

motorna vozila i motori
MVM '96
motor vehicles and engines

zbornik radova - proceedings



IX međunarodni naučni skup
IX international scientific meeting

Kragujevac, 2.- 4. oktobar 1996. god.

Mr Lozica Ivanović, asistent, dr Danica Josifović, redovni profesor,

GEOMETRIJSKI PARAMETRI PLANETNIH HIDRAULIČNIH MOTORA SA TROHOIDNIM OZUBLJENJEM

IZVOD Planetni mehanizam sa trohoidnim unutrašnjim ozubljenjem - gerotor je radna komponenta gerotormotora, posebne grupe hidrauličnih motora. Gerotor radi na principu planetnog reduktora, a sastoji se od dva elementa: rotora, sa spoljašnjim trohoidnim ozubljenjem i statora, čije je unutrašnje ozubljenje realizovano pomoću valjčića. U radu su opisane geometrijske karakteristike ovog zupčastog para. Najpre su definisane jednačine trohoide, a zatim su opisani principi generisanja trohoidnog ozubljenja. Razvijen je matematički model teorijskog profila ozubljenja u obliku ekvidistante trohoide. Izvršena je analiza geometrije ozubljenja i izvedeni su zaključci.

KLJUČNE REČI: trohoidno ozubljenje, planetni reduktor, gerotor, hidraulični motor

GEOMETRICAL PARAMETERS OF THE PLANETARY HYDRAULIC MOTORS WITH TROCHOIDAL GEARING

ABSTRACT Planetary mechanism with internal trochoidal gearing - gerotor is a working component of the gerotormotors, the special group of the hydraulic motors. The function of gerotor is based on the principle of the planetary gearing applied to speed - reducing drives and it is made of two elements: rotor with external trochoidal gearing and stator whose internal gearing is realized with rollers. In the paper are described geometrical characteristics of this pair. First, it is defined the equation of trochoid and then are described the principles of the generation of trochoidal gearing. Mathematical model of theoretical profile of gearing is developed in the form of the equidistance of trochoid. Also is considered the analysis of the geometry of gearing and appropriate conclusions are drawn.

KEY WORDS: trochoidal gearing, planetary gearbox, gerotor, hydraulic motor

1. UVOD

Gerotormotori su posebna grupa hidrauličnih motora, koji kao radnu komponentu imaju gerotor - zupčasti par sa unutrašnjim trohoidnim ozubljenjem /1/. Gerotor radi na principu planetnog reduktora. Spoljašnji zupčanik - stator ima unutrašnje ozubljenje u obliku valjčića. Valjčići se slobodno obrću oko svojih osa koje su fiksirane na unutrašnjem obodu statora. Unutar prstenastog statora ekscentrično je postavljen rotor sa spoljašnjim ozubljenjem. Profil zubaca rotora ima oblik ekvidistantne trohoide, krive iz familije cikloida. Broj zubaca statora je za jedan veći od broja zubaca rotora i zahvaljujući toj razlici postižu se povoljni kinematski efekti.

Mogućnost dobijanja malog broja obrtaja pri velikom obrtnom momentu, uz male gabarite i težinu obezbedila je raznovrsnost primene gerotora. Najčešće se primenjuje kao komponenta hidromotora u sistemima upravljanja mnogih tipova motornih vozila, uključujući i letelice /1/, /2/. Osim ove poznate su primene kod različitih rotacionih mašina: pumpi, kompresora, duvaljki i dr. U

svim oblastima primene prednosti zupčastih parova sa trohoidnim unutrašnjim ozubljenjem su: kompaktna konstrukcija, mala težina i gabariti, veliki prenosni odnos, velike brzine i mala inercija, malo trenje klizanja, velika pouzdanost, veliki stepen iskorišćenja i dug vek /2/.

I pored brojnih prednosti trohoidni oblici nalaze relativno malu primenu. Glavni razlozi tome su izuzetno složena i skupa izrada, a zatim i nedovoljno razvijeni sistemi proračuna geometrije ozubljenja. Da bi se ostvarila njihova šira primena potrebno je razraditi geometriju i konstrukciju elemenata trohoidnog oblika. U tom smislu, jedan od ciljeva ovog rada je i doprinos boljem sagledavanju mogućnosti projektovanja i primene trohoidnih unutrašnjih ozubljenja.

U radu su najpre predstavljeni različiti oblici trohoida i izvedene jednačine koje ih definišu. Zatim je koncipiran teorijski model generisanja ozubljenja sa ekvidistantom trohoide, koji se bazira na teoremi o dvostrukoj realizaciji trohoida. Date su jednačine koje opisuju geometriju ovog ozubljenja. Takođe su analizirane geometrijske karakteristike

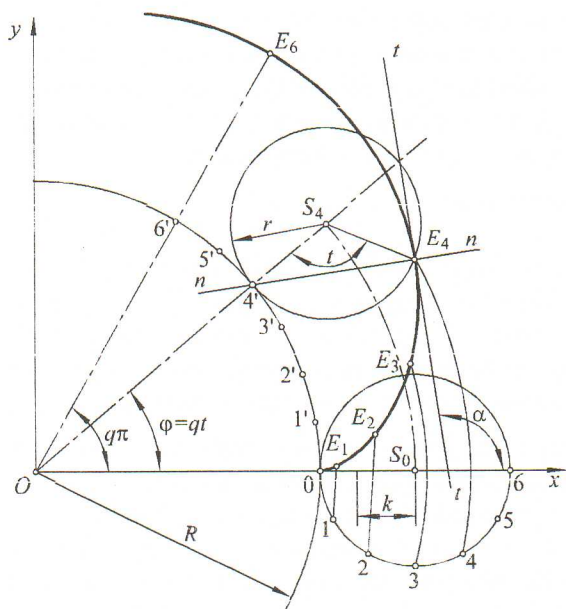
ristike kao i prednosti ovog ozubljenja u odnosu na druge vrste. Na kraju je dat završni komentar i izvedeni su zaključci.

2. GEOMETRIJA TROHOIDE

Trohoida je kriva linija iz familije cikloida, a dobija se kao putanja tačke fiksirane za kružnicu na udaljenosti k od njenog središta, kada se ova kotrlja bez klizanja po nepokretnoj kružnici /3/. U zavisnosti od toga da li kružnica kotrlja sa spoljašnje ili unutrašnje strane, trohoida se dele na epitrohoida i hipotrohoida. Na slici 1 je, kao primer, data konstrukcija epicikloide sa označenim parametrima trohoida. Ako se sa r označi poluprečnik pokretne kružnice, sa R poluprečnik nepokretne kružnice, a njihov odnos sa $q=r/R$, na osnovu prikazane konstrukcije mogu da se izvedu parametarske jednačine trohoida u obliku:

$$\begin{aligned} x &= (R + qR) \cos qt - k \cos(t + qt), \\ y &= (R + qR) \sin qt - k \sin(t + qt), \end{aligned} \quad (1)$$

uz napomenu da parametri q i k mogu imati pozitivnu ili negativnu vrednost. U slučaju kada je $q > 0$ jednačine (1) izražavaju epitrohoidu, a za $q < 0$ hipotrohoidu. Ako je $k > r$ trohoida je produžena, za $k < r$ skraćena, a u slučaju $k = r$ dobija se obična epicikloida ili hipocikloida.



Slika 1 Konstrukcija epicikloide

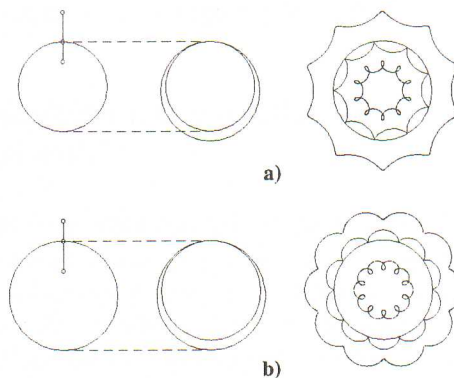
Specijalan oblik trohoida je peritrohoida koju opisuje tačka vezana za kružnicu koja se kotrlja sa spoljašnje strane oko nepokretne kružnice. Peritrohoida se izražava jednačinama (1) ako je modul q negativan broj i po apsolutnoj vrednosti je veći od jedinice.

3. TROHOIDNO OZUBLJENJE

Pri konstrukciji profila trohoidnog unutrašnjeg ozubljenja odnos poluprečnika pokretne i nepokretne kružnice se bira tako da se dobije zatvorena kriva. To znači da q može da se izrazi u obliku racionalnog broja $q = \frac{n \pm 1}{n}$,

gde je n ceo pozitivan broj /4/. Nepokretne kružnice su, uslovno uzeto, kinematske kružnice zupčanika. Poluprečnik pokretne kružnice je jednak poluprečniku jedne od kinematskih kružnica tako da se dobija ozubljenje u tački /5/. Pri tome mogu da se analiziraju dva slučaja:

- $R_2 = \frac{n-1}{n} R_1$, kada se kao spregnuti profil dobija hipotrohoida (Sl. 2, a),
- $R_2 = \frac{n+1}{n} R_1$, kada se dobija peritrohoida (Sl. 2, b), gde su R_1 i R_2 poluprečnici kinematskih kružnica.

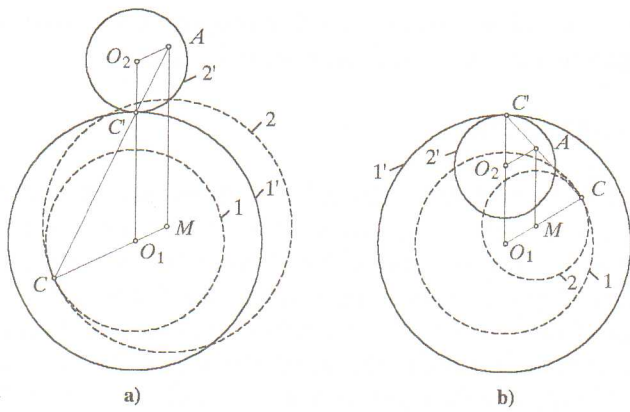


Slika 2 Oblici osnovnog profila ozubljenja
a) hipotrohoida b) peritrohoida

Tačke, kao teorijski profil zuba, sa praktične strane nisu pogodne za ozubljenje i zato se zamenjuju valjčićima. Spregnuti profil dobija oblik ekvidistante osnovne trohoida, čije je udaljenje jednako poluprečniku izabranog valjčića. Pri izboru udaljenja za unutrašnju ekvidistantu postoji geometrijsko ograničenje prema minimalnom poluprečniku krivine osnovne krive /4/. Da bi se izbegla pojava zašiljenosti ili geometrijski presek profila potrebno je da udaljenje ekvidistante bude manje od minimalnog poluprečnika krivine osnovne krive. Ovo je jedan od značajnih ograničavajućih uslova koji mora biti ispunjen pri konstrukciji profila ozubljenja u obliku unutrašnje ekvidistante trohoida.

3.1. Generisanje ozubljenja sa profilom ekvidistante trohoida

U cilju predstavljanja teorijskog profila ozubljenja u analitičkom obliku koristi se teorema o dvostrukoj realizaciji trohoida /5/. Prema ovoj teoremi svaka trohoida može da se ostvari na dva načina, kotrljanjem dva para kružnica, pri čemu se u prvom slučaju dobijaju epitrohoida i peritrohoida a u drugom dve hipotrohoida /6/.



Slika 3 Dvostruka realizacija trohoida: a) epitrohoida
b) hipotrohoida

Na slici (3, a) putanja tačke A je epitrohoida dobijena kotrljanjem kružnice $2'$ (poluprečnika R_2') po kružnici $1'$ (poluprečnika R_1'), a ista kriva se dobija i kao peritrohoida nastala kotrljanjem kružnice 2 (poluprečnika R_2) po kružnici 1 (poluprečnika R_1). Na sličan način se može pokazati da se hipotrohoida može realizovati kao skraćena i kao produžena hipocikloida različitih parova kružnica (Sl. 3, b) [5], [7].

Na osnovu geometrijskih odnosa sa slike 3 može se napisati odnos:

$$\frac{R_1'}{R_1} = \frac{R_1' \pm R_2'}{R_2} = \frac{R_2'}{k} = u, \quad (2)$$

gde je u - koeficijent uvećanja trohoida, a k je udaljenje tačke koja generiše trohoidu od središta kružnice.

Iz ovih jednakosti slede relacije:

$$\begin{aligned} R_1' &= \frac{R_1'}{R_2} k = nk, \\ R_2 &= \frac{R_1' \pm R_2'}{R_2'} k = (n \pm 1)k, \end{aligned} \quad (3)$$

gde je

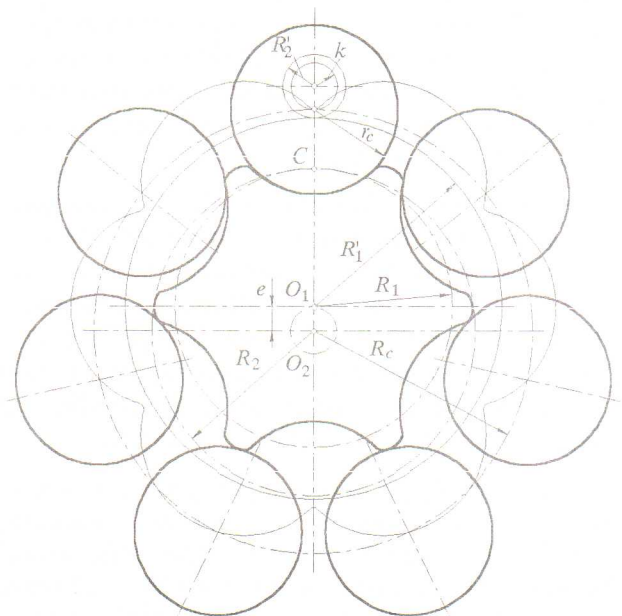
$$n = \frac{R_1'}{R_2'} \quad (4)$$

U jednačinama se gornji znak odnosi na epitrohoide, a donji na hipotrohoide.

Pri projektovanju ozubljenja poznate veličine su broj zubaca rotora z_1 i osno rastojanje ili ekscentricitet e . Na osnovu osobina razmatranog ozubljenja broj zubaca statora je $z_2 = z_1 + 1$, a modul ozubljenja $m = 2e$.

Osnova za realizaciju ozubljenja je peritrohoida. Poluprečnik nepokretne kružnice je jednak poluprečniku kinematske kružnice rotora R_1 , dok je poluprečnik pokretne kružnice jednak poluprečniku kinematske kružnice statora R_2 . Međutim, jednostavniji je drugi način generisanja osnovne krive, kada se ona posmatra kao skraćena epicikloida. Veličina n se bira tako da je jednaka broju zubaca z_1 , a koeficijent u da bude veći od jedinice. U slučaju $u < 1$ dobija se produžena epicikloida sa petljama koja ne može da se primeni za profil ozubljenja. Za $u = 1$ dobija se obična epicikloida kod koje unutrašnja ekvidistanta ne može da se formira na čitavom prfilu, tako da nije pogodna za praktičnu primenu. Poluprečnici kružnica R_1' i R_2' moraju da zadovolje relacije (2-4), a udaljenje k je jednako ekscentricitetu e . Profil rotora je opisan unutrašnjom ekvidistantom skraćene epicikloide, a profil statora opisuju valjčići, čiji je poluprečnik jednak udaljenju ekvidistante r_c .

Geometrijski odnosi pri generisanju ozubljenja gerotora predstavljeni su na slici 4.

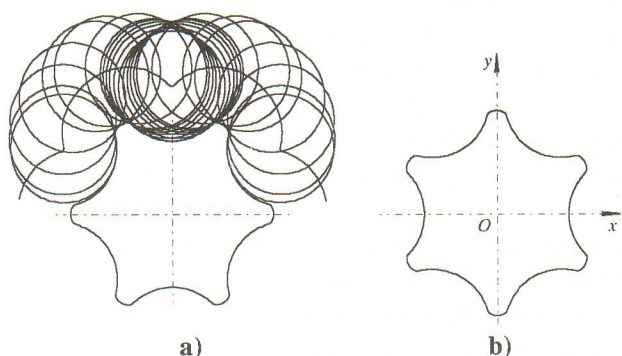


Slika 4 Generisanje ozubljenja sa profilom ekvidistante trohoida

Polazeći od jednačina trohoida i na osnovu osobina ekvidistante, profil ozubljenja može da se predstavi u grafičkom (Sl. 5, a) i analitičkom obliku:

$$\begin{aligned} x &= e \left\{ u(z_1 + 1) \cos \varphi - \cos[(z_1 + 1)\varphi] \right\} + \frac{r_c \left\{ \cos[(z_1 + 1)\varphi] - u \cos \varphi \right\}}{\sqrt{1 - 2u \cos(z_1 \varphi) + u^2}}, \\ y &= e \left\{ u(z_1 + 1) \sin \varphi - \sin[(z_1 + 1)\varphi] \right\} + \frac{r_c \left\{ \sin[(z_1 + 1)\varphi] - u \sin \varphi \right\}}{\sqrt{1 - 2u \cos(z_1 \varphi) + u^2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Zatim je razrađen matematički model profila ozubljenja rotora i program za njegovo automatsko generisanje, a rezultat testiranja tog programa dat je na slici (5,b).



Slika 5 Ozubljenje generisano: a) grafičkom metodom b) analitičkom metodom

4. ANALIZA GEOMETRIJE OZUBLJENJA GEROTORA

Analiza geometrije zupčastog para sa ozubljenjem u obliku ekvidistante trohoide pokazuje da je njegova konfiguracija u potpunosti određena parametrima e , u , z_1 i r_c . Odgovarajućim izborom vrednosti tih parametara može da se ostvari relativno velika zapremina radnog prostora i veliki kapacitet gerotora pri izuzetno malim gabaritima i težini zupčanika.

Kod razmatranog teorijskog profila je omogućen istovremeni dodir svih zubaca, što se povoljno odražava na raspodelu opterećenja. Analizom oblika profila i procesa sprezanja dolazi se do zaključka da preovladava konveksno - konkavni dodir, čime su smanjeni kontaktni naponi, manje je habanje, bolji su uslovi za protok fluida i odgovarajuće podmazivanje dodirnih površina /5/. Takođe je obezbeđena kontinualnost sprezanja.

Jedna od najznačajnijih prednosti ovog tipa ozubljenja u odnosu na druge zupčaste parove sa unutrašnjim ozubljenjem je u izrazito velikim vrednostima srednjih poluprečnika krivina profila u oblasti dodira /5/. Poznato je da ova veličina ima veliki uticaj na dodirni pritisak elemenata u kontaktu.

Da bi analiza geometrije razmatranog ozubljenja bila potpunija potrebno je odrediti minimalne poluprečnike krivine konveksnih delova profila. Na osnovu tih vrednosti može da se analizira kontaktna čvrstoća i podsecanje profila. Osim toga, potrebno je odrediti granične vrednosti koeficijenta u i poluprečnika valjčića r_c , pri kojima je isključena nepovoljna pojava zašiljenosti i preseka krivih. Takođe je značajno odrediti vrednosti ovih parametara koje obezbeđuju maksimalnu vrednost srednjeg poluprečnika krivina profila kada se u kontaktu nalazi tačka konveksnog dela profila rotora sa minimalnim poluprečnikom krivine. Ova analiza bi mogla

da ima važnu ulogu u optimalnom konstruisanju zupčastih parova sa trohoidnim ozubljenjem.

5. ZAKLJUČAK

U radu su analizirani geometrijski parametri planetnog zupčastog para - gerotora, kao radne komponente posebne grupe hidrauličnih motora. Geometrija trohoidnog ozubljenja razmatranog zupčastog para se bazira na teoremi o dvostrukoj realizaciji trohoida. Izvedene su parametarske jednačine koje opisuju profil ozubljenja u obliku ekvidistante trohoide i razvijen je matematički model i program za njegovo automatsko generisanje.

Pokazano je da geometriju profila ovog ozubljenja određuju sledeći parametri: broj zubaca zupčanika rotora z_1 , ekscentricitet e , koeficijent uvećanja trohoide u i udaljenje ekvidistante r_c . Odgovarajućim izborom ovih parametara mogla bi da se ostvari optimalna konstrukcija gerotora. U tom smislu, potrebno je odrediti granične vrednosti parametara, kao i vrednosti koje bi obezbedile najpovoljnije uslove sprezanja analiziranog zupčastog para.

Razmatranjem geometrijskih parametara gerotora i analizom njihovih osobina utvrđene su prednosti zupčastih parova sa trohoidnim ozubljenjem u odnosu na ostale: kompaktna konstrukcija sa malim gabaritnim merama, mala težina, povoljne tribološke karakteristike, veća pouzdanost, veći stepen iskorišćenja i duži vek trajanja.

6. LITERATURA

- /1/ Christ K. : Gerotormotor pn 16 MPa TGL 10881, Maschinenbautechnik, Vol. 27, 1978 (8), str. 347-349.
- /2/ Bašta T. M. : Gidravličeskie privodi letatelnih aparatov, Mašinstroenie, Moskva, 1967.
- /3/ Savelov A. A. : Ploskie krive, Fizmatgiz, Moskva, 1960.
- /4/ Lehmann M. : Sonderformen der Zykloidenverzahnung, Konstruktion, 1979, Vol. 31, str. 429-433.
- /5/ Ivanović L. : Analiza geometrijskih parametara neevolventnog oblika profila cilindričnih zupčanika, Magistarski rad, Mašinski fakultet, Kragujevac, 1995.
- /6/ DUBBEL, Taschenbuch fur den Maschinenbau, 13. Aufl., Band 1, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1974.
- /7/ Živković Ž. : Teorija mašina i mehanizama, Univerzitet u Nišu, Mašinski fakultet, 1992.