

УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА РЕПУБЛИКЕ СРПСКЕ



КЊИГА АПСТРАКАТА

Требиње, 12-13. октобар 2018.

UNIVERSITY OF EAST SARAJEVO
MATHEMATICAL SOCIETY OF THE REPUBLIC OF
SRPSKA

CONTEMPORARY MATHEMATICAL PROBLEMS
Conference Dedicated to Professor Milenko Pikula
Требинје, 12 - 13 October 2018

BOOK OF ABSTRACTS

Требинје, 12-13. October 2018.

САВРЕМЕНИ МАТЕМАТИЧКИ ПРОБЛЕМИ
КОНФЕРЕНЦИЈА ПОСВЕЋЕНА ДР МИЛЕНКУ ПИКУЛИ

Издавач:

Филозофски факултет Пале
Универзитет у Источном Сарајеву

За издавача:

Доц. др Драга Мاستиловић

Главни уредник:

Проф. др Душан Јокановић
Доц. др Владимир Владичић

Технички уредник и компјутерски слог:

Доц. др Владимир Владичић

Требиње, октобар, 2018.

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна и универзитетска библиотека
Републике Српске, Бања Лука

51(048)

КОНФЕРЕНЦИЈА посвећена др Миленку Пикули (2018 ; Требиње)
Савремени математички проблеми : књига апстраката /
Конференција посвећена др Миленку Пикули, Требиње, 12. и 13.
октобар 2018. године ; [главни уредник Душан Јокановић,
Владимир Владичић]. - Пале : Филозофски факултет, 2018 ([б.м. :
б.и.]). - 42 стр. ; 28 cm

На врху насл. стр.: Универзитет у Источном Сарајеву; Друштво
математичара Републике Српске. - На спор. насл. стр.:
Contemporary mathematical problems. - Радови на срп. и енгл. језику.

ISBN 978-99938-47-95-3

COBISS.RS ID 7691288

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЈА

ALGEBRA AND GEOMETRY

A NOTE ON McCOY RINGS

Dušan Joka \acute{c}

University of East Sarajevo, Production and Management Faculty Trebinje

dusan.jokanovic@fpm.ues.rs.ba

In this paper R is a noncommutative ring with identity, and σ is automorphism of the ring. Recall that R is a right(left) McCoy ring if the equation $f(x)g(x) = 0$ holds, where $f(x), g(x) \in R[x] \setminus 0$, implies that there exists a nonzero $c \in R$ such that $f(x)c = 0$ ($cf(x) = 0$). We consider Hilbert property in ring, which means possibility of transferring property from ring to some of his polynomial or skew polynomial extension. We deal with a several types of related rings such as reduced rings, Armendariz rings and rigid rings. We will also investigate weak McCoy skew polynomial rings.

Bibliography

- [1] A. Alhevaz, D. Kiani, McCoy Property of skew Laurent Polynomials and power series rings, Journal of Algebra and Its Applications, 13(2) (2014)(23 pages).
- [2] A. Alhevaz, D. Kiani, On Zero-Divisors in Skew Inverse Laurent Series Over NonCommutative Rings, Journal of Algebra and Its Applications, 42(2),469-487.
- [3] Lei, Z., Chen, J. L., Ying, Z. L., A question on McCoy rings. Bull. Austral.Math. Soc. 76(1), (2007)137-141.
- [4] Z.Ying, J. Chen and Z. Lei, Extensions of McCoy rings. Northeast. Math. J. 24 (1)(2008)85-94.
- [5] R. Mohammadi, A. Moussavi and M. Zahiri, Weak McCoy Ore Extensions, International Mathematical Forum, 6(2), 2011, 75-86.

BROJNOST KVAZI STROGO REGULARNIH GRAFOVA SA PARAMETRIMA $(n, k, 0; 2, 1)$, $k \leq 4$ DIJAMETRA 2

Hermina Alajbegovi \acute{c}

Univerzitet u Zenici, Mašinski fakultet

hermina@mf.unze.ba

Almir Huskanovi \acute{c}

Univerzitet u Zenici, Mašinski fakultet

almirh@mf.unze.ba

Kvazi strogo regularan graf sa parametrima $(n, k, a; c_1, c_2, \dots, c_p)$ je k - regularni graf sa n čvorova takav da bilo koja dva susjedna čvora imaju a zajedničkih susjeda, a

bilo koja dva nesusedna čvora imaju c_i zajedničkih susjeda za neko i , $1 \leq i \leq p$. Za kvazi strogo regularan graf G kažemo da je pravi ako za svako c_i , $1 \leq i \leq p$ postoje dva nesusedna čvora koji imaju c_i zajedničkih susjeda, a broj p se zove razred grafa G . Ova familija grafova je generalizacija strogo regularnih grafova i razdaljinsko regularnih grafova. Proučavanje kvazi strogo regularnih grafova je započeto zadnjih desetak godina i još nisu dovoljno istraženi. Poznato je da je familija svih kvazi strogo regularnih grafova beskonačna, ali nije poznato da li za date parametre $(n, k, a; c_1, c_2, \dots, c_p)$ postoji konačno ili beskonačno kvazi strogo regularnih grafova. U nekim slučajevima ne znamo da li postoji i jedan graf sa datim parametrima. Goldberg F. je postavio hipotezu da za $k \geq 3$ i za bilo koje p postoji konačan broj kvazi strogo regularnih grafova razreda p . Zbog složenosti problema teško je izraziti brojnost kvazi regularnih grafova u zavisnosti od njegovih parametara. U ovom radu mi ćemo pokazati da skup svih pravih kvazi strogo regularnih grafova sa parametrima $(n, k, 0; 2, 1)$, $k \leq 4$ dijametra 2 ima samo jedan element. Također ćemo izvesti formulu koja daje broj ivica u kvazi strogo regularnom grafu sa parametrima $(n, k, a; c_1, c_2)$, $c_1 > c_2$ ukoliko takav graf postoji.

Bibliography

- [1] Bannai, E., Ito, T., *The study of distance - regular graphs from the algebraic (i.e. character theoretical) viewpoint*, Proc. of Symposia Pure Math., **47**, 1987, 343 – 349
- [2] Goldberg, F., *On quasi-strongly regular graphs*, Linear Multilinear Algebra, **54**, 2006, 437 – 451
- [3] Goldberg, F. *Laplacians of Graphs, Quasi - Strongly Regular Graphs and Completely Positive Graphs*, Master thesis, Israel Institute of Technology, 2004
- [4] Hermina, A., Almir, H., Štefko, M., Primož, Š., *On the Extendability of Quasi-Strongly Regular Graphs with Diameter 2*, Graphs and Combinatorics, **34**, 2018, 711-726
- [5] Koolen, J. H. and Moulton V., *On a conjecture of Bannai and Ito: There are finitely many distance - regular graphs with degree 5, 6 or 7*, Europ. J. Combinatorics, **23**, 2002, 987 - 1006
- [6] Taylor, D. E. and Levingston, R., *Distance-regular graphs*. In *Combinatorial Mathematics*, Edited by: Holton, DA and Seberry, J. Berlin: Springer-Verlag. (Proceedings, Canberra 1977), **686**, 1977, 313-323.

A FORMULA FOR THE NUMBER OF GAPS IN THE TRIANGULAR GRID

Lidija Čomić

University of Novi Sad, Faculty of Technical Sciences

Apart from the square grid, the geometrical and topological properties of the alternative hexagonal and triangular grids were also widely investigated. One of such properties is the number of gaps in a binary object in the grid. A gap is a location (a vertex) at which the boundary of the object is non-manifold. The number of gaps is one of the descriptors of the object topology. We propose a formula for the number of gaps in an object in the triangular grid (with the double gaps counted twice).

CONVEX LATTICE POLYGONS OF MAXIMUM AREA

Vidan Govedarica

University of East Sarajevo, Faculty of Electrical Engineering

vidangov@yahoo.com

Marko Ćitić

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy

citicm@yahoo.com

Let K denote convex lattice polygon with i interior lattice points and area a . In this paper, we determine the maximum values of functions $a_i = a(K, i)$, $i > 0$.

TEOREME INCIDENCIJE NA MNOGOSTRUKOSTI

Dorđe Baralić

Matematički institut SANU, Beograd

djbaralic@turing.mi.sanu.ac.rs

Zoran Petrić

Matematički institut SANU, Beograd

zpetric@turing.mi.sanu.ac.rs

Marina Milićević

Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje

marina.milicevic@fpm.ues.rs.ba

Predmet rada su različiti pristupi u dokazivanju teorema incidencije u RP^2 . Važne dokaze teorema incidencije možemo obezbjediti *lijepljenjem* više trouglova koji nose Čevinu ili Menelajevu konfiguraciju, pri čemu teoreme incidencije posmatramo kao ciklične strukture na adekvatno odabranoj, trianguliranoj mnogostrukosti. U radu ćemo pokaziti i kako se binomni dokazi teorema incidencije, koji se zasnivaju na bikvadratnim izrazima i Grasman-Plikеровim relacijama za tačke u projektivnoj ravni, mogu prevesti u dokaze tipa Čeva/Menelaj.

Bibliography

- [1] Jürgen Richter Gebert, *Meditations on Ceva's Theorem - In the Coxeter Legacy: Reflection and Projections*, American Mathematical Society, Fields Institute, 2006, 227 – 254;
- [2] Jürgen Richter Gebert, *Perspectives on Projective Geometry: A Guided Tour through Real and Complex Geometry*, Springer Berlin Heidelberg, 2011;
- [3] Đorđe Baralić, *A Short Proof of the Bradley Theorem*, The American Mathematical Monthly, Volume 122, 4, 2015, 381 –385.

DOKAZI NA POVRŠIMA

Đorđe Baralić
Matematički institut SANU, Beograd
djbaralic@turing.mi.sanu.ac.rs

Pierre-Louis Curien
Université Paris 7
curien@irif.fr

Marina Milićević
Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje
marina.milicevic@fpm.ues.rs.ba

Jovana Obradović
Charles Univesity, Prague
obradovic@karlin.mff.cuni.cz

Zoran Petrić
Matematički institut SANU
petric@mi.sanu.ac.rs

Mladen Zekić
Matematički institut SANU, Beograd
mzekic@mi.sanu.ac.rs

Polazeći od postavke Rihter-Geberta da se neke teoreme incidencije u projektivnoj geometriji mogu dokazati lepljenjem Menelajevih i Čevinih konfiguracija, krenuli smo da sa dokazno-teoretske tačke gledišta ispitujemo šta bi jedan takav, nestandardni, formalni sistem mogao da predstavlja. Zbog uniformnosti osnovnih tvrđenja od kojih polazimo eliminisali smo Čevine konfiguracije tako što smo ih proizveli lepljenjem Menelajevih.

Grubo govoreći, naš sistem bi trebalo da omogući izvođenje jedne Menelajeve konfiguracije iz skupa takvih konfiguracija. Ovaj projekat je u radnom statusu i on

uključuje tri tima od kojih se jedan bavi dokazno-teore-tskim postavkama, drugi se bavi analizom projektivnih rezultata koji bi se mogli dobiti na ovaj način, dok se treći tim bavi jednim posebnim pogledom koji bi ceo problem stavio u okvir teorije cikličnih operada.

OD GRADUIRANIH PRSTENA U KRASNEROVOM SMISLU DO KRASNER-VUKOVIĆ PARAGRAUIRANIH PRSTENA

Mirjana Vuković
Akademija Nauka i Umjetnosti Bosne i Hercegovine
mirvuk48@gmail.com

U predavanju će biti uključena kratka istorija graduiranih prstena koja se odnosi na Krasnerov pojam korpoida [M.Krasner: *Une généralisation de la notion de corps-corpoïde. Un corpoïde remarquable de la théorie des corps valués*, C. R. Acad. Sci., Paris 219 (1944)] i opšti graduirani prsteni u Krasnerovom smislu [M. Krasner: *Le vieux qui est noef*, Revue Romaine de Math. pure et appliquées, T. XXVII] (vidjeti takođe [M. Vuković, Institut Fourier, Grenoble, 2001]). Zatim će biti prezentirani neki rezultati teorije Krasner-Vuković paragrauiranih prstena, uključujući i primjere paragrauiranih prstena koji nisu graduirani.

References

- [1] M.Krasner: Une généralisation de la notion de corps-corpoïde. Un corpoïde remarquable de la théorie des corps valués, C. R. Acad. Sci., Paris 219 (1944), 345-347.
- [2] M. Krasner, Anneaux gradués généraux, Colloqued'Algèbre Rennes, 1980, 209-308.
- [3] M. Krasner, M. Vuković: Structures paragrauées (groupes, anneaux, modules), monograph, Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics, No. 77, Queen's University, Kingston, Canada, 1987, pp. 163.
- [4] M. Krasner, M. Vuković: Structures paragrauées (groupes, anneaux, modules) I, Proc. Japan Acad. 62, Ser. A, No. 9 (1986), 350-352.
- [5] M. Krasner, M. Vuković: Structures paragrauées (groupes, anneaux, modules) II, Proc. Japan Acad. 62, Ser. A, No. 10 (1986), 389-391.
- [6] M. Krasner, M. Vuković: Structures paragrauées (groupes, anneaux, modules) III, Proc. Japan Acad. 63, Ser. A, No. 1 (1987), 10-12.
- [7] M. Vuković: Structures graduées et paragrauées, Prepublication de l'Institut Fourier, Université de Grenoble I, No. 536 (2001), 1-40.

АНАЛИЗА

MATHEMATICAL ANALYSIS

INVERSE SPECTRAL PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL OPERATORS WITH DELAY: UNIQUENESS AND ALGORITHM

V. Yurko

Saratov State University, Russia

YurkoVA@info.sgu.ru

Non-self-adjoint second-order differential operators with a constant delay are studied. We establish properties of the spectral characteristics and investigate the inverse problem of recovering operators from their spectra. For this nonlinear inverse problem the uniqueness theorem is proved and an algorithm for constructing the global solution is provided.

References

- [1] Marchenko, V. A. Sturm-Liouville Operators and Their Applications, Naukova Dumka, Kiev, 1977; English transl., Birkhäuser, 1986.
- [2] Levitan, B. M. Inverse Sturm-Liouville Problems, Nauka, Moscow, 1984; Engl. transl., VNU Sci.Press, Utrecht, 1987.
- [3] Freiling, G.; Yurko, V. A. Inverse Sturm-Liouville Problems and Their Applications, NOVA Science Publishers, New York, 2001.
- [4] Yurko, V. A. Method of Spectral Mappings in the Inverse Problem Theory, Inverse and Ill-posed Problems Series, VSP, Utrecht, 2002.
- [5] Hale, J. Theory of functional-differential equations, Springer-Verlag, New York, 1977.
- [6] Myshkis, A. D. Linear differential equations with a delay argument, Moscow, Nauka, 1972.
- [7] Freiling, G.; Yurko, V. A. Inverse problems for Sturm-Liouville differential operators with a constant delay, Appl. Math. Lett. 25 (2012), 1999–2004.
- [8] Yang, C.-F. Trace and inverse problem of a discontinuous Sturm-Liouville operator with retarded argument, J. Math. Anal. Appl. 395 (2012), no. 1, 30–41.
- [9] Vladičić, V.; Pikula, M. An inverse problem for Sturm-Liouville-type differential equation with a constant delay, Sarajevo J. Math. 12(24), no. 1 (2016), 83–88.
- [10] Buterin, S. A.; Yurko, V. A. An inverse spectral problem for Sturm-Liouville operators with a large constant delay, Anal. Math. Phys. (2017), DOI 10.1007/s13324-017-0176-6.

-
- [11] Buterin, S. A.; Pikula, M.; Yurko, V. A. Sturm-Liouville differential operators with deviating argument. *Tamkang Journal of Mathematics* 48, no.1 (2017), 61-71.
- [12] Bondarenko, N. P.; Yurko, V. A. An inverse problem for Sturm-Liouville differential operators with deviating argument. *Applied Mathematics Letters*, vol.83 (2018), 140-144.

**JEDAN INVERZNI PROBLEM ZA
DIFERENCIJALNU JEDNACINU TIPA
ŠTURM-LIUVILA SA KONSTANTNIM
KAŠNENJEM, U KOJOJ GRANIČNI USLOV
GRANIČNOG ZADATKA SADRŽI SPEKTRALNI
PARAMETAR**

Milica Bošković

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Mašinski fakultet

boskovicmilica94@gmail.com

Vladimir Vladičić

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Filozofski fakultet

vladimir.vladicic@ffuis.edu.ba

U ovom radu posmatramo diferencijalnu jednačinu drugog reda sa konstantnim kašnjenjem $-y''(x) + q(x)y(x - \tau) = \lambda y(x)$, gdje je q kompleksno vrijednosna funkcija, $q \in L^2[0, \pi]$, a kašnjenje $\tau \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$. Riješićemo inverzni problem, tj. konstruisati karakteristike operatora q i τ , pri čemu granični uslovi zavise od spektralnog parametra. Dokazujemo da su kašnjenje τ i potencijal q jedinstveno određeni iz dva spektra, prvog za $y(0) = 0, y(\pi) = 0$ i drugog za $y(0) = 0, y'(\pi) + \lambda y(\pi) = 0$. Takođe, konstruišemo potencijal q pomoću Furijeovih koeficijenata ove funkcije.

**AN INVERSE PROBLEM FOR A CLASS OF
STURM-LIOUVILLE OPERATOR WITH SPECTRAL
PARAMETER IN BOUNDARY CONDITIONS**

F. Ayca Cetinkaya

Mersin University, Department of Mathematics

faycacetinkaya@mersin.edu.tr

This work aims to examine the direct and inverse problem for a boundary value problem which consists a second order differential equation with a piecewise continuous coefficient and a spectral parameter in boundary conditions.

Examining the direct problem means, investigating the properties of the special functions of the boundary value problem, obtaining asymptotic formulas for

the eigenvalues and eigenfunctions, giving the theoretic formulation of the boundary value problem in a special Hilbert space and obtaining the expansion formula with respect to the eigenfunctions.

Examining the inverse problem suggests, discussing the evolution of the Weyl solution and Weyl function and proving the uniqueness theorems for the solution of the inverse problem with Weyl function and spectral data.

The above-mentioned results are obtained by using the methods of [1,2,3].

Bibliography

- [1] E. N. Akhmedova and H. M. Huseynov, *On Eigenvalues and Eigenfunctions of One Class of Sturm-Liouville Operators with Discontinuous Coefficients*, Trans. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci., **XXIII**, 2003, 7 – 18.
- [2] G. Freiling and V. Yurko, *Inverse Sturm-Liouville Problems and Their Applications*, Nova Science Publishers Inc., 2008, 307 pages.
- [3] C. T. Fulton, *Two-Point Boundary Value Problems with Eigenvalue Parameter Contained in the Boundary Conditions*, Proc. R. Soc. Edinb., **77**, 1997, 293 – 308.

AN INVERSE SPECTRAL PROBLEM FOR STURM-LIOUVILLE OPERATORS WITH TWO DELAYS UNDER ROBIN BOUNDARY CONDITIONS

Biljana Vojvodic

University of Banja Luka, Faculty of Mechanical Engineering

biljana.vojvodic43@gmail.com

Milenko Pikula

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy

pikulam1947@gmail.com

Natasa Pavlovic Komazec

University of East Sarajevo, Faculty of Electrical Engineering

natasa.pavlovic@etf.ues.rs.ba

This paper deals with non-self-adjoint second-order differential operators with two constant delays τ_i , $i = 1, 2$, which are less than half the length of the interval. We consider the case when $\tau_i \in [\frac{2\pi}{5}, \frac{\pi}{2})$ and potentials q_i are real-valued functions from $L_2[\tau_i, \pi]$, $i = 1, 2$. The inverse spectral problem of recovering potentials from the

spectra of boundary value problems under Robin boundary conditions, has been studied. We consider four boundary value problems

$$-y''(x) + q_1(x)y(x - \tau_1) \pm q_2(x)y(x - \tau_2) = \lambda y(x), x \in [0, \pi]$$

$$y'(0) - hy(0) = 0, y'(\pi) + H_k y(\pi) = 0, k = 1, 2$$

where λ is the spectral parameter. The spectra of boundary value problems lead to Volterra linear integral equations and then potentials q_i $i = 1, 2$ are uniquely determined by those integral equations.

Bibliography

- [1] S. Buterin, M. Pikula, V. Yurko, Sturm-Liouville differential operators with deviating argument, *Tamkang J. Math* 48 (1) (2017)61-71
- [2] N. Pavlovic, M. Pikula, B. Vojvodic, First regularized trace of the limit assignment of Sturm-Liouville type with two constant delays, *Filomat* 29:151-62(2015)
- [3] V. Vladicic, M. Pikula, An inverse problems for Sturm-Liouville-type differential equation with a constant delay, *Sarajevo Journal of mathematics*, Vol.12(24), No.1 (2016) 83-88
- [4] S. Buterin, V. Yurko, An inverse spectral problem for Sturm-Liouville operators with a large constant delay, *Anal. Math. Phys.* (2017) 1-11
- [5] B. Vojvodic, M. Pikula, V. Vladicic, Determining of the solution of the boundary value problem for the operator Sturm-Liouville type with two constant delays, *Procidings, Fifth Symposium Mathematics and Application, Faculty of Mathematics, University of Belgrade*, Vol. V(1),pp 141-151 (2014)

AN INVERSE SPECTRAL PROBLEM FOR STURM-LIOUVILLE OPERATORS WITH N LARGE DELAYS

Biljana Vojvodic

University of Banja Luka, Faculty of Mechanical Engineering

biljana.vojvodic43@gmail.com

Milenko Pikula

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy

pikulam1947@gmail.com

This paper deals with non-self-adjoint second-order differential operators with N constant delays τ_i , $i = 1, \dots, N$, which are larger than half the length of the interval.

The inverse spectral problem of recovering potentials from the spectra of boundary value problems under Robin boundary conditions, has been studied. We consider $2N$ boundary value problems:

$$-y''(x) + \sum_{i=1}^N q_i(x)y(x - \tau_i) = \lambda y(x) \quad (1)$$

$$y'(0) - h_k y(0) = 0, \quad y'(\pi) + H y(\pi) = 0, \quad k = 1, 2 \quad (2)$$

and

$$-y''(x) - q_m(x)y(x - \tau_m) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^N q_i(x)y(x - \tau_i) = \lambda y(x), \quad m = 2, \dots, N$$

under the same conditions (2), where λ is the spectral parameter and potentials q_i are real-valued functions from $L_2[\tau_i, \pi]$, $i = 1, \dots, N$. We prove that delays and potentials are uniquely determined by their spectra.

Bibliography

- [1] Б. Војводић, М. Пикула, Краевая задача дифференциального оператора типа Штурм-Лиувилля при N постоянных запаздываний и асимптотика собственных значений, *Mathematica Montenegro*, XXXV (2016), 5-21
- [2] V. Vladicic, M. Pikula, An inverse problems for Sturm-Liouville-type differential equation with a constant delay, *Sarajevo Journal of mathematics*, Vol.12(24), No.1 (2016) 83-88
- [3] S. Buterin, V. Yurko, An inverse spectral problem for Sturm-Liouville operators with a large constant delay, *Anal.Math.Phys.*(2017) 1-11
- [4] N. Pavlovic, M. Pikula, B. Vojvodic, First regularized trace of the limit assignment of Sturm-Liouville type with two constant delays, *Filomat* 29:151-62(2015)

NORMAL FAMILIES, THEOREMS OF LIOUVILLE AND PICARD AND BLOCH PRINCIPLE

Žarko Pavićević

Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Montenegro, Podgorica, Montenegro
National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow,
Russia

zarkop@ac.me

In this article, Liouville's theorems and the first (little) Picard's theorem for complex analytical and meromorphic functions can be obtained as direct consequences of the Montel theorems on the normality of the family of analytic and meromorphic functions. This gives us an illustration of Bloch's principle.

ANALYSIS MEETS TOPOLOGY: CONVERGENCE

Ljubiša D.R. Kočinac

University of Niš, Serbia

lkocinac@gmail.com

Let (X, d) and (Y, ρ) be metric spaces. By Y^X and $C(X, Y)$ we denote the sets of all and all continuous mappings from X to Y . There are several natural topologies on Y^X and so on $C(X, Y)$. We consider convergence properties of sequences and nets in Y^X and $C(X, Y)$ equipped with those topologies. In particular, some classical questions in mathematical analysis will be discussed.

BILINEARNO KAŠNJENJE

Ismet Kalčo

Univerzitet u Zenici, Filozofski fakultet Milenko Pikula

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Filozofski fakultet Pale

Diferencijalni izraz tipa

$$-y''(x) + q(x)y(\gamma(x)), x \in [0, \pi]$$

pri čemu funkcije y, y'', q, γ pripadaju nekom od funkcionalnih operatora i važi $\gamma(x) < x, x \in (0, \pi]$, generiše diferencijalni operator tipa Šturm-Liuvila sa kašnjenjem na segmentu $[0, \pi]$. Funkcija γ je funkcija kašnjenja.

Umjesto četverodimenzionalne funkcije bilinearnog kašnjenja, mi smo proučavati trodimenzionalnu familiju funkciju kašnjenja u obliku

$$\gamma(x) = x - \frac{ax + b}{x + c}, (a, b, c) \in R^3.$$

ON RAPIDLY VARYING SEQUENCES

Valentina Timotić

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy Pale, Bosnia and Herzegovina

valentina.ko@hotmail.com

Dragan Đurčić

University of Kragujevac, Faculty of Technical Sciences Čačak, Serbia

dragan.djurcic@ftn.kg.ac.rs

Ljubiša D.R. Kočinac

University of Niš, Faculty of Natural Sciences and Mathematics Niš, Serbia

lkocinac@gmail.com

In this paper we investigate the connection between the class $R_{\infty, s}$, of rapidly varying sequences (in the sense of de Haan) and the rapid equivalence, selection principles and game theory.

КОНСТРУКЦИЈА ИНТЕГРАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ У ИНВЕРЗНОМ ПРОБЛЕМУ ОПЕРАТОРА СА ХОМОГЕНИМ КАШЊЕЊЕМ

Драгана Недић

Саобраћајни факултет Добој, Универзитет у Источном Сарајеву Миленко Пикула

Филозофски факултет Пале, Универзитет у Источном Сарајеву

Посматран је оператор D^2 типа Штурм-Лиувил генерисан диференцијалним изразом

$$-y''(x) + q(x)y(\alpha x), \quad q \in L_2[0, \pi], \alpha \in (0, 1)$$

са раздијељеним граничним условима

$$y'(0) - hy(0) = 0, \quad y'(\pi) + H_j y(\pi) = 0, \quad j = 1, 2 \quad h, H_j \in \mathbb{R}.$$

Конструисане су карактеристичне функције посматраног оператора, извршене дјелимичне трансформације тих функција, нађене асимптотике њихових нула као и асимптотике сопствених вриједности оператора. Методом карактеристичних функција конструисана је интегрална једначина примјенљива за рјешење инверзног проблема оператора са хомогеним кашњењем.

REGULARIZOVANI TRAGOVI OPERATORA SA DVA KONSTANTNA KASNJENJA

Nataša Pavlović Komazec

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Elektrotehnički fakultet

natasa.pavlovic@etf.ues.rs.ba

Milica Bošković

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Mašinski fakultet

boskovicmilica94@gmail.com

Posmatramo spektralni granični zadatak

$$-y''(x) + q_1(x)y(x - \tau_1) + q_2(x)y(x - \tau_2) = \lambda y(x)$$

$$y(x - \tau_2) \equiv 0, \quad x \in (0, \tau_2],$$

$$y(\pi) = 0, \quad q_1(x), q_2(x) \in L_2[0, \pi], \quad \tau_2 = 2\tau_1, \quad \tau_2 \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right].$$

Konstruiše se karakteristična funkcija i asimptotika sopstvenih vrijednosti koja omogućava izračunavanje prvog i drugog regularizovanog traga.

Bibliography

- [1] Садовничий В.А., Теория операторов, Издательство московского университета, 1979.
- [2] Пикула М., О регуляризованных следах дифференциального оператора типа Штурма-Лиувилля с запаздывающим аргументом, Дифф. уравнения 1(1990)103-109.
- [3] Пикула М., О регуляризованных следах дифференциального операторов высших порядков с запаздывающим аргументом, Дифф. уравнения 6 (1985)956-991.
- [4] Pikula M., Asimptotika svojstvenih vrijednosti i regularizovani tragovi linearnih diferencijalnih operatora, doktorska disertacija, Sarajevo 1983.
- [5] Lazovic R. and Pikula M., Regularized trace of the operator applied to solving inverse problems, Radovi Matematički 11 (2002)
- [6] N. Pavlovic, M. Pikula, B. Vojvodic, First regularized trace of the limit assignment of Sturm-Liouville type with two constant delays, Filomat 29:151-62(2015)

КАРАКТЕРИЗАЦИЈА КОНВЕКСНИХ ПОВРШИ

Миодраг Матељевић

Математички факултет, Београд

Настављамо истраживања започета у [1].

Специјално, дајемо карактеризације конвексних површи помоћу Gauss –овог пресликавања.

Литература

- [1] Miodrag Mateljević, Miloljub Albijanić, Lagrange's Theorem, Convex Functions and Gauss Map, Filomat 31:2 (2017), 321–334.

ON INVERSE SPECTRAL PROBLEM FOR FUNCTIONAL-DIFFERENTIAL OPERATORS WITH FROZEN ARGUMENT

Sergey Buterin
Saratov State University

We consider the operator $\ell y := -y''(x) + q(x)y(a)$, $0 < x < \pi$, $y(0) = y(\pi) = 0$, where $q(x) \in L_2(0, \pi)$ is a complex-valued function and $a/\pi \in [0, 1]$ is a rational number. The inverse spectral problem is studied of recovering the potential $q(x)$ from the spectrum of ℓ . We describe the sets of isospectral potentials and prove the uniqueness theorem in the class of potentials possessing some symmetry-type property. Moreover, we obtain a constructive procedure for solving this inverse problem along with necessary and sufficient conditions of its solvability, which, in turn, give the characterization of the spectrum. In parallel, we establish that the informativity of the spectrum is severely unstable with respect to the parameter a .

ON ČEBYŠEV FUNCTIONS ON GENERAL METRIC SPACES ENDOWED WITH A FINITE MEASURE

Huse Fatkić, Slobodan Sekulović, Berina Fatkić, Jasmina Fatkić
Univerzitet u Sarajevu, Elektrotehnički fakultet

In this paper, we investigate metric properties and dispersive effects of strong-mixing measure-preserving transformations on general metric spaces endowed with a finite measure; in particular, we investigate connections with the theory of generalized (geometric) diameters and with the theory of Čebyšev functions (as generalizations of Čebyšev polynomials) on general metric spaces. We prove that the known R. E. Rice's result [Theorem 2, 1978] (motivated by some physical phenomena and offer some clarifications of these phenomena), which is a substantial improvement of Theorems 1 and 2 in [T. Erber, B. Schweizer, and A. Sklar 1973], can be generalized in such a way that this result remains valid when "diameter" is replaced by "geometric diameter of order n ($n = 3, 4, \dots$)". Furthermore, notions of M -radius of Čebyšev order k and M -constant of Čebyšev (where $M := (M_n)$ is the power mean) introduced by E. Hille in 1961 (and improved in 1965) are used to prove that even for these quantities the corresponding analogs for strong-mixing measure-preserving transformations, proved for generalized (geometric) diameters of order n , hold.

SOLVING SOME CLASSES OF DIFFERENCE EQUATIONS AND THEIR SYSTEMS IN CLOSED FORM

Bratislav Iričanin

Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet
iricanin@etf.rs

Tatjana Stević

Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet
tanjas019@gmail.com

There is a rapidly growing number of papers devoted to the qualitative analysis of difference equations solution' behaviour. Unlike this, only a small number of papers deal with explicit solving of some particular nonlinear difference equations, i.e., obtaining their solutions in the so-called closed form. Certainly, this is not an easy problem, at least not routinely, but in the most cases the problem is, unfortunately, not solvable. Despite, we believe that an unavoidable step, also even in the qualitative analysis, still had to be very patiently checked in terms of the solvability of the difference equation or their systems in a closed form [1]. Thus plausibly obtained form of solution, of course, does not rule out further need for an additional qualitative analysis. However, that step naturally can greatly simplify and make more efficient and comprehensive even qualitative analysis.

In this talk we will describe the achievement of solutions of some new significant difference equations and their systems of higher order in a closed form. There are some equations the solutions of which in closed form have not appeared in the literature hitherto. It can be said that this talk continues in logic way long-standing efforts of our authors' team from Belgrade (Serbia) and Brno (Czech Republic), which have been described in some of the recent work systematized in references [2], [3], [4], and [5] listed in the bibliography.

Bibliography

- [1] J. M. Borwein and R. E. Crandall, Closed Forms: What They Are and Why We Care, Notices of the American Mathematical Society, 60(1)(2013) pp.50-65.
- [2] B. Iričanin, "On explicit solutions of higher-order rational difference equations and their systems". In: *International Conference "13th Serbian Mathematical Congress, May 22nd-25th, 2014, Vrnjačka Banja, Serbia"*, ISBN 978-86-6275-026-6, Niš, p. 50 (2014),
http://tesla.pmf.ni.ac.rs/people/smak/book_{-}of_{-}abstracts.pdf.
- [3] S. Stević, B. Iričanin, "On some solvable classes of difference equations and systems of equations". In: *"10th International Conference Progress on difference*

equations PODE 2016, May 17th-20th, 2016, Riga, Latvia”, Abstracts, ISBN 978-9934-18-150-4, Riga, p. 12 (2016),

http://www.lu.lv/fileadmin/user_{-}upload/lu_{-}portal/projekti/pode2016/PODE-2016-iekslaps.pdf.

- [4] B. Iričanin, “New cases of solving difference equations and their systems of rational type of higher order in the closed form”. In: *The 5th international scientific conference “Analysis, Topology, Algebra: Theory And Applications (ATA 2016)”, July 06th-09th, 2016, Čačak, Serbia*.

- [5] B. Iričanin, “More on closed form solvable difference equations and their systems”. In: *International Conference “14th Serbian Mathematical Congress SMAK, May 16th-19th, 2018, Kragujevac, Serbia*”, ISBN 978-86-6009-055-5, Kragujevac, 2018,

https://imi.pmf.kg.ac.rs/kongres/pdf/accepted-finished/a0121112f9f205bc4e4d5c002870b865_11_0508-2018_020142/ID_218.pdf.

AN INVERSE PROBLEMS FOR STURM-LIOUVILLE-TYPE DIFFERENTIAL EQUATION WITH A CONSTANT DELAY

Nebojsa Đuric

University Banja Luka, Faculty of Architecture, Civil Engineering and Geodesy
nebojsa.djuric@aggf.unibl.org

Vladimir Vladicic

University East Sarajevo, Department of Mathematics, Informatics and Physics
vladimir.vladicic@ffuis.edu.ba

We study two type non-self-adjoint second order differential operators with constant delay generated by

$$Ly = -y''(x) + q(x)y(x - \tau);$$

$$y(x - \tau) = 1, x \in (0, \tau]$$

$$y'(0) = y(\pi) = 0$$

$$y'(0) = y'(\pi) = 0$$

and

$$My = -y''(x) + q(x)y(x - \tau);$$

$$y(x - \tau) = f(x), x \in (0, \tau]$$

$$f(\tau) = 1$$

$$y'(0) = y(\pi) = 0$$

$$y'(0) = y'(\pi) = 0$$

where potential $q(x)$, $f(x)$ is complex-valued function $q(x) \in L^2[0, \pi]$, $f(x) \in L^2[0, \tau]$. We establish properties of the spectral characteristics and investigate the inverse problem of recovering operators from their spectra when $\tau \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

Bibliography

- [1] Vladimir Vladicic, Milenko Pikula *An inverse problems for Sturm-Liouville-type differential equation with a constant delay*, Vol. 12.(24), Sarajevo journal of mathematics, Year 2016., pp 83-88
- [2] Bayramov A., Ozturk Uslub S., Kizilbudak Caliskan S., *Computation of eigenvalues and eigenfunction of a discontinuous boundary value problem with retarded argument*, Appl. Math. Comput.191, (2007), pp. 592–600.
- [3] Freiling G. and Yurko V., *Inverse Sturm-Liouville problems and their applications*, Nova Scienc Publisher, Inc. Huntington, New York, (2008)
- [4] Freiling G. and Yurko V., *Inverse problems for Sturm-Liouville diferential operators with a constant delay*, Appl. Math. Lett. 25, No. 11, (2012), pp. 1999–2004

On rapidly varying sequences: part II

Valentina Timotić

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy Pale, Bosnia and Herzegovina

valentina.ko@hotmail.com

Dragan Djurčić

University of Kragujevac, Faculty of Technical Sciences Čačak, Serbia

dragan.djurcic@ftn.kg.ac.rs

Mališa R. Žižović

University of Kragujevac, Faculty of Technical Sciences Čačak, Serbia

malisa.zizovic@ftn.kg.ac.rs

In this paper we will prove some properties of the rapid equivalence and consider some selection principles with regard to rapidly varying sequences.

Spektralni problem sa konstantnim kašnjenjem i preticanjem

Elmir Čatrnja
Koledž Ujedinjenog Svijeta u Mostaru
elmir.catrnja@uwcim.uwc.org

Sanja Tipurić-Spužević
Sveučilište u Mostaru, Fakultet prirodoslovno-matematičkih i odgojnih znanosti
sanja.spuzevic@gmail.com

Ivana Zubac
Sveučilište u Mostaru, Fakultet strojarstva, računarstva i elektrotehnike
ivana.fsr@gmail.com

Fatima Mandžuka
Druga osnovna škola Konjic
fatima1968man@gmail.com

U ovom radu posmatramo diferencijalnu jednačinu tipa Sturm-Liouvillea sa konstantnim kašnjenjem i konstantnim preticanjem oblika.

ПРИМИЈЕЊЕНА МАТЕМАТИКА

APPLIED MATHEMATICS

PRIMJENA SPEKTRALNIH OSOBINA POZITIVNIH MATRICA NA KONSTRUKCIJU DEAHP MODELA

Rade Lazović

Univerzitet u Beogradu, Fakultet organizacionih nauka

lazovic@fon.rs

U radu se predlaže nov model za generisanje lokalnih težina u AHP (Analytic Hierarchy Process) metodi. S obzirom da se za dobijanje težina koristi DEA (Data Envelopment Analysis) metodologija, predloženi model pripada kategoriji DEAHP (Data Envelopment Analytic Hierarchy Process) modela. Prvi DEAHP model predložio je R. Ramanathan u radu [1] iz 2006. godine. Dvije godine kasnije, u radu [3] prezentovan je DEAHP model sa regionom sigurnosti (*assurance region*), DEA/AR model, koji je otklonio neke uočene nedostatke Ramanathanovog modela. U ovom radu predlaže se model sa restriktivnim regionom sigurnosti, DEA/RAR model. Restriktivni region sigurnosti određen je sa dva parametra koji uokviruju spektralni radijus matrice poređenja. Za dobijanje tih parametara razvijene su dvije heuristike koje se zasnivaju na procedurama minimizacije maksimuma, odnosno maksimizacije minimuma određenog broja realnih funkcija. Softverska implementacija tih procedura realizovana je u MATLAB okruženju. Dokazano je da DEA/RAR model generiše tačne težine kada se primeni na matrice poređenja koje imaju osobinu savršene konzistentnosti. Neke od prednosti DEA/RAR modela u odnosu na DEA/AR model ilustrovane su sa nekoliko numeričkih primera. Pored toga, pokazano je da vektor lokalnih težina DEA/RAR modela može biti veoma blizak vektoru lokalnih težina koji generiše poznata Satijeva metoda sopstvenog vektora [2]. To se dešava kada su vrednosti parametara modela bliske spektralnom radijusu matrice poređenja.

References

- [1] R.Ramanathan, *Data Envelopment Analysis for Weight Derivation and Aggregation in the Analytic Hierarchy Process*, Computers & Operations Research 33 (2006) 1289-1307.
- [2] T.L. Saaty, *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill Company, New York, 1980.
- [3] Y.M.Wang, K.S.Chin, G.K.Poon, *A Data Envelopment Analysis with Assurance Region for Weight Generation in the Analytic Hierarchy Process*, Decision Support Systems 45 (2008) 913-921.

ON THE MAXIMAL VALUE OF RRR INDEX AMONG TREES WITH MANY LEAVES

Lazar Obradović
University of Montenegro
lazaro@ac.me

Riste Škrekovski
University of Ljubljana

Vladimir Bozović
University of Montenegro

Zana Kovijanić Vukicević
University of Montenegro

Goran Popivoda
University of Montenegro

The reduced reciprocal Randić (RRR) index of the graph $G = (V, E)$ is defined as

$$RRR(T) = \sum_{uv \in E} \sqrt{(d_u - 1)(d_v - 1)}.$$

We characterize the trees of order n with p pendent vertices that maximize RRR index for every $p \geq \lfloor n/2 \rfloor$, which has been identified as an open problem in [3].

References

- [1] I. Gutman, B. Furtula, C. Elphick, Three new/old vertex–degree–based topological indices, *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* **72** (2014) 617–632.
- [2] F. C. G. Manso, H. S. Júnior, R. E. Bruns, A. F. Rubira, E. C. Muniz, Development of a new topological index for the prediction of normal boiling point temperatures of hydrocarbons: The Fi index, *J. Mol. Liquids* **165** (2012) 125–132.
- [3] X. Ren, X. Hu, B. Zhao, Proving a conjecture concerning trees with maximal reduced reciprocal Randić index, *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* **76** (2016) 171–184.

PRIMENA DIFERENCIJALNE GEOMETRIJE KOD TRASIRANJA ŽELEZNICKE PRUGE

Aleksandar Grujić
grujic_aca@hotmail.com
Prirodno matematički fakultet u Kragujevcu

Kretanje voza karakterisano je nizom sledećih problema kao što su: obezbeđivanje da voz "ne iskoči" iz šina i uslovi koji se odnose na vožnju putnika. Većina ovakvih problema rešava se dobrom konstrukcijom železničke pruge. Promena pravca kretanja voza se vrši krivinama. Krivina se sastoji od jednog kružnog luka i dve spojnice pomoću koga se kružni deo pruge spaja sa pravolinijskim delovima. Kada voz ulazi u krivinu, on preko spojnog dela prelazi u kružni tok a kada iz krivine izlazi preko druge spojnice prelazi u pravolinijsko kretanje. Krivina treba da je takva da obezbedi neometano kretanje voza, da se eliminišu uticaji inercije, centrifugalnih sila i da ne dođe do rušenja pruge. Tačke spajanja pojedinih delova pruge moraju biti glatke tačke putanje. To znači da u tim tačkama postoji glatka tangenta putanje kako bi se voz kretao u pravcu tangente na putanju. U ovom radu se bavimo konstrukcijom pruge.

Bibliography

- [1] I. Lazarević, *Višedimenziona matematička analiza 2*, Beograd, 2004, str 494-500;
- [2] M. Kosijer, *Optimizacija trase železničke pruge*, Beograd, 2013, str 40-50;

PRIMENA GENERALIZOVANE LOGISTIČKE JEDNAČINE U JEDNOM MODELU PONUDE I TRAŽNJE

Jelena Stanojević, Katarina Kukić
Univerzitet u Beogradu, Ekonomski fakultet

Linearne jednačine, kao i S-oblik jednačina ponude i tražnje imaju široku primenu u ekonomiji, zbog jednostavnosti modela, ali takvo pojednostavljenje modela ga čini manje primenljivim. U ovom radu su predložene odgovarajuće stepene funkcije za modeliranje ponude i tražnje, kao i jednačina relativne promene cene kao linearne funkcije viška potrošača, kako bi se dobila realnija slika stvarnosti. Sistem jednačina se svodi na uopštenu logističku jednačinu, a ovde je za konkretno izabrane vrednosti parametra dat i odgovarajući bifurkacioni dijagram kao i analiza stabilnosti dobijenog modela.

KONSTRUKCIJA MANDELBROTOVOG SKUPA U MATLAB-U

Ljubica Diković
Visoka strukovna škola Užice

Fraktal je geometrijska figura koja se može rastaviti na beskonačno mnogo delova koji su na različitim skalama veličine matematički slični celini. Priroda Univerzuma

je fraktalna. Fraktali opisuju brojne kompleksne obilike koji su svuda oko nas zahvaljujući specifičnim osobinama, a to su: rekurzivnost, samosličnost i dimenzija koja nije celobrojna. U ovom radu su predstavljeni fraktali Mandelbrotovog skupa i prikazana njihova efikasna konstrukcija putem rekurzivnih petlji u MATLAB-u.

PROCESI U TEORIJI NEIZVESNOSTI

Marija Paunović, Nebojša Ralević

Fakultet tehničkih nauka Novi Sad

U ovom radu je predstavljen koncept procesa neizvesnosti, kao proširenje teorije neizvesnosti (uncertainty theory). Proces neizvesnosti, zasnovan na Liovom integralu, predstavlja niz promenljivih indeksiranih kroz vreme. U cilju proučavanja integrala (definisanih u ovoj teoriji) u različitim procesima neizvesnosti, uvedeni su osnovni pojmovi i razmatrane neke osobine i tvrdjenja.

METOD ODABIRA VARIJABLI ZA OPIS KLIJENATA BANKE

Ivana Dolga, Bratislav Iričanin, Nebojša M. Ralević

Fakultet tehničkih nauka Novi Sad

U radu su prikazane određene statističke metode pomoću kojih se za parametrijske podatke vrši izbor adekvatnih varijabli za dalji razvoj modela. Konkretna primena je na varijablama koje opisuju klijente banke, a posmatraju se dve grupe klijenata u odnosu na status default-a. Korišćene statističke metode su ANOVA i Pearson-ova korelacija, a izvršeno je testiranje razlike između varijabli u odnosu na dve grupe, kao i međusobni odnos varijabli u smislu korelacije. Na osnovu dobijenih rezultata izvršena je redukcija polaznih varijabli, a sa ciljem dobijanja optimalnijeg modela sa minimalnim gubitkom informacija.

ANALYSIS OF STABILITY OF LTI SYSTEMS IN COMPLEX S -PLANE WITH RESPECT TO MAPPING $S \rightarrow 1/S$

Tomislav B. Šekara

University of Belgrade, School of Electrical Engineering

tomi@etf.rs

Milan R. Rapaić

University of Novi Sad, Faculty of Technical Sciences

rapaja@uns.ac.rs

Vidan Govedarica

University of East Sarajevo, Faculty of Electrical Engineering

vidangov@yahoo.com

Marko Bošković
University of East Sarajevo, Faculty of Electrical Engineering
marko.boskovic@etf.ues.rs.ba

This paper analyzes the character of stability of linear time-invariant (LTI) systems with respect to a mapping $s \rightarrow 1/s$. The mapping $s \rightarrow 1/s$ retains left-half and right-half plane of plane, so the character of stability is preserved in terms of BIBO (bounded-input/bounded-output) stability. It turns out if there is at least one pole in right half-plane of s-plane then the character of stability changes with respect to the mapping $s \rightarrow 1/s$. If the system is critically stable (having finite number of poles and zeros of system transfer function) then the character of stability remains the same. The subject of this study is primarily focused to the case of "critical" stability of LTI systems with infinite number of poles and zeros with respect to the mapping $s \rightarrow 1/s$.

JEDAN ZADATAK IZ TEORIJE REALNIH FUNKCIJA REŠEN PRIMENOM METODA KLASICNE ANALIZE

Tihomir S. Marjanović
mattihomir@gmail.com
Učiteljski fakultet Užice

U ovom radu iskoristili smo činjenicu da se racionalni brojevi mogu poredati u niz $(r_k), k = 0, 1, 2, 3, \dots$. Dalje, koristeći taj niz definisali smo funkciju

$$f(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2^k} \cdot \frac{|x - r_k|}{1 + |r_k|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} \cdot \frac{|x - r_k|}{1 + |r_k|}.$$

Pokazali smo da ovako definisana funkcija ima smisla i da je neprekidna za svako realno x ; da je ravnomerno neprekidna na segmentu; da ima izvod u svakoj iracionalnoj tački; da postoji levi i desni izvod u racionalnim tačkama i da se oni ne poklapaju. Na kraju, pokazali smo da je ovako definisana funkcija konveksna na skupu realnih brojeva. Pomenute činjenice pokazali smo koristeći poznate teoreme iz klasične analize: Cauchyjev kriterijum konvergencije nizova i Cantorov stav o ravnomernoj neprekidnosti funkcije na segmentu.

ИСТОРИЈА И НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ

HISTORY AND DIDACTICS OF MATHEMATICS

MATEMATIKA NA ŠAHOVSKOJ TABLI

Milan Živanović

Visoka škola strukovnih studija za vaspitače, Kruševac

mzivanovic@vaspks.edu.rs

Između matematike i šaha postoji velika bliskost, te stoga nije slučajno što se matematičke i šahovske sposobnosti u praksi često realizuju komplementarno. Rešavanjem čuvenih kombinatornih problema rasporeda šahovskih figura na tabli su se bavili Ojler i Gaus. Neki od najuspešnijih vrhunskih velemajstora su bili profesionalni matematičari: Emanuel Lasker, Maks Eve, Džonatan Nan. Visoke matematičke sposobnosti i rezultate u mladosti su postizali Mihail Talj i Anatolij Karpov. Šahovske probleme možemo sresti u kibernetici, teoriji igara, teoriji grafova, teoriji brojeva, ali i u razvijanju savremenih metoda programiranja. Skoro u svakoj zbirci sa olimpijskih matematičkih takmičenja zadaci inspirisani šahovskom tablom i figurama zauzimaju značajno mesto.

Bliskost ove dve delatnosti pruža nesicrpne mogućnosti popularizacije matematike i njene nastave. Matematički problem inspirisani šahom su veoma raznovrsni. To mogu biti razni geometrijski i aritmetički problemi tablama različitih dimenzija, problemi rasporeda i kretanja figura, rešavanje neobičnih igara, satavljanje turnirskih rasporeda, određivanje rejtinga takmičara i slično.

Savremene informativne tehnologije omogućuju lakši, neposredniji i interaktivniji pristup i ovoj problematici. Autor ovog teksta je modelovao matematičke probleme na šahovskoj tabli u programu Geogebra. Ti problemi su sabrani u elektroskoj zbirci "Šah i matematika" koja će biti predstavljena u ovom radu.

Bibliography

- [1] Gardner M., *Mathematics, Magic and Mystery*, Dover Publications Inc, New York, 1956.
- [2] Gik I. J., *Šahmati i matematika*, Nauka, Moskva, 1983.
- [3] Novčić S., *Šah i matematika*, ZUNS, Beograd, 1988.
- [4] Petković M., *Mathematics and Chess*, Dover Publications Inc, New York, 2011.

KVIZ "BIOGRAFIJE VELIKIH MATEMATIČARA"

Milan Živanović

Visoka škola strukovnih studija za vaspitače, Kruševac mzivanovic@vaspks.edu.rs

Jelena Stojkanović

Gimnazija Bajina Bašta

stojkanovic77@open.telekom.rs

U programima matematičkog obrazovanja u osnovnim i srednjim školama u Srbiji ne postoje planski predviđene teme iz istorije matematike. Ta oblast je i u praksi prilično zapostavljena. Pojedini nastavnici samoinicijativno sa ciljem povećavanja motivacije za učenje u svoja predavanja uključuju neke elemente iz istorije matematike. Mora se reći da kvalitet znanja koja učenici treba da usvoje u dobroj meri zavisi i od načina prezentovanja istorijskih podataka iz razvoja matematike. Tu se ne misli samo na motivacijsku ulogu, koja se najčešće ističe, a koju istorijske teme svakako imaju. Pored toga, može se reći, da elementi istorije matematike u nastavi matematike imaju i sledeće funkcije:

- metodološka funkcija (razvojnost metoda rešavanja problema u zavisnosti od usložnavnja praktičnih potreba; ograničenja i mogućnosti njihove primene)
- integrativna funkcija (mogućnost rešavanja istih problema kroz različite pristupe i povezanost različitih matematičkih disciplina)
- razvojna funkcija (istorijsko-genetski pristup matematičkim teorijama obezbeđuje sveobuhvatnost i logičku utemeljenost)
- vaspitna funkcija (glorifikovanje pozitivnih osobina kroz primere iz biografija velikih matematičara)
- opšteobrazovna funkcija (stvaranje potpunije slike o raznim društvenim epohama i njihovim protivrečnostima kroz poznavanje mogućnosti rešavanja za njih karakterističnih problema)

U gimnaziji "Josif Pančić" u Bajinoj Bašti se sadržaji iz istorije matematike uvode kroz kviz "Biografije velikih matematičara". U ovom radu će biti predstavljeno ovo od 2015. godine tradicionalno takmičenje i analiza njegovog uticaja na nastavu matematike.

Bibliography

- [1] Bell, E. T., *Veliki matematičari*, Znanje, Zagreb, 1972.
- [2] Božić, M., *Pregled istorije i filozofije matematike*, ZUINS, Beograd, 2002.
- [3] Struik, D., *Kratak pregled istorije matematike*, ZUINS, Beograd, 1991.
- [4] Znam, Š., *Pogled u povijest matematike*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1989.

PRIMJENA RAČUNARA U RJEŠAVANJU MATEMATIČKIH PROBLEMA

Dragica Milinković

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Pedagoški fakultet, Bijeljina

sadra@teol.net

Slađana Mitrović

Univerzitet u Novom Sadu

sladjanamitrovic2512@gmail.com

Jedan od glavnih zadataka primarnog matematičkog obrazovanja je sticanje i primjena matematičkih koncepata i vještina i razvijanje kognitivnih sposobnosti. Uzimajući u obzir napredak naučno-tehnološke revolucije i sve širu upotrebu računara u nastavnom procesu, kako u najnaprednijim evropskim zemljama, tako i kod nas, nameće se potreba za utvrđivanjem efekata primjene računara u rješavanju matematičkih zadataka. Istraživanje je bilo transverzalnog karaktera i sprovedeno je sa ciljem da se ispitaju razlike između dječaka i djevojčica pri rješavanju matematičkih problema uz upotrebu računara u nastavi matematike. Uzorak ispitanika izveden je iz populacije učenika mlađeg školskog uzrasta iz Bijeljine. Svi ispitanici su u trenutku testiranja pohađali peti razred osnovne škole. Statistička obrada podataka podrazumijevala je izračunavanje procenta uspješnosti u realizaciji matematičkih problema i razlike u uspjehu između dječaka i djevojčica primjenom Hi kvadrat testa (χ^2 test). Rezultati istraživanja pokazuju da djevojčice ostvaruju statistički značajno bolje rezultate prilikom realizacije matematičkih problema u odnosu na dječake.

PROBLEMI RAZUMEVANJA HIPOTETIČKO-KATEGORIČKIH SILOGIZAMA U NASTAVI MATEMATIKE

Olivera Marković

Univerzitet u Kragujevcu, Pedagoški fakultet u Užicu

markovic@pfu.kg.ac.rs

Milomir Erić

Univerzitet u Kragujevcu, Pedagoški fakultet u Užicu

eric@pfu.kg.ac.rs

Brojne greške koje učenici prave u pokušaju da reše zadatke iz različitih oblasti matematike često su direktna posledica prethodno napravljenih *logičkih grešaka* i nepravilno izvedenih zaključaka. U radu smo se bavili pitanjem koliko na nepravilno izvodjenje zaključaka utiče nerazumevanje hipotetičko-kategoričkih silogizama: *modus ponensa* i *modus tollensa*. Tokom dužeg niza godina autori ovog rada sprovodili su testiranje među učenicima završnog razreda srednjih škola. Od učenika se očekivalo da u svakom od zadataka testa, od kojih su neki dati na prirodnom jeziku a neki

na matematičkom jeziku, odgovore da li se iz navedenih premisa u okviru silogizma može ili ne može izvesti dati zaključak. Rezultati istraživanja ukazali su nam na neke propuste u matematičkom i logičkom obrazovanju naših učenika.

Bibliography

- [1] Barwell R. *The role of language in mathematics*, Naldic, University of Edinburgh, 2014.
- [2] Gika M *Filozofija i mistika broja*, Novi Sad: Književna zajednica Novog Sada 1987.
- [3] Inglis M, Attridge N *Does Mathematical Study Develop Logical Thinking?* World Scientific Publishing Europe Ltd New Jersey, 2016.
- [4] Petrović G. *Logika* Zavod za udžbenike Beograd 2011.
- [5] Romano D. *Jedno istraživanje o studentskim konstrukcijama formule sa logičkom implikacijom i njenom kontrapozicijom*, Zbornik radova Učiteljskog fakulteta, 9, 2015, str. 217-224
- [6] Walton D. *Are some Modus Ponens Arguments Deductively Invalid?* Informal Logic Vol 22, No 1 2002, pp. 19-46

PROCJENA NIVOVA MATEMATIČKE SPOSOBNOSTI UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA

Almir Huskanović
Univerzitet u Zenici
almirh@mf.unze.ba

Naida Bikić
Univerzitet u Zenici
naida.bikic@hotmail.com

PISA (Programme for International Student Assessment) je projekat testiranja petnaestogodišnjih i šesnaesto-godišnjih učenika osnovnih i srednjih škola iz oblasti prirodnih nauka, čitanja, tj. razumijevanja pročitanoog teksta i matematike. PISA testovima provjerava se kako se učenici snalaze u rješavanju životnih, praktičnih problema, onih koji se najčešće ne mogu naći u udžbenicima i zbirkama zadataka predviđenih po nastavnom planu i programu. Time se naglašava da učenik nakon završene osnovne škole sa sobom nosi, ne samo konkretna znanja iz raznih nauka, nego i sposobnost da ta znanja primjeni u svakodnevnom životu. Učenici osnovnih škola iz Bosne i Hercegovine su, počevši od aprila 2018. godine, takođe učesnici ovog velikog međunarodnog projekta. Upravo to je bio motiv da testiramo jednu

grupu učenika osnovnih škola u Srednjobosanskom kantonu, nastojeći ispoštovati većinu propozicija predviđenih po PISA sistemu. Dobijeni rezultati tog testiranja su vrlo loši, što pokazuje da su naši učenici na jednom o početnih nivoa matematičke pismenosti, a što je karakteristično za učenike iz skoro svih država u našoj regiji.

Bibliography

- [1] Baucal, A., Pavlović Babić D., *Nauči me da mislim, nauči me da učim: PISA 2009 u Srbiji, prvi rezultati*, Institut za psihologiju Filozofskog fakulteta Univerziteta u Beogradu, Centar za primijenjenu psihologiju, Beograd, 2010.;
- [2] Bikić N., Burgić Dž., Huskanović A., *Matematička pismenost i primjeri PISA testova*, 10th Research/Expert Conference with International Participation Quality 2017, ISSN 1512-9268, Neum 2017., str. 343. - 348.;
- [3] Milić D., *Matematička pismenost učenika osnovnih škola Srednjobosanskog kantona*, Filozofski fakultet u Zenici, Zenica, 2018.;
- [4] OECD (2016), *PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education*, OECD Publishing, Paris.

KONTEKSTUALNI ZADACI U NASTAVI MATEMATIKE MEDICINSKIH ŠKOLA

Karmelita Pjanić
kpjanic@gmail.com

Univerzitet u Bihaću, Pedagoški fakultet

Kao ciljevi nastave matematike u srednjim strukovnim školama ističu se sticanje znanja i vještina potrebnih za obavljanje budućeg zanimanja. Međutim, udžbenici matematike u Bosni i Hercegovini i, u velikoj mjeri nastava matematike u strukovnim školama, usmjereni su ka rješavanju standardnih zadataka s utvrđenim postupkom rješavanja u matematičkom kontekstu. Upitno je da li takav pristup poučavanju matematike u strukovnim školama zaista ispunjava deklarirane ciljeve nastave, tj. da li učenici strukovnih škola znaju i umiju da riješe matematičke zadatke u kontekstu njihove struke.

Cilj ovog rada je ukazati na mogućnosti unapređenja procesa poučavanja i učenja matematike u školama medicinskog usmjerenja, prvenstveno obogaćivanjem matematičkih sadržaja zadacima modelovanja i zadacima zadanim u kontekstu medicinske struke.

Bibliography

- [1] Blum, W., Niss, M., *Applied mathematical problem solving, modeling, applications and links to other subjects*, Educational Studies in Mathematics, **22** (1), 1991, 36 – 38;
- [2] Doosti, A., Ashtiani, A.M. *Mathematical Modeling: a new approach for mathematics teaching in different levels*, 2010;
- [3] Greer, B. *Modelling reality in mathematics classrooms: the case of word problems*, Learning and Instruction, **7** (4), 1997, 36 – 38;

МАТЕМАТИЧКИ СИМБОЛИ НА НЕКИМ СРПСКИМ СПОМЕНИЦИМА

Радослав Милошевић
Филозофски факултет Пале

У овом раду биће ријечи о елементима небеске математике на неким српским споменицима и утицајима других народа на ту појаву. Човјек као свемир ће бити уводни прилаз у овој теми користећи златни пресјек из математике. Затим ћемо обрадити „божанску пропорцију“ крста и човјека обрадићемо симболе васионе на српским каменим књигама (стећцима) специјално ћемо илустровати конусне спирале на неким српским споменицима. На крају ћемо навести српску свемирску топонимију данас.

Кључне ријечи: Математички симболи, васионе, космичке спирале, српски споменици, свемирска топонимија српска.

УЧЕШЋЕ УЧЕНИКА НА ТАКМИЧЕЊИМА ИЗ МАТЕМАТИКЕ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ ИЗ УГЛА УЧИТЕЉА

Сања Маричић, Крстивоје Шпијуновић, Ненад Милинковић
Универзитет у Крагујевцу, Педагошки факултет у Ужицу

Идеја математичких такмичења развијала се упоредо са развојем друштва и школе, а данас су веома распрострањена и присутна на свим нивоима математичког образовања. У раду аутори указују на карактеристике математичких такмичења ученика млађих разреда основне школе, њихове вредности у улогу учитеља и ученика у том процесу. Посебну пажњу скрећу на питања положаја и улоге ученика у такмичењу. У том контексту организовали су истраживање с циљем да сагледају мишљења учитеља о математичким такмичењима у млађим разредима основне школе. На узорку учитеља који раде у основним школама на територији Републике Србије организовали су

истраживање с циљем да испитају на који начин учитељи врше избор ученика за математичка такмичења, како страх од неуспеха на такмичењу делује на ученике, због чега ученици одлазе на математичка такмичења и како несупех на такмичењу делује на ученике. Добијени резултати показују да учитељи за такмичења бирају ученике који поседују посебне способности за математику и ученике који су за њих заинтересовани; да знатан број ученика одустаје у току припрема од такмичења због страха од неуспеха; спољашњи фактори у виду награда, похвала, признања и положаја у друштву, према мишљењу учитеља, представљају најзначајнији мотивациони подстрек за учествовање у математичким такмичењима; неуспех ученика на математичким такмичењима, према мишљењу учитеља, не представља околност која у великој мери утиче на одлуку ученика да поново не учествује у такмичењу.

Кључне речи: математичко такмичење, почетна настава математике, математика, ученици.

ПРИСТУП НАСТАВИ АЛГЕБРЕ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ ЗАСНОВАН НА РЕАЛНОМ КОНТЕКСТУ

Ненад Милинковић, Сања Маричић

Универзитет у Крагујевцу, Педагошки факултет у Ужицу

Садржаји алгебре представљају важан део наставног програма математике у млађим разредима основне школе, али са друге стране велики број аутора указује на тешкоће које постоје приликом учења и разумевања ових садржаја од стране ученика. Суштина наставе алгебре на млађем школском узрасту огледа се у повезивању аритметичких и алгебарских садржаја и смеру учења који почива на учењу у реалном контексту, у смеру од конкретног ка апстрактном, односно од апстракције ка генерализацији. Није довољно само да ученик овлада одређеним алгебарским техникама, већ је потребно да развије такав начин размишљања, у коме ће анализирати и уочавати везе између променљивих и умети да их генерализује у шире алгебарске концепте. Сама комплексност садржаја алгебре, потешкоће које настају на путу усвајања ових садржаја, њиховом разумевању и коришћењу условљава и специфичан избор метода, приступа, стратегија рада на путу методичке трансформације ових садржаја у раду са ученицима. У том контексту аутори скрећу пажњу на контекстуални приступ учењу ових садржаја и кроз моделовање проблемских ситуација указују на могуће начине методичке трансформације ових садржаја.

Кључне речи: алгебра, алгебарско мишљење, контекстуални приступ настави и учењу, почетна настава математике, математика.

MOTIVACIJA UČENIKA EKONOMSKE ŠKOLE ZA UČENJE MATEMATIKE

Marina Zubac

Fakultet prirodoslovnih i odgojnih znanosti Mostar

U ovom radu smo istraživali utjecaj motivacije učenika ekonomske škole na uspjeh iz matematike. Istraživanje je provedeno u Srednjoj školi u Čitluku, a obuhvaćalo je 150 učenika ekonomskog usmjerenja. Učenici su bili podijeljeni po stupnju motivacije u tri skupine: iznadprosječni, prosječni i ispodprosječni učenici. Podijela je izvršena na osnovu upitnika motivacije, koji su ispunjavali svi učenici. Osim toga svi su učenici rješavali test iz matematike na početku i na kraju istraživanja. Rezultati istraživanja pokazuju da postoji statistički značajna razlika između inicijalnog i finalnog mjerenja kod učenika s visokom motivacijom za učenje matematike.

Ključne riječi: motivacija, matematika, nastava matematike.

PITANJA, NALOZI I ZADACI U UDŽBENICIMA MATEMATIKE ZA OSNOVNU ŠKOLU

Sanja Anđelković

sanja86jankovic@gmail.com

Univerzitet u Nišu, Pedagoški fakultet u Vranju

Nela Malinović-Jovanović

nelamj@ucfak.ni.ac.rs

Univerzitet u Nišu, Pedagoški fakultet u Vranju

Pitanja, nalozi i zadaci predstavljaju osnovno sredstvo misaonog aktiviranja učenika u nastavi matematike. S tim u vezi, i zadaci u udžbenicima trebaju biti logički povezani sa sadržajem, jasno formulisani, precizni, realno izvodljivi. U radu je izvršena analiza udžbeničkih kompleta matematike za drugi razred osnovne škole, sa ciljem da se ispita zastupljenost besmislenih, nerealnih i neodređenih pitanja, naloga za aktivnosti i zadataka u njima. Analiza se odnosila na zastupljenost ovih tipova zadataka u odnosu na: udžbeničke jedinice (udžbenik, radna sveska), tematske celine i postavljene kriterijume smislenosti. Rezultati analize ukazuju na to da je sedmina zadataka u razmatranim udžbeničkim kompletima besmislena po nekom od šest postavljenih kriterijuma. Pritom, najviše su zastupljeni oni koji se odnose na sledeće kriterijume: težinu zadataka ispod očekivanog nivoa, nepostojanje prostornih uslova za rešavanje zadataka i nepostojanje odgovarajućih elemenata za njihovo rešavanje. Takođe, rezultati ukazuju i na to da je znatno veći broj zadataka sa nedostatkom u odnosu na smislenost zastupljen u udžbeniku u odnosu na radnu svesku, dok je, u odnosu na tematsku celinu, procentualno najveći broj zadataka ovog tipa zastupljen u tematskoj celini Prirodni brojevi do 100. Od zadataka koji su okarakterisani kao besmisleni, najzastupljeniji su kvaziaktivirajući i nerealni zadaci, dok su najmanje zastupljeni zadaci koji podstiču na bubanje. Dobijeni rezultati, između ostalog,

moгу uticati na poboljšanje kvaliteta udžbenika, pre svega u pogledu usloņnjavanja zahteva za učenike i obezbeđivanja neophodnih uslova i elemenata za njihovo rešavanje.

Literatura

- [1] Zakon o udžbenicima i drugim nastavnim sredstvima Republike Srbije (2009). Ministarstvo prosvete i nauke Republike Srbije
- [2] Ivić, I. i sar. (2008). Vodič za dobar udžbenik – opšti standardi kvaliteta udžbenika. Novi Sad: Platoneum.
- [3] Ivić, I. i sar. (2004). Osnovni standardi kvaliteta školskih udžbenika. Beograd: Obrazovni forum.
- [4] Matović, N. (2009). Vrste zadataka i njihove karakteristike u udžbeniku matematike. *Nastava i vaspitanje*, 58(2), 185-200.
- [5] Pešikan, A. i Janković, S. (1998). Analiza udžbenika i radne sveske za predmet poznavanje društva za IV razred osnovne škole. *Psihologija*, 31(1-2), 137-152.
- [6] Pingel, F. (2005). Priručnik UNESKA za proučavanje i reviziju udžbenika. Novi Sad: Platoneum.
- [7] Plut, D. (ur.) (2007). Kvalitet udžbenika za mlađi školski uzrast. Beograd: Institut za psihologiju; Filozofski fakultet.
- [8] Potkonjak, N. i Pijanović, P. (prir.) (1996). Pedagoški leksikon. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
- [9] Pravilnik o standardima kvaliteta udžbenika i uputstvo o njihovoj primeni (2010). Nacionalni prosvetni savet.
- [10] Todorović, O. i Ognjanović, S. (2011). Matematika 2 – udžbenik za drugi razred osnovne škole. Beograd: Zavod za udžbenike.
- [11] Todorović, O. i Ognjanović, S. (2013). Matematika 2 – vežbanka za drugi razred osnovne škole. Beograd: Zavod za udžbenike.

ПРИКАЗ УЏБЕНИКА: КОМПЕТЕНЦИЈЕ НАСТАВНИКА ЗА ПОЧЕТНУ НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ

Ваит Д. Ибро, Еуген Љајко

Учитељски факултет, Универзитет у Приштини-К.Митровица

Како би код ученика поспешили учење, олакшали усвајање нових знања и побољшали резултате ученика у данашњем (и будућем) веома комплексном окружењу, наставници морају поседовати и развијати широк спектар компетенција: психолошких, логичких, дидактичких, методичких, техничких. Наставничке компетенције су капацитети који се исказују у вршењу сложених активности у васпитно-образовном раду. Компетенције представљају скуп потребних знања, вештина и вредносних ставова наставника. Оне се одређују у односу на циљеве, задатке, исходе учења и образовне стандарде постигнућа. Уџбеник је настао као плод вишегодишњег искуства аутора, као и праћења трендова у савременој методици наставе математике. Богат материјалом, обиље примера, илустрација и прилога умногоме може помоћи учитељима и наставницима математике при осмишљавању, планирању, организовању и извођењу наставе.

Кључне речи: компетенције, почетна настава математике, математике, методичко обликовање

ПРАКТИЧНА ПРИМЕНА ХЕУРИСТИЧКИХ МЕТОДА У НАСТАВИ

Мирко Дејић, Вељко Банђур, Драган Мартиновић

Универзитет у Београду, Учитељски факултет

Без обзира на различите дефиниције појма “хеуристика”, све оне указују да је њена основна карактеристика – проналазаштво, на што упућује и само значење речи (грч. хеуристика = нађем, пронађем). Хеуристичка метода откривања нових чињеница има смисла у настави, јер треба имати у виду да оно што је познато наставнику за ученике је ново и тек треба да се открије. Циљ нашег рада јесте да на неколико практичних примера покажемо како хеуристичка метода може да се користи у настави. У раду се даје дефиниција хеуристике, конкретизује хеуристичка метода на формирању неких појмова из области математике и физичког васпитања и показује како се постављају хеуристичка питања.

Кључне речи: Хеуристика, хеуристичка метода, хеуристичка настава, формирање појмова, хеуристичка питања.

UTICAJ PROSTORNIH SPOSOBNOSTI NA SAVLADAVANJE GRADIVA IZ NACRTNE GEOMETRIJE KOD STUDENATA INZENJERSTVA

Sandra Kosić-Jeremić

sandra.kosic-jeremic@aggf.unibl.org

Univerzitet u Banjoj Luci, Arhitektonsko-građevinsko geodetski fakultet

Maja Ilić

maja.ilic@aggf.unibl.org

Univerzitet u Banjoj Luci, Arhitektonsko-građevinsko geodetski fakultet

Nacrtna geometrija je obavezan predmet koji se izučava na prvoj godini studija arhitekture, građevinarstva i geodezije na Arhitektonsko-građevinsko-geodetskom fakultetu Univerziteta u Banjoj Luci. Tokom izvođenja nastave na ovom predmetu, uočene su određene razlike u brzini savladavanja gradiva, kao i u uspješnosti studenata u odnosu na profil struke. Da bi procijenili prostorne sposobnosti kod studenata, odnosno njihove sposobnosti percepcije i prezentacije prostora koje su bitne za razumijevanje nacrtne geometrije, studenti su testirani na početku semestra i na kraju semestra (nakon odslušanog gradiva iz predmeta Nacrtna geometrija) pomoću testova prostornih sposobnosti koji su se sastojali od osam zadataka za provjeru sposobnosti mentalne rotacije, razvoja površi tijela i mentalnog presjeka zadanih tijela. Ovi testovi procjenjuju urođene sposobnosti kod kandidata, ali se određenim iskustvom u rješavanju zadataka ove vještine mogu poboljšati. Upoređen je uspjeh na oba testa i izračunata je korelacija između uspjeha na testovima prostornih sposobnosti i konačnog uspjeha iz predmeta Nacrtna geometrija, kao i razlike u uspjehu između studenata različitih usmjerenja. Testirano je ukupno 104 studenta prve godine Arhitektonsko-građevinsko-geodetskog fakulteta Univerziteta u Banjoj Luci, školske 2017/18 godine. U analizi rezultata korišten je analitičko-statistički paket SPSS v.20.

NEDOUMICE NASTALE NAKON POGREŠNO POSTAVLJENOG ZADATKA

Šefket Arslanagić

asefket@pmf.unsa.ba

Prirodno-matematički fakultet, Sarajevo

Sada kao umirovljenik Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Sarajevu prisjećam se nekih zgoda i nezgoda nastalih na početku moje profesorske karijere u Gimnaziji u Trebinju. Sjećam se jednog zadatka iz geometrije čije je rješenje izazvalo mnogo nedoumica kod mojih vrijednih učenika, a bogami u početku i kod mene. Radi se o sljedećem zadatku:

U jednakokračnom trokutu $\triangle ABC$ je $[AB] = [AC] = 20$, $\sphericalangle BAC = 36^\circ$ i $[BC] = 13$. Neka točka $D \notin AC$ tako da je $[BD] = [BC]$. Izračunati duljinu dužine \overline{DC} .

Literatura

- [1] Arslanagić, Š., Matematika za nadarene, Bosanska riječ, Sarajevo, 2005.
- [2] Arslanagić, Š., Metodička zbirka zadataka sa osnovama teorije iz elementarne matema-tike, Grafičar promet d.o.o., Sarajevo, 2006.
- [3] Mattler, M., Von Charme der „verblassten“ Geometrie, Verlag Eurobit, Temeswar, 2000.

INTERESTING PROOFS OF SOME ALGEBRAIC INEQUALITIES

Šefket Arslanagić
asefket@pmf.unsa.ba
University of Sarajevo

Faruk Zejnullahi
farukzejnullahi@gmail.com
University of Sarajevo

The paper considers the well interesting proofs of two algebraic inequalities. First, we will give the proof of the next algebraic inequality with the radicals:

$$\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{y^2 + 3} + \sqrt{xy + 3} \geq 6; (x, y \geq 0, x + y = 2).$$

We will give now one new inequality:

$$\sqrt{x^2 + 15} + \sqrt{y^2 + 15} + \sqrt{xy + 15} \geq 12; (x, y \geq 0, x + y = 2).$$

Keywords: inequality, radicals, generalisation.

References

- [1] Arslanagić, Š. (2004). Matematika za nadarene, Bosanska riječ, Sarajevo (BiH).
- [2] Cirtoaje, V. (2006). Algebraic Inequalities-Old and New Methods, Gil Publishing House, Zalau (Romania).
- [3] Cvetkovski, Z. (2012). Inequalities-Theorems, Techniques and Selected Problems, Springer Verlag Berlin Heidelberg.
- [4] AOPS-Art of Problem Solving (web page).

СТУДЕНТСКА СЕКЦИЈА

STUDENT SECTION

NEDOKAZIVOST U INTUICIONISTICKOJ LOGICI

Šejla Dautović

shdautovic@mi.sanu.ac.rs

Matematički institut SANU, Beograd

Mladen Zekić

mzekic@mi.sanu.ac.rs

Matematički institut SANU, Beograd

Klini je 1952. godine osmislio formalni sistem G3 koji predstavlja varijantu sekventnog računa originalno uvedenog od strane Gerharda Gencena. Sistem G3 je zadat tako da minimizira broj različitih premisa za dati zaključak, pa stoga u njemu postoji manje mogućnosti za dokaz određenog sekventa nego u klasičnom sekventnom računu. Zato je sistem G3 naročito pogodan da se u njemu pokaže nedokazivost nekog sekventa. U ovom radu biće pokazano da neke konkretne formule nisu dokazive u intuicionističkoj logici koristeći sistem G3 i neka svojstva sekvenata koja ostaju invarijantna tokom izvođenja u ovom sistemu. Ovo je zajednički radni projekat sa Šejlom Dautović.