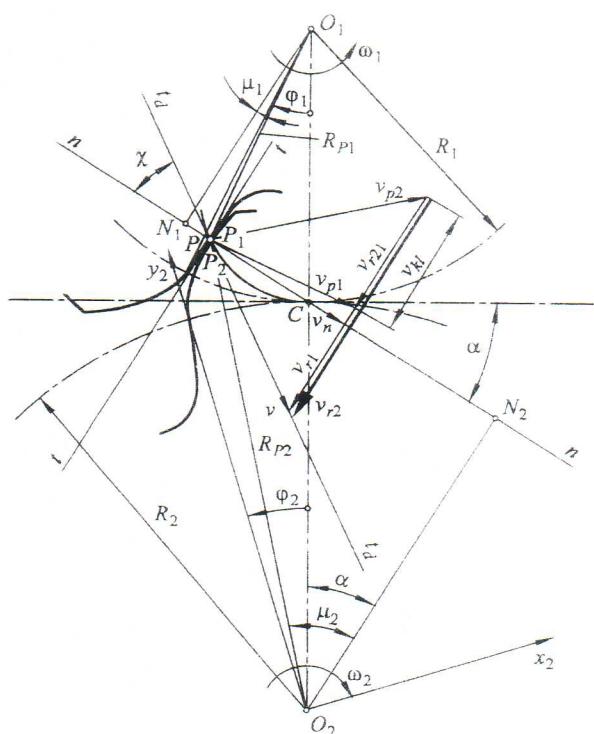
Na ovaj način definisan je položaj karakterističnih tačaka na aktivnom delu profila zubaca spregnutih zupčanika.

### 3. KINEMATSKA ANALIZA SPREGNUTIH PROFILA ZUBACA ZUPČANIKA SA CIKLOIDNIM OZUBLJENJEM

Kretanje tačke dodira  $P$  u odnosu na nepokretni koordinatni sistem je apsolutno i pri tome je putanja tačke dodira dodirnica profila. Istovremeno, tačka dodira se kreće po profilu zupca i to je njen relativno kretanje, u odnosu na pokretni koordinatni sistem. Kretanje pokretnog koordinatnog sistema u odnosu na nepokretni je prenosno, koje je u suštini rotacija oko središta zupčanika [4]. Prema tome, apsolutna brzina tačke  $P$  može da se izrazi na sledeći način:

$$v = v_{pi} + v_{ri} , \quad (16)$$

gde su:  $v_{pi}$  – prenosna brzina tačke  $P$ ,  
 $v_{ri}$  – relativna brzina tačke  $P$ .



Slika 3. Kinematika kontakta cikloidnih profila

Na osnovu uslova koji su definisani osnovnim zakonom sprezanja, spregnuti profili zubaca moraju u svakoj tački dodira  $P$ , u toku dodirnog perioda, da imaju zajedničku tangentu  $t-t$  i normalu  $n-n$ . Intenzitet apsolutne brzine tačke dodira  $P$ , koja je usmerena duž tangente na dodirnicu u toj tački, odredićemo na osnovu kinematskih i geometrijskih odnosa sa sl. 3. Polazi se od poznate relacije za intenzitet prenosne brzine tačke  $P$ , koja predstavlja obimnu brzinu pomenute tačke:

$$v_{pi} = R_i \omega_i \sqrt{1 + 4q_{ji}(1+q_{ji})\sin^2 \frac{\varphi_i}{2q_{ji}}} . \quad (17)$$

Projektovanjem vektorske jednačina (16) na zajedničku normalu profila, dobija se:

$$v = R_i \omega_i = \text{const.} \quad (18)$$

Pri konstantnim ugaonim brzinama spregnutih zupčanika, intenzitet absolutne brzine tačke dodira je konstantan duž čitave dodirnice i jednak je intenzitetu ugaone brzine na kinematskim kružnicama.

Smer vektora relativnih brzina se poklapa sa zajedničkom tangentom na profile u tački dodira. Intenzitet relativnih brzina tačaka dodira određuje se projektovanjem vektorske jednačine (16) na zajedničku tangentu spregnutih profila. Odgovarajućim transformacijama dobijaju se izrazi uz pomoć kojih se određuje intenzitet brzine kojom se tačka dodira pomera duž profila zupca pogonskog, odnosno gonjenog zupčanika:

$$v_{ri} = 2R_i(1+q_{ji})\omega_i \sin \frac{\varphi_i}{2q_{ji}} , \quad (19)$$

gde su:  $i$  - oznaka pogonskog, odnosno gonjenog zupčanika ( $i=1, 2$ );  $j$  - oznaka modula epicikloide ili hipocikloide ( $j=e, h$ );  $\omega$  - apsolutna vrednost ugaone brzine zupčanika.

**Brzina klizanja** spregnutih profila u posmatranoj tački dodira je brzina tačke tačke dodira u relativnom kretanju profila. Brzina klizanja je jednak razlici relativnih brzina tačke dodira na profilima spregnutih zubaca zupčanika i jednak je nuli samo onda kada se profili dodiruju u kinematskom polu.

Na osnovu jednačina iz [3] može da se napiše opšti izraz za određivanje brzine klizanja spregnutih profila zubaca zupčanika:

$$v_{kl} = 2|q_{ji}|R_i(\omega_1 + |\omega_2|)\sin \frac{\varphi_i}{2q_{ji}} . \quad (20)$$

Prema tome, brzina klizanja je proporcionalna udaljenju tačke dodira od kinematskog pola.

Za analizu pojave habanja, a naročito za sliku podmazivanja, osim brzine klizanja, značajna je veličina zbirne brzine kotrljanja. Zbirna brzina kotrljanja predstavlja zbir relativnih brzina u tački dodira spregnutih profila zubaca:

$$v_{\Sigma} = v_{r1} + v_{r2} . \quad (21)$$

Za jedan zupčasti par sa cikloidnim ozubljenjem su izračunate vrednosti  $v_{r1}$ ,  $v_{r2}$ ,  $v_{kl}$  i  $v_{\Sigma}$  za niz tačaka na dodirnici i grafički su prikazane na sl. 4. Parametri ozubljenja su:  $z_1=z_2=20$ ,  $m=30\text{mm}$ ,  $|q_{h1}|=|q_{h2}|=0.4$ ,  $\omega=10 \text{ obrt/s}$ .

### Specifično klizanje profila

Za analizu klizanja spregnutih profila zubaca zupčanika i ocenu stepena iskorišćenja zupčastog prenosnika, potrebno je poznavati, osim brzine klizanja u tački dodira i tok njene promene u odnosu na odgovarajuću relativnu brzinu tačke dodira.

Odnos brzine klizanja i relativne brzine tačke dodira spregnutih profila zubaca predstavlja specifično klizanje i izražava se formulom, za pogonski:

$$\xi_1 = \frac{v_{kl/2}}{v_{r1}} = \frac{q_{j1}}{1+q_{j1}} \left( 1 + \frac{1}{|i|} \right) \quad (22)$$

i analogno, za gonjeni zupčanik:

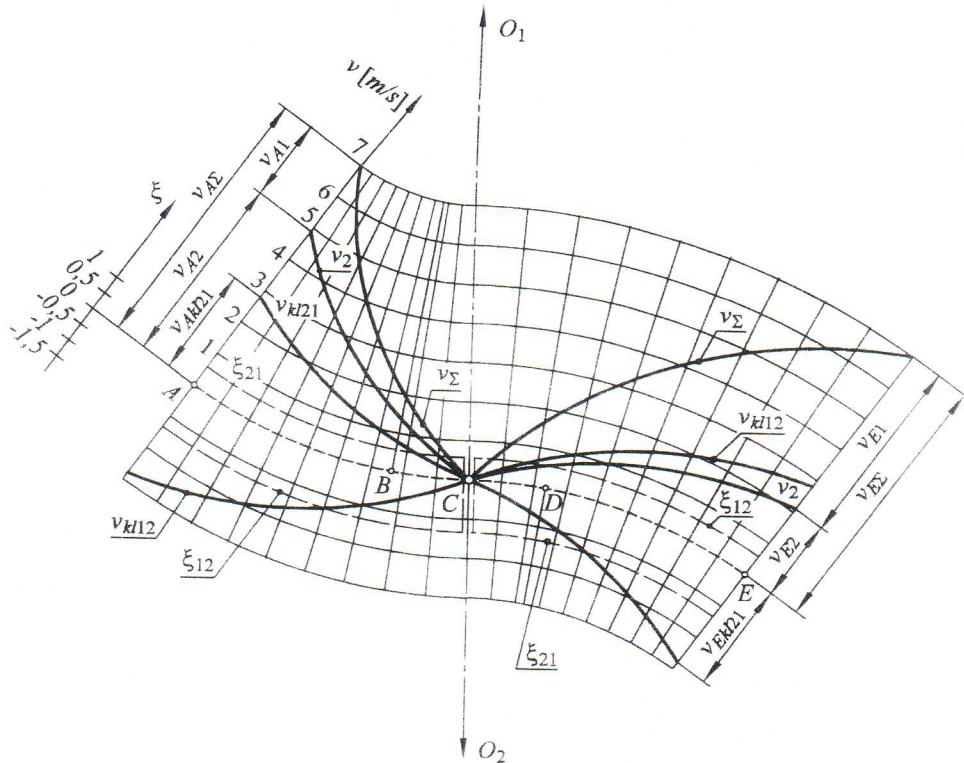
$$\xi_2 = \frac{v_{kl/2}}{v_{r2}} = \frac{q_{j2}}{1+q_{j2}} \left( 1 + |i| \right) . \quad (23)$$

Na delu profila zupca, gde se smerovi brzine klizanja i relativne brzine poklapaju, specifično klizanje ima pozitivnu vrednost, a gde se ne poklapaju - negativnu.

Može se zaključiti da specifično klizanje uzima u obzir uticaj geometrijskih i kinematskih parametara na veličinu klizanja profila u procesu sprezanja. Očigledno je, da u izrazima za specifično klizanje figurišu veličine, koje su konstantne za određeni deo profila zupca zupčanika. Prema tome, specifično klizanje će na tim delovima, takođe, imati konstantnu vrednost, u slučaju konstantnog prenosnog odnosa. Specifično klizanje menja svoju vrednost i znak pri promeni vrednosti modula cikloidne krive profila zupca. Na epicikloidnom delu glave zupca imaće jednu, pozitivnu vrednost, a na hipocikloidnom delu noge zupca drugu, negativnu vrednost.

Potrebno je istaći da izrazi (22) i (23) postaju neodređeni u slučaju kada su vrednosti brzina klizanja i relativnih brzina jednake nuli. Kod cikloidnog ozubljenja, to je trenutak dodira profila u kinematskom polu. Prema tome, tačka  $C$  je singularna za raspodelu specifičnog klizanja spregnutih profila zubaca zupčanika i isključuje se iz analize.

Na sl. 4 je prikazan tok specifičnog klizanja  $\xi_1$  i  $\xi_2$  za izabrani zupčasti par sa cikloidnim ozubljenjem sa napred navedenim parametrima.



Slika 4. Dijagram kinematskih parametara cikloidnog ozubljenja u toku dodirnog perioda

Za evolventno ozubljenje, sa istim modulom i brojem zubača kao u prethodno navedenom primeru cikloidnog ozubljenja, na osnovu poznatih jednačina iz literature [5], [6], određene su vrednosti kinematskih parametara, a zatim je izvršeno njihovo međusobno poređenje. S obzirom na to da se kod cikloidnog ozubljenja kinematski i podeoni krugovi poklapaju razmatranje je ograničeno na evolventne zupčaste parove bez pomeranja profila. Za evolventno ozubljenje je dobijeno  $v_{\Sigma} = \text{const} = 2.052 \frac{m}{s}$ , međutim kod cikloidnog ozubljenja zbirna brzina kotrljanja raste od nule u kinematskom polu do  $6.955 \frac{m}{s}$  na početku sprezanja.

Apsolutna vrednost specifičnog klizanja kod evolventnog ozubljenja raste od 0.804, na podnožju, do 4.095, na vrhu zupca, dok je kod cikloidnog  $\xi = \text{const} = 0.571$ . Na osnovu ovih pokazatelja zaključuje se da cikloidno ozubljenje u poređenju sa evolventnim, u kinematskom pogledu ima nesumnjive prednosti. To naročito dolazi do izražaja kod prenosnika velikih snaga, gde primena cikloidnog ozubljenja obezbeđuje veću nosivost, manje habanje i bolje uslove podmazivanja bokova zuba, a time i duži vek trajanja zupčanika.

#### 4. NOSIVOST BOKOVA ZUBACA

Opterećenje cikloidnog ozubljenja cilindričnih zupčanika u toku sprezanja je razmatrano samo sa

aspekta uticaja geometrijskog oblika profila zubača zupčanika u sprezi.

Usled dejstva normalne sile  $F_n$  na bokovima zupca se javljaju naponi u oblasti oko tačke dodira. Pri određivanju tih napona polazi se od osnovne Hertz-ove jednačine [1]:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n}{b} \frac{1}{\rho_{sr}} \frac{1}{\pi \left( \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}} . \quad (24)$$

gde su:  $E_1, E_2$  - moduli elastičnosti,

$v_1, v_2$  - Poisson-ovi brojevi materijala od kojih su napravljeni zupčanika u sprezi,

$\rho_{sr}$  - srednji poluprečnik krivina profila zubača u sprezi.

Merilo uticaja geometrije cikloidnih profila zubača na kontaktne napone na bokovima zubača jeste srednji poluprečnik krivine profila. Za slučaj dodira konveksnog i konkavnog profila, njihov srednji poluprečnik krivine u tački dodira se određuje uz pomoć izraza:

$$\rho_{sr} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} . \quad (25)$$

Potrebno je naglasiti da je vrednost  $\rho_{sr}$  pozitivna, što znači da se u poslednjem izrazu uvek oduzima manja vrednost poluprečnika od veće.

Za izračunavanje poluprečnika krivine profila cikloidnih zubača koristi se poznati izraz iz geometrije cikloidnih krivih [2] :

$$\rho_i = \frac{4R_i q_{ji} (1+q_{ji})}{1+2q_{ji}} \sin \frac{\varphi_i}{2q_{ji}} . \quad (26)$$

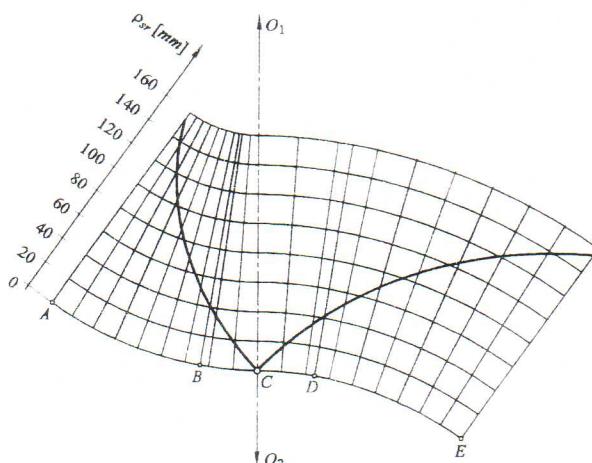
Prema tome, srednji poluprečnik krivine za tačke dodira na delu dodirnice  $AC$ , može se izraziti u obliku:

$$\rho_{sr(AC)} = \frac{4R_1 (1+q_{h1}) (1+iq_{h1})}{1-i} \sin \frac{\varphi}{2q_{h1}} , \quad (27)$$

pri čemu je vrednost ugla  $\varphi$  u intervalu  $\varphi \in (0; \varphi_{e1}]$ . Za deo dodirnice  $CE$ , gde je sprezanje glave zupca pogonskog i noge zupca gonjenog zupčanika, može da se primeni izraz:

$$\rho_{sr(CE)} = \frac{4R_2 (1+q_{h2}) (1+iq_{h2})}{1-i} \sin \frac{\varphi}{2q_{h2}} , \quad (28)$$

za vrednosti  $\varphi \in (0; \varphi_{e2}]$ .



Slika 5. Dijagram promene srednjeg poluprečnika krivine profila zubaca u toku dodirnog perioda

Za izabrani zupčasti par konstruisan je dijagram promene  $\rho_{sr}$  duž dodirnice. Sa dijagraama se može videti da cikloidni profili na početku i kraju dodirnog perioda imaju izrazito velike vrednosti srednjeg poluprečnika krivina, i, prema tome, male kontaktne napone. Najveći kontaktni naponi nastaju u okolini kinematskog pola, gde deluje ukupna normalna sila  $F_n$ , a  $\rho_{sr} = \rho_{sr\min}$ . Iz ove analizi isključena je tačka  $C$  u kojoj je teorijska vrednost  $\rho_{sr} = \infty$ .

Za evolventno ozubljenje sa istim geometrijskim parametrima kao kod cikloidnog izračunate su vrednosti srednjeg poluprečnika krivina: u kinematskom polu  $\rho_{sr}=51.303\text{mm}$  i na početku sprezanja  $\rho_{sr}=28.137\text{mm}$ . Upoređujući izračunate vrednosti za oba ozubljenja može se zaključiti da su u oblasti kinematskog pola povoljnije tribološke karakteristike kod evolventnog ozubljenja, dok se na početku i kraju sprezanja prednost daje cikloidnom ozubljenju.

## 5. ZAKLJUČAK

Sprovedene istraživanja pokazuju da je specifično klizanje jedan od značajnih faktora ograničenja pri izboru geometrijskog oblika profila zupca zupčanika i pokazatelj je uslova za pojavu trenja i habanja površina zubaca u kontaktu. Pokazano je da specifično klizanje kod cikloidnog ozubljenja ima konstantnu vrednost na određenim delovima profila zubaca čime je omogućeno ravnomernije habanje na tim delovima profila zubaca pojedinih zupčanika.

U cilju boljeg sagledavanja prednosti cikloidnog ozubljenja u odnosu na evolventno proračunate su vrednosti uticajnih veličina za obe vrste ozubljenja i izvršeno je njihovo međusobno poređenje. Može se zaključiti da cikloidno ozubljenje ima brojne prednosti. Te prednosti se ogledaju u većim brzinama kotrljanja i boljem naleganju bokova. Sprezanje bokova je po većoj površini pa je i podmazivanje mnogo bolje. To je naročito izraženo pri ulaženju bokova zubaca u spregu, gde su vrednosti poluprečnika krivine profila mnogo veće kod cikloidnih profila. To ima za posledicu mirniji rad i smanjenje udara bokova zubaca na početku sprezanja.

## LITERATURA

1. Niemann G., Winter H. : Maschinen-elemente, Band 2, Springer-Verlag, Heidelberg, 1989.
2. Savelov A. A. : Ploskie krive, Moskva, Fizmatgiz, 1960.
3. Ivanović L. : Analiza geometrijskih parametara neevolventnog oblika profila cilindričnih zupčanika, Magistarski rad, Mašinski fakultet, Kragujevac, 1995.
4. Frolov K.V. i dr. : Teorija mehanizmov i mašin, Moskva, Visšaja škola, 1987.
5. Rosić B. : Analiza oblika zubaca i naponskih stanja cilindričnih zupčanika sa tankim obodom primenjenih u vazduhoplovstvu, Magistarski rad, Mašinski fakultet, Beograd, 1987.
6. Velimirović M. : Istraživanje habanja evolventnog ozubljenja, IRMES, Beograd, 1998.