

t,
2,
h
is

MAŠINSKI FAKULTET U KRAGUJEVCU
JUGOSLOVENSKO DRUŠTVO ZA MAŠINSKE ELEMENTE I KONSTRUKCIJE



IRMES
'04

Naučno-stručni skup

ISTRAŽIVANJE I RAZVOJ
MAŠINSKIH ELEMENATA
I SISTEMA



Kragujevac, 16. i 17. septembar 2004. god. Hotel "Šumarice"

TRENJE U ZUPČASTO-KAIŠNIM PRENOSNICIMA

Blaža Stojanović

U okviru rada biće data detaljna analiza tribomehaničkih sistema. Zub kaiša ulazi u spregu sa pogonskim kaišnikom maksimalno istegnut usled prethodnog zatezanja. Pri ulazu u spregu vrh zuba kaiša ostvaruje kontakt sa spoljnom površinom zuba kaišnika. Proces ulaska zuba kaiša u spregu sa kaišnikom praćen je relativnim klizanjem njihovih bočnih površina uz pojavu sile trenja. Vrednost normalne sile se menja po paraboličnom zakonu, što dovodi do promene sile trenja. Najveća vrednost normalne sile i sile trenja se javlja u korenu zuba. Pored toga u kontaktu se nalaze međuzublje kaiša i teme zuba kaišnika, a povremeno i čeona površina kaiša sa obodnim prstenom. Trenje se javlja i u ovim tribomehaničkim sistemima, s tim što su vrednosti sila trenja manje u odnosu na silu trenja koja se javlja u korenu zuba.

1. Uvod

Zupčasti kaišni prenosnici predstavljaju relativno novu koncepciju u prenosu snage, danas prihvaćenu u svim oblastima industrije. To je zapravo kombinacija lančanog i zupčastog prenosa, sa prednostima koje poseduju kaišni prenos. To su u osnovi pljosnati kaiševi sa serijom jednakih prostornih zuba unutar temenog prečnika [1].

Uprkos prednostima u radu zupčasti kaišni prenosnici su relativno skoro dobili veliku primenu. Tek posle upotrebe zupčastih kaiševa u pogonu bregaste osovine motora sa unutrašnjim sagorevanjem, postala je očigledna svrsishodnost njihove primene. U eksploataciji se najčešće koriste zupčasti kaišni prenosnici sa trapeznim profilom zuba. Kinematika sprezanja i analiza trenja će se odnositi upravo na njih.

2. Kinematika sprezanja zupčastih kaišnih prenosnika

Bočna površina zuba kaiša posle ulaza u spregu ostvaruje kontakt sa bočnom površinom zuba kaišnika. Pored toga u kontaktu se nalaze međuzublje kaiša i teme zuba kaišnika, a povremeno i čeona površina kaiša sa obodnim prstenom. Zub kaiša ulazi u spregu sa pogonskim kaišnikom maksimalno istegnut usled prethodnog zatezanja. Pri ulazu u spregu vrh zuba kaiša ostvaruje kontakt sa spoljnom površinom zuba kaišnika. U tom

trenutku dolazi do kontakta po liniji. Usled interference zuba kaiša zadire u bočnu površinu zuba kaišnika. S obzirom na elastične osobine kaiša i veliku krutost kaišnika dolazi do deformacije zuba kaiša (slika 1, položaj 4). Deformacija zuba kaiša raste, dok se istovremeno povećava površina kontakta kaiša i kaišnika. Veličina deformacije zuba može se odrediti pomoću sledećeg izraza:

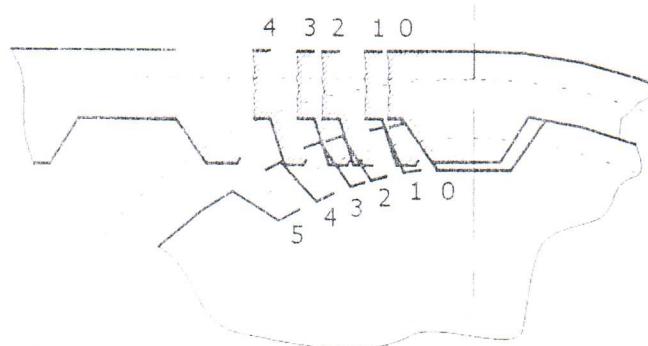
$$\Delta_z \approx \frac{1.5 \cdot F_o}{c_z \cdot z_{01}}$$

gde su: F_o - obimna sila,

c_z - krutost zuba kaiša i

z_{01} - broj zuba pogonskog kaišnika.

Tačka kontakta između zuba kaiša i kaišnika se pomera od vrha zuba kaišnika ka njegovom korenu. Maksimalna deformacija zuba nastaje u položaju 2 (slika 1). Usled dejstva unutrašnjih napona i zaokretanja kaiša i kaišnika dolazi do smanjenja deformacija. Da bi u položaju 0 (slika 1) došlo do potpunog poklapanja bočnih površina zuba kaiša i kaišnika. Sada nastaje kontakt po površini. Proces ulaska zuba kaiša u spregu sa kaišnikom praćen je relativnim klizanjem njihovih bočnih površina uz pojavu sile trenja. Vrednost normalne sile se menja po paraboličnom zakonu, što dovodi do promene sile trenja [2]. Najveća vrednost normalne sile i sile trenja se javlja u korenu zuba.

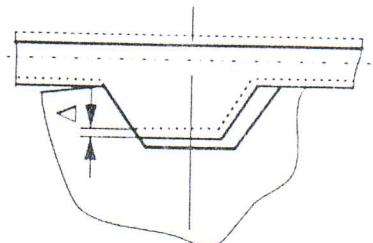


Slika 1. Šema ulaza zuba kaiša u spregu sa zubom pogonskog kaišnika

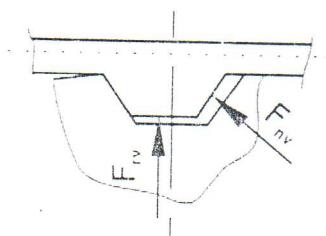
Poklapanje unutrašnje površine kaiša i spoljne površine kaišnika traje veoma kratko. Usled dejstava radijalnih i centrifugalnih sile dolazi do pomeranja površine kontakta u radijalnom pravcu (slika 2). Pri pomeranju kaiša u radijalnom pravcu dolazi do pojave sile trenja u kontaktu. Ukupna pomeranje dostižu 1/5, odnosno 1/3 visine zuba ako se zanemari sila trenja [2].

Pri kontaktu kaiša i kaišnika u spregu se unosi izvestna količina vazduha. Jedan deo vazduha u aksijalnom pravcu izlazi iz sprege, dok ostatak vazduha ostaje zarobljen. S obzirom na postojanje radijalnog i bočnog zazora između zuba kaiša i kaišnika vazduh se zadržava u tom prostoru. Radijalna komponenta vazduha dodatno opterećuje unutrašnju površinu kaiša i pokušava da izbaci kaiš iz sprege. Komponenta vazduha u pravcu kretanja dodatno opterećuje kaiš i povećava pritisak na kontaktnoj površini što dovodi do dodatne deformacije zuba kaiša (slika 3). Usled dejstva radijalne i centrifugalne sile i vazduha nastaje dodatno kretanje kaiša u radijalnom pravcu. Pri ovom kretanju dolazi do relativnog klizanja bočnih površina zuba kaiša i kaišnika.

Kretanje je praćeno pojavom sile trenja klizanja, čije su vrednosti manje od sile trenja koja nastaje pri ulazu zuba kaiša u spregu sa kaišnikom.



Slika 2. Pomeranje kaiša u radijalnom pravcu



Slika 3. Radijalna i tangencijalna komponenta vazduha

Osim kretanja u tangencijalnom i radijalnom pravcu, kod zupčastog kaiša je izraženo i kretanje u aksijalnom pravcu. Ovo kretanje je uslovljeno konstrukcijom kaiša i helikoidnim namotajem vučnog elementa. Pri aksijalnom kretanju dolazi do kontakta čeone površine kaiša i obodnog prstena. Kontakt je posebno izražen pri ulazu i izlazu zuba kaiša iz sprege sa kaišnikom. Tada uglavnom i dolazi do oštećenja kaiša, naročito ako postoje greške pri izradi ili montaži kaišnika. Duž obvojnog luka takođe dolazi do kontakta kaiš-obodni prsten i to uglavnom zbog relativnog pomeranja kaiša u odnosu na kaišnik.

3.Trenje u zupčasto-kaišnim prenosnicima

Najveći deo kretanja i snage prenosi se oblikom, dok se samo jedan mali deo prenosi trenjem. Uticaj trenja u svakom slučaju nije zanemarljiv. Pojava trenja u zupčasto kaišnom prenosniku, kao i njegove posledice nisu dovoljno razjašnjene. Za razliku od ostalih prenosnika snage i kretanja (zupčanika, lančanih prenosnika, kardanskih prenosnika i td.) gde se trenje uglavnom javlja pri kontaktu dve metalne površine, kod zupčastih kaišnih prenosnika u kontaktu se nalaze metalna i nemetalna površina odnosno dve nemetalne površine [3].

U zupčasto kaišnom prenosniku razlikujemo sledeće tribomehaničke sisteme:

- zub kaiša – zub kaišnika
- čelo kaiša – obodni prsten
- međuzublje kaiša – teme zuba kaišnika

U tabeli 1 date su vrste kretanja koje se javljaju u ovim tribomehaničkim sistemima:

Tabela 1. Tribomehanički sistemi i vrste kretanja kod zupčastih kaišnih prenosnika

Tribomehanički sistem	Vrsta kretanja
zub kaiša - zub kaišnika	- udar - klizanje - kotrljanje
čelo kaiša - obodni prsten	- udar - klizanje
međuzublje kaiša - teme zuba kaišnika	- klizanje - kotrljanje

Pri sprezanju zuba kaiša sa zubom kaišnika u kontaktu se nalaze njihove bočne površine. U trenutku ulaza zuba kaiša u spregu sa kaišnikom najpre dolazi do kontakta po liniji. Početak sprezanja započinje udarom zuba kaiša u Zub kaišnika. Zub kaiša se, obzirom na svoje elastične osobine, deformiše i dolazi do povećanja kontaktne površine. Nakon povećanja površine kontakta i zaokretanja kaiša i kaišnika, Zub kaiša počinje da klizi niz bočnu površinu kaišnika, pri čemu se javlja trenje kotrljanja sa klizanjem. Vrednost sile trenja raste sa povećanjem puta klizanja, tako da svoju najveću vrednost ima u korenu zuba kaiša (slika 4). Istovremeno tačka delovanja rezultujuće komponente normalne sile pomera se od vrha zuba ka njegovom korenu. Normalna sila se menja po paraboličnom zakonu:

$$N_i = -\frac{N_{\max}}{l_t^2} \cdot (l - l_t)^2 + N_{\max}$$

gde su:

N_{\max} - maksimalna vrednost normalne sile ($N_{\max} \approx 1.5F_0/z_{01}$) i

l_t - put trenja

Sila trenja koja se javlja na bočnoj površini zuba kaiša određuje se pomoću sledećeg izraza:

$$F_{ti} = N_i \cdot \mu = \frac{F_{oi} \cdot \mu}{\cos(\beta/2)}$$

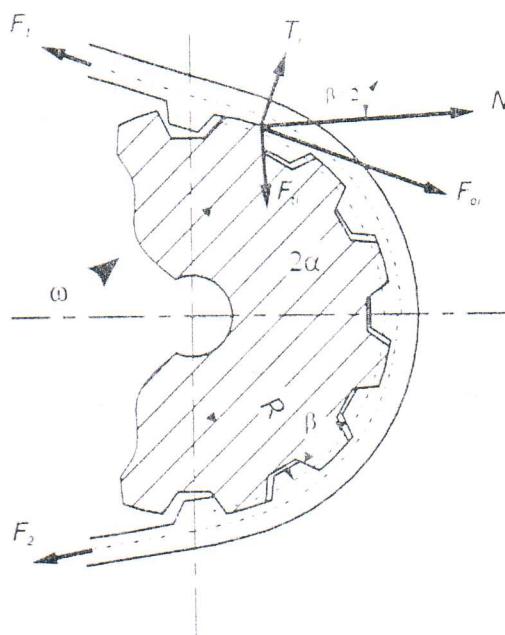
gde su:

N_i - normalna sila koja deluje na Zub kaiša,

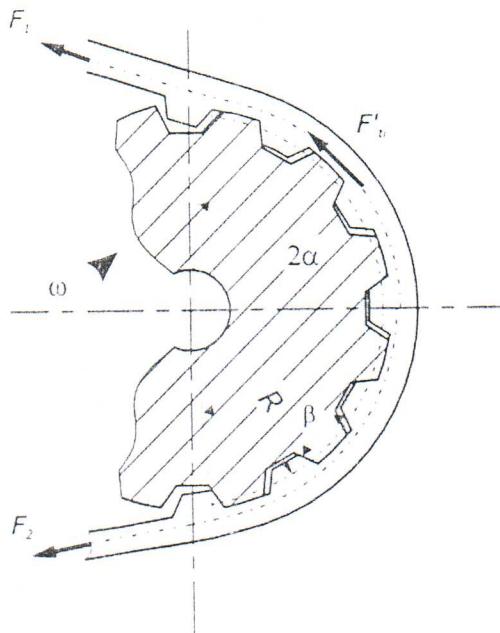
μ - koeficijent trenja,

F_{oi} - obimna sila koja deluje na Zub kaiša i

β - ugao profila kaiša.



Slika 4. Sila trenja na bočnoj površini zuba kaiša



Slika 5. Sila trenja između međuzublja kaiša i temena zuba kaišnika

Međutim usled deformacije kaiša, dejstva radijalne, centrifugalne sile i vazduha dolazi do relativnog pomeranja kaiša u radijalnom pravcu. Pri ovom pomeranju dolazi do pojave trenja klizanja između bočnih površina zuba kaiša i kaišnika. S obzirom na put klizanja, koji može biti najviše 1/3 visine zuba kaiša, sila trenja klizanja ima manje vrednosti od sile trenja kotrljanja koja se javlja pri prethodnom kretanju.

Drugi tribomehanički sistem koji je takođe bitan pri analizi trenja kod zupčasti kaišnih prenosnika čine čeona površina kaiša i obodni prsten. Do kontakta između čeone površine kaiša i obodnog prstena najčešće dolazi pri ulazu zuba kaiša u spregu sa pogonskim kaišnikom. U slučaju da postoje greške u izradi ili montaži prenosnika udar zuba kaiša u obodni prsten, koji se javlja pri ulazu u spregu, može dovesti do njegovog oštećenja, pa čak i do pucanja. Pored toga duž obvojnog luka može doći do povremenog kontakta čela kaiša i obodnog prstena. Pri ovom kontaktu dolazi do klizanja kaiša, što izaziva pojavu trenja klizanja.

Za vreme kretanja kaiša duž obvojnog luka kaišnika dolazi do savijanja i istezanja kaiša. Za razliku od pljosnatih kaiševa gde se savijanje vrši po ujednačenoj krivoj, savijanje zupčastih kaiševa se vrši po mnogougaonom profilu. Savijanje kaiša dovodi do unutrašnjih gubitaka, kao i do zamora kaiša, odnosno vučnog elementa. Savijanje i istezanje kaiša duž obvojnog luka dovodi do deformacije kaiša. Pored toga opterećenje zuba kaiša opada od ulaza zuba kaiša u spregu sa kaišnikom do njegovog izlaska iz sprege. Najoprerećeniji je prvi zub u sprezi kod koga se javljaju i najveće deformacije. S obzirom na različita opterećenja zuba, dolazi do stvaranja nejednakih deformacija zuba kaiša duž obvojnog luka. Razlika deformacija dovodi do relativnog pomeranja, prvog reda, kaiša u tangencijalnom pravcu. Pored toga kaiš ulazi u spregu maksimalno istegnut, a spregu sa kaišnikom napušta rasterećen. Usled ovih pomeranja kaiša dolazi do relativnog kretanja kaiša u odnosu na kaišnik duž obvojnog luka. Trenje se javlja duž celog obvojnog luka i to između međuzublja kaiša i temena zuba kaišnika. Relativno pomeranje kaiša duž obvojnog luka koje nastaje usled deformacije kaiša i razlike opterećenja pojedinih zuba dovodi do pojave trenja klizanja (slika 5). Veličina ove sile može se odrediti pomoću izraza:

$$F_{ti}' = c_K \cdot \Delta k$$

gde su:

c_K - krutost kaiša

Δk - deformacija kaiša duž obvojnog luka

S obzirom da je reč o pomeranjima prvog reda, nastale sile predstavljaju sile trenja mirovanja i njihove vrednosti su manje od vrednosti ostalih sila u zupčasto kaišnom prenosniku.

Pri kretanju kaiša duž obvojnog luka dolazi do promene pravca i smera sile trenja. Promenljiva sila duž obvojnog luka prouzrokuje promenu koraka kaiša. Kod pogonskog kaišnika korak kaiša je na opterećenom delu veći od koraka kaišnika, što dovodi do klizanja kaiša u smeru obrtanja i tada sila trenja deluje u smeru sile zatezanja u vučnom ogranku kaiša (slika 5). Kod gonjenog kaišnika na slobodnom ogranku korak kaiša je manji od koraka kaišnika, dok je na vučnom ogranku veći od njega. Ove razlike dovode do toga da sila trenja u blizini vučnog ogranka deluje u suprotnom smeru od smera obrtanja odnosno u pravcu sile u slobodnom ogranku. Smer sile trenja F_{ti}' , u opštem

slučaju zavisi od predznaka ukupne deformacije kaiša duž obvojnog luka. Najveće vrednosti sile trenja nastaje u slučaju kada postoji velika razlika u raspodeli sila duž obvojnog luka, tj. kada je velika razlika između sile u vučnom i slobodnom ogranku, a broj zuba kaiša u sprezi je mali [4].

4. Zaključak

Pri kontaktu zuba kaiša i kaišnika dolazi do kretanja kaiša u tangencijalnom, radijalnom i aksijalnom pravcu. Ova kretanja nastaju usled obrtnog momenta, obimne sile, prethodnog zatezanja, radijalne sile, centrifugalne sile, vazduha, deformacije kaiša usled savijanja i istezanja, konstrukcije kaiša, vučnog elementa i kaišnika, tačnosti izrade i montaže, kvaliteta obrađenosti kontaktnih površina i td. S obzirom na veliki broj parametara koji utiču na prenos snage i kretanja, analiza trenja predstavlja vrlo složen proces.

U zupčasto kaišnom prenosniku razlikujemo tri karakteristična tribomehanička sistema. U ovim tribomehaničkim sistemima javljaju se sledeće vrste kretanja: udar, kotrljanje i klizanje. Najveća vrednost sile trenja javlja se pri ulazu zuba kaiša u spregu sa kaišnikom, kao i u korenu zuba kaiša pri samom sprezanju.

5. Literatura

1. Tanasijević S., Mehanički prenosnici: lančani prenosnici, zupčasti kaišni prenosnici, kardanski prenosnici, Jugoslovensko tribološko društvo, Mašinski fakultet Kragujevac, 1994.
2. Stojanović B., Kinematika sprezanja i trenje u zupčasto-kaišnim prenosnicima, ITC'03, Beograd 2003.
3. Stojanović B., Nove konstrukcije zupčastih kaiševa, Sever prenosnici, Subotica 2003.
4. Karolev N., Gold P., Load distribution of timing belt drives transmitting variable torques, Mech.Mach.Theory, Vol.30, No.4, pp.553-567, 1995

FRICTION IN TIMING BELT TRANSMISSIONS

Timing belt tooth goes into contact with a drive pulley, stretched to the maximum, because of the previous tension. When the contact begins the peak of the belt tooth makes the contact with the outer surface of the pulley teeth. The process of the teeth entering into the contact zone is accompanied with the relative sliding of their side surfaces and appropriate friction force. The normal force value is changing with the parabolic function, which also leads to the changes of the friction force. The biggest value of the normal force and of the friction force is at the tooth root. Hollow between teeth and the tip of the pulley teeth are also in contact. Occasionally, the face surface of the belt and the flange are also in contact. The friction occurs in those tribomechanical systems, also. Values of these friction forces are lower compared with the friction force, which occurs at the teeth root.

Blaža Stojanović, dipl.maš.ing., asistent-pripravnik, Mašinski fakultet u Kragujevcu, Sestre Janjić 6 , E-mail: blaza@kg.ac.yu