

Slika 4. Grafički oblik predstavljanja rezultata proračuna

Element	Comment
85	-69309E-02
86	-69154E-02
87	-69057E-02
88	-69018E-02
89	-69001E-02
90	-69001E-02
91	-69001E-02
92	-69001E-02
93	-69001E-02
94	-69001E-02
95	-69001E-02
96	-69001E-02
97	-69001E-02
98	-69001E-02
99	-69001E-02
100	-69001E-02
101	-69001E-02
102	-69001E-02
103	-69001E-02
104	-69001E-02
105	-69001E-02
106	-69001E-02
107	-69001E-02
108	-69001E-02
109	-69001E-02

Slika 5. Numerički oblik predstavljanja rezultata proračuna

Način vršenja ispitivanja	Vrh vretena	Pomjeranje čvorova u pravcu y ose [μm]					Kraj vretena
		40 mm od vrha	Prednje ležište (120 mm)	Srednje ležište (340 mm)	Zadnje ležište		
ANSYS	-8,055	-6,52	-3,13	-0,921	-0,036	-0,036	-0,0154
Eksp. mjerjenje		-6,72					

Tabela 3. Uporedni pregledi rezultata pomjeranja čvorova u pravcu y ose dobijen eksperimentalnim mjerenjem i analizom u programskom sistemu ANSYS.

#### 4. ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada je bio da se uz pomoć programskog sistema baziranog na metodi konačnih elemenata ANSYS izvrši analiza statičkog ponašanja sklopa glavnog vretena univerzalnog struga, a zatim da se rezultati analize uporede sa rezultatima dobijenim eksperimentalnim mjerenjem. Eksperimentalno mjerenje pomjeranja vrha glavnog vretena u radijalnom pravcu vrši se u tački koja je udaljena 40 mm od vrha vretena. Rezultati dobijeni uz pomoć programskog sistema ANSYS razlikuju se za 5,9 % od rezultata dobijenih eksperimentalnim putem.

#### LITERATURA

- [1] Košarac, A.: Analiza karakteristika i mogućnosti savremenih programskih sistema baziranih na MKE; Seminarski rad, Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2002.
- [2] Milojević, Z.: Razvoj specijalizovanog programskog sistema za analizu statičkog ponašanja sklopa glavnog vretena mašina alatki korišćenjem savremenih softverskih paketa; Magistarska teza; Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2002.
- [3] Pastor, A.: Računarska analiza statičkog ponašanja sklopa glavnog vretena univerzalnog struga PA-255, Ispitni rad; Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 1999.
- [4] Šarenac, M.: Projektovanje vratila alatnih mašina po kriterijumu krutosti, Zbornik radova IRMES '98, Beograd, 1998.

### MATEMATIČKI MODEL RADA LAMELASTIH FRIKCIONIH SPOJNICA U AUTOMATSKOJ TRANSMISIJI

Mr Vanja Šušteršič, Dr Nebojša Jovičić, Dr Dušan Gordić, Dr Milan Despotović<sup>1</sup>

**Rezime:** Frikcione lamelaste spojnice i kočnice igraju veoma važnu ulogu u kvalitetnoj promeni stepena prenosa i zato je neophodno da se elektro-hidraulički upravljaju i da imaju stabilnu karakteristiku koja zavisi od frikcionog materijala. Takođe je neophodno da imaju dovoljnu toplotnu kapacitivnost da bi izdržale visoke radne temperature za vreme promene stepena prenosa. Njihovom primenom u automatskim transmisijama postiže se promena stepena prenosa pod opterećenjem, bez prekida toka snage, znatno se smanjuje vreme procesa prekopčavanja, smanjuje se napor vozača i uprošćava zadatak automatizacije promene stepena prenosa.

Jedan od najtežih i najvažnijih zadataka sistema za automatsko upravljanje menjačem je obezbeđenje kontinualnog uključivanja frikcionih spojnica i kočnica. Ako ovo pitanje nije dobro rešeno javljaju se prekidi u radu vozila, što otežava njegovu eksploataciju i uzrokuje dinamička opterećenja u transmisiji vozila i motoru.

U ovom radu je dat matematički model uključivanja lamelastih spojnica i kočnica pri promeni stepena prenosa iz nižeg u viši, kao i rezultati simulacije u programskom paketu MATLAB-Simulink.

**Ključne reči:** frikzione lamelaste spojnice, matematički model, simulacija

### MATHEMATICAL MODEL OF FRICTION DISC CLUTCH OPERATION IN AUTOMATIC TRANSMISSION

**Abstract:** Friction disc clutches and brakes have very important role in quality of gear shifting. Thus, it is necessary that they have electric-hydraulic control and stable characteristics which depend on a type of a friction material. Also, it is necessary that they have sufficient heat capacitance in order to be able to resist high operation temperatures during gear shifting. By application of friction disc clutches and brakes in automatic transmissions, gear shifting under load is achieved without power flow interruption. Gear shifting time is considerably reduced, driver's load is decreased and the task of gear shifting is simplified. One of the heaviest and the most important tasks of the system for gearbox automatic control is to provide continuous engagement of friction clutches and brakes. If this task is not successfully

<sup>1</sup> Mr Vanja Šušteršič, Mašinski fakultet, Kragujevac, E-mail: vanjas@knez.uis.kg.ac.yu  
Dr Nebojša Jovičić, docent, Mašinskifakultet, Kragujevac, E-mail: njovicic@knez.uis.kg.ac.yu  
Dr Dušan Gordić, docent, Mašinskifakultet, Kragujevac, E-mail: gordic@knez.uis.kg.ac.yu  
Dr Milan Despotović, docent, Mašinskifakultet, Kragujevac, E-mail: despot@knez.uis.kg.ac.yu

resolved, there are some interruptions in vehicle's operation and it makes its exploitation more difficult and causes dynamic loads of vehicle's transmission and engine.

This paper presents a mathematical model of engagement of disc clutches and brakes during gear shifting from higher to lower level, as well as the results of simulation performed by MATLAB-Simulink computer program.

Key words: friction disc clutches, mathematical model, simulation

## 1. UVOD

Jedan od najtežih i najvažnijih zadataka sistema za automatsko upravljanje menjačem je obezbeđenje kontinualnog uključivanja frikcionih spojnica i kočnica. Ako ovo pitanje nije dobro rešeno javljaju se prekidi u radu vozila, što otežava njegovu eksploataciju i uzrokuje dinamička opterećenja u transmisiji vozila i motoru. Ovaj problem se rešava na različite načine, a u praksi se sreću najčešće tri:

- pomoću akumulatora pritiska,
- pomoću ventila za kontinualnu promenu pritiska na principu prigušivanja (ventili prigušnog tipa),
- pomoću ventila za kontinualnu promenu protoka (ventili prelivnog tipa).

Pri promeni stepena prenosa upravlja se, pre svega, lamelastim spojnicama i kočnicama. Pre razvoja odgovarajućeg modela neophodno je postaviti diferencijalne jednačine ponašanja spojnica pri njihovom blokiranju i deblokiranju (*stick-slip* efekat). Prilikom analize procesa uključivanja lamelastih spojnica (i kočnica) su utvrđene tri karakteristične faze:

- uklanjanje zazora između lamela frikcione spojnice;
- povećanje pritiska u hidrocilindru kojim se ostvaruje proklizavanje lamela (ta se faza u literaturi često naziva *torque phase* ili *stick phase* (momentna faza [1]));
- nastavak povećanja pritiska kojim se postiže spajanje lamela bez proklizavanja (u literaturi se ova faza naziva *inertia, speed* ili *slip phase* (inerciona ili faza proklizavanja [1])).

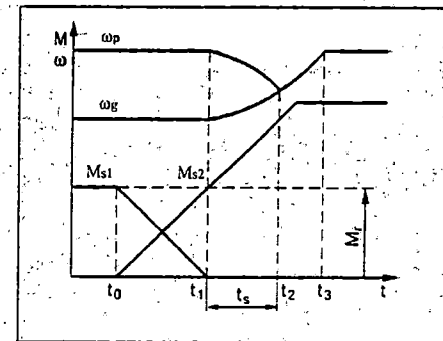
U prvoj fazi (0-1)(sl.1) moment spojnice najviše je jednak momentu otpora ( $M \leq M_0$ ), a ugaona brzina gonjenog elementa je jednaka nuli. Tada gonjene lamele spojnice još miruju dok pogonske lamele pod dejstvom klipa hidrocilindra vrše translatorno kretanje kojim se eliminišu zazor između lamela (torque phase).

U drugoj fazi uključivanja spojnice (1-2) ostvaruje se dodir lamela uz njihovo proklizavanje; drugim rečima, u ovoj fazi su brzine pogonskih lamela još uvek veće od gonjenih iako je na kraju ovog perioda ostvareno potpuno uključivanje spojnice.

U trećoj fazi (2-3) obrtni moment zadržava najveću vrednost dostignutu na kraju druge faze, ugaona brzina pogonskih lamela opada, a gonjenih raste do njihovog izjednačenja na kraju III faze, tj. do prestanka proklizavanja.

Primećuje se da izlazni moment opada značajno za vreme momentne faze. Ovo je izazvano pre svega promenom stepena prenosa od višeg prenosnog odnosa (1. st. prenosa) na niži prenosni odnos (2. st. prenosa) i taj pad momenta se u literaturi naziva "*momentna rupa*" (*torque hole*) [2]. Idealna promena stepena prenosa bi se ostvarila primenom jednosmernih spojnica. Međutim, kad se koriste frikционе spojnice teško je dostići idealnu promenu stepena prenosa ali se one danas primenjuju u većini modernih automatskih transmisija. Ako se gonjene lamele spojnice isključe suviše kasno, spojnice se "bore" jedna protiv drugih i bivaju "vezane" ("*bindup*" ili "*tie-up*" [1,2]). Ova pojava izaziva uvećanje pada momenta, više nego što je neophodno, dajući vozaču osećaj smanjenja snage. Ako se pak gonjene lamele spojnice isključe suviše rano, sposobnost pogonskih lamela spojnica nije dovoljna da izbalansira momen-

motora. Tada motor ubrzava primetno i nastaje takozvano "*rasplamsavanje*" (u literaturi poznato kao "*flare*") [2]. Obe ove pojave su nepoželjne, pri čemu vozač više primećuje tzv. "*rasplamsavanje*". Primenom modela lamelastih spojnica u simulaciji čitave automatske transmisije može da se ostavi dobra zavisnost pritiska pogonskih i gonjenih lamela, što je blizu ostvarivanja idealne promene stepena prenosa, a bez upotrebe skupih višenamenskih jednosmernih spojnica.



Sl. 1 Šema procesa uključivanja lamelaste spojnice

## 2. MATEMATIČKI MODEL RADA FRIKCIONIH SPOJNICA

Na površine lamela dejstvuju preko klipa sledeće sile:

- $F_{st}$  - sila koja deluje na klip usled statičkog pritiska ulja;
- $F_{cf}$  - sila koja deluje na klip usled centrifugalnih sila ulja;
- $F_{op}$  - sila koja deluje na klip od sistema odbojnih opruga.

Jednačina ravnoteže klipa, kad je spojnica uključena, glasi:

$$F = F_{st} + F_{cf} - F_{op}$$

$$F_{st} = p_{st} \cdot A$$

gde je ukupna dodirna površina trenja:

$$A = (R_2^2 - R_1^2) \cdot \pi \cdot z$$

- $R_2$  i  $R_1$  - spoljni i unutrašnji poluprečnici dodirnih površina lamela,
- $z$  - broj dodirnih površina.

Sila koja deluje na klip od sistema odbojnih opruga se računa kao:

$$F_{op} = c \cdot f \cdot n$$

$$f = f_0 + h$$

gde je:  $f_0$  - početni ugib,  $h$  - radni hod klipa, a  $n$  - broj opruga.

Promena pritiska pri dejstvu centrifugalnih sila radne tečnosti koje se javljaju pri obrtanju radnog cilindra frikcionih spojnica je:

$$dp_c = \rho \cdot \omega^2 \cdot R \cdot dR$$

gde su:

$\rho$  - [kg/m<sup>3</sup>] - gustina radne tečnosti;

$p_c$  [Pa] - pritisak u hidrocilindru usled centrifugalne sile radne tečnosti;

$\omega$  [s<sup>-1</sup>] - ugaona brzina obrtanja radne tečnosti;

$R$  [m] - tekući radijus položaja radne tečnosti.

Iz prethodne jednačine se dobija vrednost pritiska na tekućem radijusu:

$$p_c = \int_{R_0}^R \rho \cdot \omega^2 \cdot R \cdot dR = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot (R^2 - R_0^2)$$

odnosno vrednost centrifugalne sile radne tečnosti sa unutrašnjim poluprečnikom  $R_1$  i spoljašnjim poluprečnikom  $R_2$ :

$$F_{cf} = \int_{R_1}^{R_2} p_c \cdot 2 \cdot R \cdot \pi \cdot dR = \frac{\pi \cdot \rho \cdot \omega^2}{4} \cdot [R_2^4 - R_1^4 - 2 \cdot R_0^2 \cdot (R_2^2 - R_1^2)]$$

Najčešće je poluprečnik  $R_0$  mnogo manji od  $R_2$ , pa se prethodni izraz može opravdano napisati u obliku:

$$F_{cf} = \frac{\pi \cdot \rho \cdot \omega^2}{4} \cdot [R_2^4 - R_1^4]$$

Sila ima konstantnu vrednost posle rasterećenja radne komore hidrocilindra. Kada se klip hidrocilindra vraća pomoću opruga, sili  $F_{cf}$  se suprotstavlja sila opruga  $F_{op}$ . Pri tome može da se desi da se potpuno isključenje ne ostvari - ako je  $F_{cf} > F_{op}$ , ili da se potpuno isključenje ostvaruje sporo, sa kašnjenjem. Da bi se ta pojava izbegla, u obrtnim cilindrima se izradjuju otvori koji se nalaze na radijusu približnom radijusu  $R_2$ . Kroz te otvore radna tečnost se stalno istiskuje dok traje uključenost spojnice, što zahteva povećani protok pumpe i dovodi do povećanja gubitaka i zagrevanja ulja. Sem toga, radna komora cilindra je izložena prljanju produktima centrifugiranja. Ovi nedostaci se mogu izbeći primenom centrifugalnog kugličnog ventila.

Obrtni moment koji može da prenese višelamelasta spojница određuje se po relaciji:

$$M_{spoj} = \int_{R_1}^{R_2} 2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot n \cdot p \cdot R^2 \cdot dR = R_c \cdot F \cdot \mu \cdot z$$

gde je:

$$R_c = \frac{2 \cdot (R_2^3 - R_1^3)}{3 \cdot (R_2^2 - R_1^2)}$$

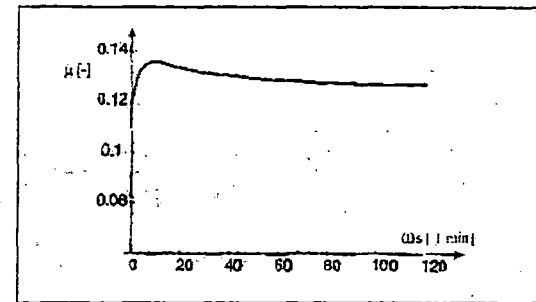
$\mu$  - koeficijent trenja, koji zavisi od oblika kanala za podmazivanje, specifičnog pritiska, relativne brzine klizanja dodirnih površina. Njegova funkcionalna zavisnost je prikazana grafički (sl.2) ili kao kvadratna funkcija bezdimenzionalne brzine klizanja [4]:

$$\mu(t) = 0.17 - 0.16 \cdot \bar{v}(t) + 0.16 \cdot \bar{v}(t)^2$$

Pri projektovanju frikcionog sklopa potrebno je odrediti maksimalni moment trenja koji on treba da prenese. Izmedju maksimalnog momenta trenja i momenta motora, odnosno nominalnog momenta za proračun, postoji zavisnost:

$$M_{spoj} = \beta \cdot M_m$$

gde je:  $\beta$  - koeficijent rezerve frikcionog sklopa koji se za frikcione parove koji rade u ulju kreće u granicama  $\beta = 1,3 - 1,7$ .



Sl. 2 Zavisnost koeficijenta trenja

Statičke jednačine za sistem frikcionih spojnica koja je uključena glasi:

$$I_1 \cdot \omega_1 = M_1 - b_1 \cdot \omega_1 - M_{spoj}$$

$$I_2 \cdot \omega_2 = M_{spoj} - b_2 \cdot \omega_2$$

gde moment spojnice zavisi od veličine spojnice, frikcionih karakteristika i normalne sile koja deluje na lamele spojnice, i gde je  $I$  - moment inercije [kgm<sup>2</sup>],  $b$  - prigušenje [Nm/(rad/s)], a indeksi 1 i 2 označavaju pogonske, odnosno gonjene lamele frikcionih spojnica koja je uključena.

Kada je spojница u fazi klizanja uzima se u obzir dinamički koeficijent trenja, i ceo moment je koristan sa pravcem suprotnim klizanju.

$$M_{f \max} = R_c \cdot F \cdot \mu_d \cdot z$$

$$M_{spoj} = \text{sgn}(\omega_1 - \omega_2) M_{f \max}$$

U trenutku kada je  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  sistem dejstvujucih momenata postaje:

$$(I_1 + I_2) \cdot \omega = M_1 - (b_1 + b_2) \cdot \omega$$

odakle se dobija da je:

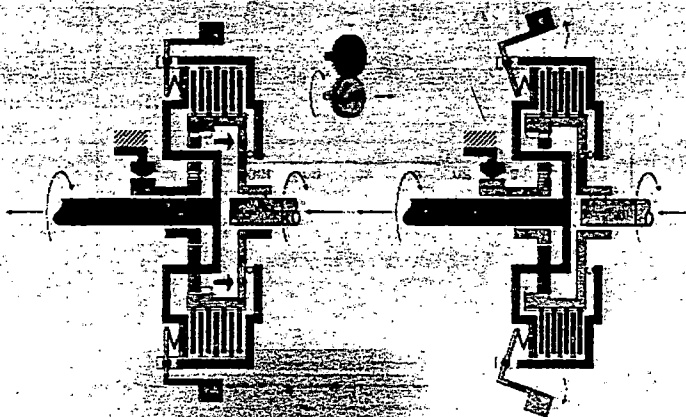
$$M_{spoj} = M_f = \frac{I_2 \cdot M_1 - (I_2 \cdot b_2 - I_1 \cdot b_1) \cdot \omega}{I_1 + I_2}$$

Ukoliko je  $|M_{spoj}| \leq M_{f \max}$  spojница je uključena, a ako je  $|M_{spoj}| > M_{f \max}$  spojница prelazi u fazu proklizavanja.

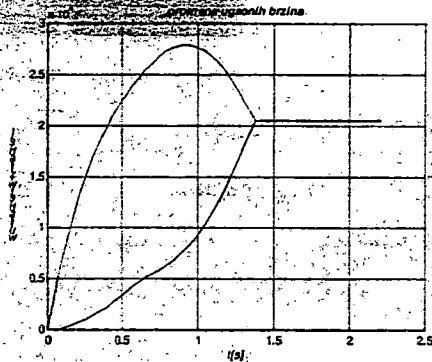
Na sl. 3 je prikazan princip dejstva jedne lamelaste spojnice sa mehaničkim uključivanjem, a na sl.4 je dat dijagramski prikaz ugaonih brzina gonjenih i pogonskih lamela dobijenih simulacijom u programskom paketu MATLAB-Simulink.

### 3. ZAKLJUČAK

Primena frikcionih sklopova u transmisijama u svojstvu uređaja za promenu stepena prenosa omogućava minimalno trajanje prelaznog procesa, smanjenje dinamičkih opterećenja elemenata i naprezanje vozača. Ujedno, značajno pojednostavljuju zadatak automatizacije i omogućavaju promenu stepena prenosa pod opterećenjem.



a) isključena spojnica      b) uključena spojnica  
Sl. 3 Prikaz funkcionisanja lamelastih frikcionih spojnica



Sl. 4 Zavisnost ugaonih brzina lamelastih spojnica pri promeni stepena prenosa, dobijen simulacionim programom

### LITERATURA

- [1] Jacobson B.: "Gear Shifting with Retained Power Transfer", Doctoral thesis, Chalmers University of Technology, 1993
- [2] Megli T.W., et al: "Shift Characteristics of a 4-Speed Automatic Transmission", Transmission and Driveline System Symposium, 1999
- [3] Byung-Kwan Shin, Jae-Woong Hur and al: "The Analysis of Proportional Solenoid Valve and its Application to the Shift control of Automatic transmission" Fluid Power, Forth JHPS Inertantional Symposium, 1999

30.131.5.2003.god.

## METODA KONAČNIH ELEMENATA U IZUČAVANJU DINAMIČNOSTI DVOSTEPENE TALASNE TRANSMISIJE

Sava Ianici<sup>1</sup>

**Rezime:** U ovom radu se predstavlja naponska analiza u elastičnom zupčaniku dvostepene talasne transmisije, primenom metode konačnih elemenata. Metoda konačnih elemenata se zasniva na varijacioni račun, koji se može razložiti po sledećim fazama: razvoj modela za proračun, sklopljenje jednačina konačnih elemenata, slaganje konačnih jednačina u sistemu jednačina cele strukture i rešavanje tog sistema.

**Ključne reči:** kratki elastični zupčanik, dvostepena talasna transmisija, metoda konačnih elemenata

### FINITE ELEMENT METHOD (F.E.M.) IN DYNAMIC STUDY OF THE TOOTHED DOUBLE HARMONIC TRANSMISSION (D.H.T.)

**Summary:** In this paper is presented the strenght analysis on the flexpline of the double harmonic transmission (D.H.T.), by using the finite element method (F.E.M.). Finite element method is based on the varitional formulation and needs the following stage: elaborating the compuation pattern, constituting the equations of the finite elements, assembling the equations within the system of equations of the structure and the solving this system..

**Key words:** short flexible toothed wheel, double harmonic transmission, finite element method.

### 1. INTRODUCTION

The main trend during the present stage of development and modernization of technical industry is constituted by the automation of production processes and their integration within systems controlled and co-ordinate by computers.

In this respect it becomes necessary to improve and create new mechanic transmissions able to perform precise motions and to transmit big loads.

This new category includes also the toothed harmonic transmission, mainly used in the design and manufacturing of drives for industrial robots [1],[4],[5].

The toothed harmonic transmission is essentially different from the classic mechanic transmissions as it transmits and transforms kinematics and dynamic parameters of the rotation motion through elastic deformation propagated according to a harmonic law of one of its elements named flexible toothed wheel.

<sup>1</sup> Prof.dr.eng., "Eftimie Murgu" University of Reșița, Faculty of Engineering, P-ța Traian Vuia 1-4, 1700 Reșița, Romania, e-mail: s.ianici@uem.ro