



## MATEMATIČKI MODEL AUTOMATSKE TRANSMISIJE U PUTNIČKIM VOZILIMA

Vanja Šušteršić, Milun Babić, Dušan Gordić

Automatska transmisija predstavlja jedan od najkompleksnijih podsistema u motornim vozilima. Ona se sastoji iz tri dela tj. elektronske upravljačke jedinice, hidrauličke upravljačke jedinice i mehaničkih komponenti. Prvenstveni cilj primene automatske transmisije u putničkim vozilima je da se smanje udari pri promeni stepena prenosa, tj. da se ostvari što kvalitetnija promena stepena prenosa. U većini slučajeva se koriste eksperimentalne metode za ispitivanje kvaliteta i parametara pri promeni stepena prenosa, kao i razvoj algoritma upravljanja. Međutim, eksperimenti iziskuju velika materijalna sredstva i vreme, pa je zato poželjno da se razvije matematički model koji može da simulira čitavu transmisiju i koji će na taj način da uštedi vreme i novac, a proveri eksperimentalne rezultate.

U ovom radu je dat dinamički model sistema automatske transmisije čiji je zadatak da simulira realne uslove rada svih komponenti sistema.

**Ključne reči:** automatska transmisija, matematički model, promena stepena prenosa

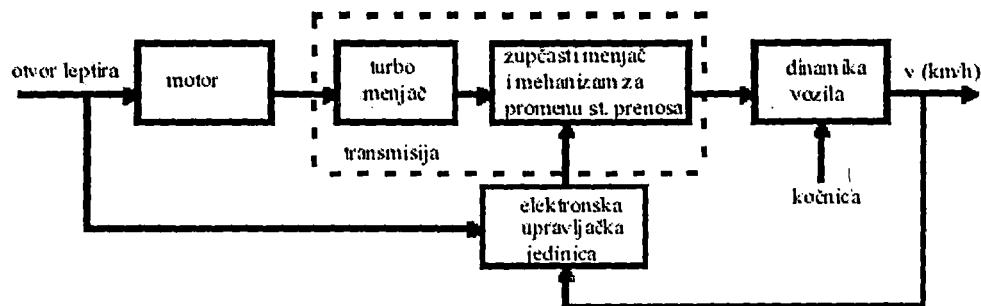
### 1. Uvod

U današnjoj globalnoj ekonomiji veoma važno mesto zauzima brza isporuka proizvoda na tržište. Brz razvojni ciklus proizvoda zahtevaju od kompanija da idu u korak sa novim tehnologijama i da uzimaju u obzir želje potrošača. Zato kompanije sve više koriste kompjutersku simulaciju kao jedan od načina za smanjenje vremenskog ciklusa proizvodnje, smanjenje cena i eliminisanje grešaka koje se javljaju pri eksperimentu. Danas se koristi veliki broj paketa programa za simulaciju prenosnika snage (Matlab-SIMULINK, SystemBuild, EASY5, DYMOLA, i dr.) koji omogućavaju rešavanje sistema nelinearnih diferencijalnih jednačina i kreiranje dinamičkog ponašanja vozila.

### 2. Matematički model

Automatska transmisija je danas veoma rasprostranjena u putničkim vozilima jer obezbeđuje niz prednosti kao što su gladak start, amortizaciju poremećaja izlaznog momenta, lako rukovanje i bezbednost. Ona se sastoji uglavnom iz tri dela tj. elektronske upravljačke jedinice, hidrauličke upravljačke jedinice i mehaničkih

komponenti. Promena stepena prenosa se vrši bez uticaja vozača, pa samim tim udari koji se javljaju pri promeni stepena prenosa izazivaju poremećaj komfora. Zato je neophodno ostvariti što bolji kvalitet promene stepena prenosa. U većini slučajeva se koriste eksperimentalne metode, ali one zahtevaju veće napore i vreme za istraživanje i razvoj novog algoritma upravljanja. Zato je poželjno da se razvije model koji može da simulira rad celog prenosnika snage. Na taj način se omogućava testiranje različitih konfiguracija prenosnika, pojedinih komponenti, kao i eliminacija grešaka koje se javljaju pri eksperimentalnom testiranju. U ovom radu izvršeno je modeliranje svake komponente ponaosob, a zatim i njihovo povezivanje u ceo sistem prenosnika snage. Na sl. 1 je data šema simulacionog modela prenosnika snage u putničkom vozilu.



Sl. 1 Blok dijagram sistema za prenos snage

## 2.1 Turbomenjač

Većina dosadašnjih studija se zasnivala na proračunu statičkih karakteristika turbomenjača i određivanju njegovih parametara. Proučavanje dinamičkih karakteristika turbomenjača je kombinovano sa sistemom automatske transmisije. Dinamičke karakteristike turbomenjača su opisane sa tri momentne jednačine i jednom energetskom jednačinom. Taj model sadrži nelinearne diferencijalne jednačine, posmatra se režim rada pri  $\omega_p \leq \omega_t$ , zatim uzima se da je prostor izmedju lopatičnih kola turbomenjača zanemarljiv, da su protočne površine konstantne, da je polje brzina i pritisaka uniformno kroz meridijanski poprečni presek i da je debljina lopatica zanemarljiva.

Momentne jednačine za bilo koje kolo se mogu izraziti kao:

$$M_i = \int_A (\vec{r} \times \vec{c}) \cdot \rho \cdot (\vec{c} \times dA) + \frac{\partial}{\partial t} \int_V (\vec{r} \times \vec{c}) \cdot \rho \cdot dV$$

gde prvi sabirak predstavlja transport količine kretanja kroz kontrolnu površinu, a drugi sabirak predstavlja zakon o momentu količine kretanja.

Ako je uzet jednodimenzionalni model turbomenjača, onda se integral kroz kontrolnu površinu može napisati kao:

$$\int_A (\vec{r} \times \vec{c}) \cdot \rho \cdot (\vec{c} \times dA) = (\vec{r} \times \vec{c})_{izl} \cdot m_{izl} - (\vec{r} \times \vec{c})_{ul} \cdot m_{ul}$$

gde je:  $\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$  - apsolutna brzina fluida,  $\rho$  - gustina fluida, a  $A$  - protočna površina.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V (\vec{r} \times \vec{c}) \cdot \rho \cdot dV = \omega_i \cdot \int_V r^2 \cdot \rho \cdot dV + \rho \cdot S_i \cdot \frac{dV}{dt} = I_i \cdot \omega_i + \rho \cdot S_i \cdot \frac{dV}{dt}.$$

Jednačina energetskog bilansa se može napisati kao:

$$E = E_{mehanicko} + \frac{1}{2} \cdot \rho \int_V c^2 dV = \frac{1}{2} \cdot (I_p \cdot \omega_p^2 + I_t \cdot \omega_t^2 + I_r \cdot \omega_r^2 + \rho \cdot L_f \cdot V^2) \\ + \rho \cdot V \cdot (S_p \cdot \omega_p + S_t \cdot \omega_t + S_r \cdot \omega_r)$$

gde je:  $L_f = \int_1^2 \frac{dl}{A \cdot \sin^2 \beta}$  - linijska integraciona konstanta koja predstavlja inercioni otpor protoka pri ubrzavanju.

U turbomenjaču se javljaju i hidraulični gubici koji nastaju usled uzajamnog delovanja fluidnih čestica i lepljanja čestica o zidove i prouzrokovani su dejstvom viskoznih sila. Pri uprošćenom posmatranju, a koje zadovoljava potrebe integracije podistema turbomenjača u okviru sistema automatske transmisije, uvodjenjem osrednjih brzina po protočnom preseku uzimamo u obzir gubitke usled trenja i vrtloženja ( $\Delta p_{tr}$ ), gubitke koji nastaju usled udara ( $\Delta p_u$ ) i gubitke koji nastaju usled naglog suženja ili proširenja protočnih kanala. Treća grupa gubitaka ima relativno malu vrednost u odnosu na gubitke zbog trenja i udara i ne predstavlja poseban interes u razmatranju uticaja parametara radnih kola na karakteristike menjajuća, pa ih ovde nećemo ni tretitati.

$$\Delta p_{tr} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \sum_j (c_{trj} \cdot w_{trj}^2)$$

gde je:  $c_{trj}$  - frikcionim faktor trenja fluida koji se dobija empirijskim putem i kreće se u granicama od 0,2 do 0,3, a  $w_{trj}$  - relativna brzina izmedju fluida i lopatica.

Gubici na udar se javljaju zbog nepodudaranja pravca relativne brzine sa pravcem tangente na skeletnicu lopatice na ulazu u lopatično kolo, a određuju se po sledećoj relaciji:

$$\Delta p_u = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \sum_j c_{uj} \cdot v_{uj}^2$$

gde su:  $c_{uj}$  - koeficijent udara koji se određuje eksperimentalno, ali se pokazalo da vrednost  $c_{uj} = 1$  daje najbolje približavanje sa eksperimentalnim rezultatima i  $v_{uj}$  - brzina udara koja rezultira razlikom izmedju brzine radnog fluida na ulazu u lopatični kolo i brzine lopatice.

## 2.2 Planetarni prenosnik

Planetarni prenosnik je jednostruki osnovni planetarni prenosnik koji se sastoji od dva centralna zupčanika (sa spoljnjim ozubljenjem - zupčanik sunce  $s$  i sa unutrašnjim

ozubljenjem - obuhvatni zupčanik  $u$ ), satelita  $p$  i krivaje  $k$ . Ugaone brzine u planetarnom prenosniku se računaju na osnovu Willis-ovog obrasca i uvek mora da bude zadovoljena relacija:

$$(1 - i_{su}^k) \cdot \omega_k = \omega_s - i_{su}^k \cdot \omega_u ;$$

$$\omega_k = \frac{z_s}{z_s + z_u} \cdot \omega_s + \frac{z_u}{z_s + z_u} \cdot \omega_u$$

$$\omega_k = i_s \cdot \omega_s + i_u \cdot \omega_u$$

Što se tiče momenta važe sledeće relacije:

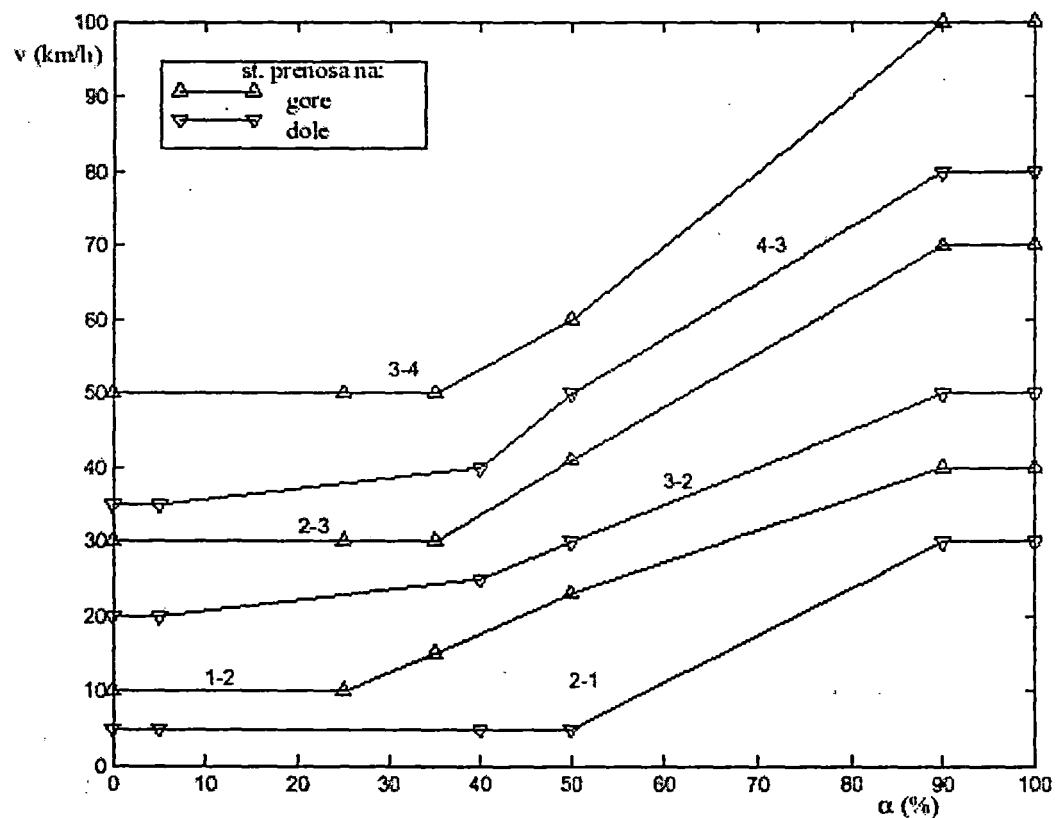
$$M_s = i_s \cdot M_k$$

$$M_u = i_u \cdot M_k$$

$$\frac{M_s}{M_u} = \frac{z_s}{z_u}$$

### 2.3 Elektronska upravljačka jedinica

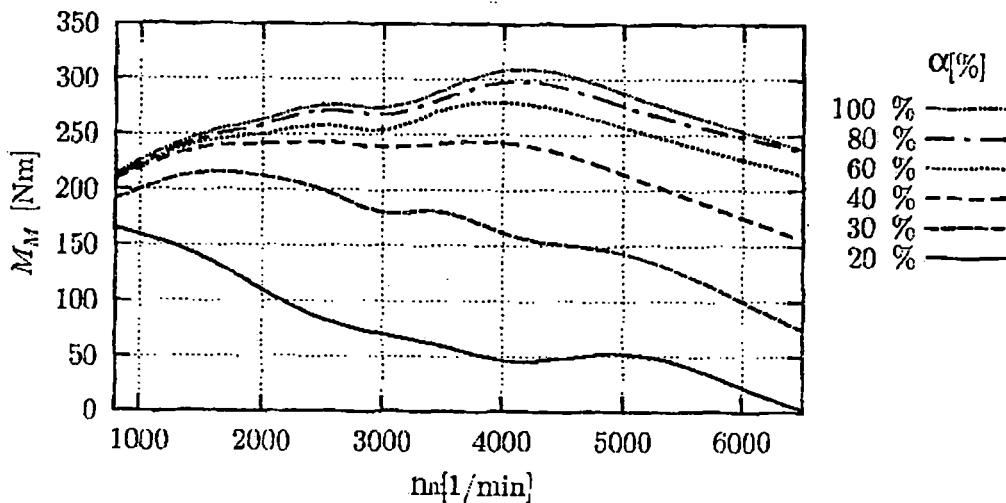
Elektronska upravljačka jedinica je sastavljena od senzora, solenoidnih ventila i TCU (Transmission Control Unit) i njen zadatak je da upravlja promenom stepena prenosa. TCU računa vrednosti parametara na osnovu podataka koje daju senzori i pretvara ih u signale za upravljanje solenoidnim ventilima.



Sl.2 Dijagram promene stepena prenosa

## 2.4 Motor

Za istraživanje kvaliteta promene stepena prenosa od velikog interesa je i uticaj motora. On se može modelirati kao obrtno čvrsto telo. Pri proračunima nam je kao izlazni parametar neophodan podatak o momentu motora. Postoji u literaturi više načina na koji se on određuje /1/, /4/. Jedan od njih je merenjem i prikazivanjem pomoću dvodimenzionalnog dijagrama (sl.3.) kao funkcija otvora leptira  $\alpha$  i broja obrtaja motora  $n_m$ .



Slika 3. Moment motora  $M_m = M_m(\alpha, n_m)$

Diferencijalna jednačina motora može da se napiše kao:

$$I_m \cdot \omega_m = ((1 - \beta) \cdot M_m - M_p)$$

gde  $\beta$  predstavlja smanjenje opterećenja za vreme promene stepena prenosa.

## 2.5 Otpori puta

Postoje tri osnovne sile otpora puta kad se vozilo kreće, a koje se moraju uzeti u obzir: sila otpora kotrljanju, sila otpora vazduha i sila otpora nagiba puta.

$$F_{kotr} = G \cdot f_o \cdot (1 + \alpha \cdot v^2) \cdot \cos \alpha$$

$$F_v = c_x \cdot \frac{\rho_v}{2} \cdot A \cdot v^2 = k \cdot \frac{A \cdot v^2}{13}$$

$$F_\alpha = G \cdot \sin \alpha$$

Moment otpora puta je:

$$M_o = (F_{kotr} + F_v + F_\alpha) \cdot \frac{r_d}{i_d}$$

gde su:  $r_d$  - radijus pneumatika, a  $i_d$  - prenosni odnos diferencijala,  $\rho_v$  - gustina vazduha,  $c_x$  - koeficijent otpora vazduha,  $\alpha$  - nagib puta,  $A$  - čeona površina vozila,  $G$  - težina vozila,  $f_o$  - koeficijent kotrljanja.

### 3. Zaključak

U radu je dat matematički model simulacije rada automatske transmisije u vozilu, koja se sastoji od više komponenti, a čiji je uticaj prikazan preko sistema običnih diferencijalnih jednačina. Zadatak inženjerske analize se sastoji u tome da se odrede parametri sistema koji neće dovesti do nestabilnog rada, odnosno da se izvrši optimalna promena stepena prenosa u transmisiji. Korišćenjem savremenih simulacionih modela u razvoju automatske transmisije znatno se skraćuju faze izrade i ispitivanja prototipova, čime se smanjuju i ukupni troškovi lansiranja novog modela. Modeliranje procesa promene stepena prenosa u automatskoj transmisiji dobija na značaju poslednjih godina naročito sa razvojem računarske tehnike, kao i eksperimentalnih uredjaja i metoda merenja.

### Literatura

- [1] Christer Ramden: "Modeling and Simulation of a Hydrodynamic Torque converter", Link ping University, XI 1996
- [2] Haj-Fraj A., Pfeiffer F.: "Optimal Control of Gear Shift Operations in Automatic Transmissions" Journal of Franklin Institute, 2001
- [3] Hrovat D. and Tolber W. E.: "Bond graph modeling and computer simulation of automotive torque converters", J. Franklin Inst., Special Issue on Physical Structure in Modeling, Vol. 319, No 1/2, pp 93-114, Jan. 1985
- [4] Zahary Rubin, Scott Munns, John Moskwa: "The Development of Vehicular Powertain System Modeling Methodologies: Philosophy and Implementation" SAE paper 971089

## MATHEMATICAL MODEL OF AUTOMATIC TRANSMISSION FOR PASSENGER CARS

**Vanja Šušteršić, Milutin Babić, Dušan Gordić**

*Automatic transmission is one of the most complex subsystems of motor vehicle. It consists of three divisions i.e. electronic control unit, hydraulic control unit and mechanical components. The main objective of application of automatic transmission in passenger cars is to reduce strokes during a gearshift i.e. to achieve as much quality in gear shifting as it is possible. In most cases, experimental methods for investigation of quality and parameters of gearshift, as well as development of control algorithms are used. However, experiments demand great material means and time, so it is convenient to develop a mathematical model that can simulate the whole transmission, save time and money and confirm experimental results.*

*A dynamic model of automatic transmission system having the objective to simulate the real operating conditions of all system components is presented in this paper.*

*Key words: automatic transmission, mathematical model, gearshift.*

Adresa autora: Mr Vanja Šušteršić, Mašinski fakultet, Sestre Janjić 6, 34000

Kragujevac; e-mail: vanjas@knez.uis.kg.ac.yu

Dr Milun Babić; e-mail:nastasija@ptt.yu;

Dušan Gordić; e-mail:gordic@ptt.yu