

# Predškolsko matematičko obrazovanje: osnova za školsko učenje matematike

**Sanja M. Maričić**

*Univerzitet u Kragujevcu*

*sanjamaričic10@gmail.com*

**Jelena D. Stamatović**

*Univerzitet u Kragujevcu*

*jelena.stamatovic22@gmail.com*

Tranziciju između različitih nivoa obrazovanja karakteriše proces čiji ishodi зависе od pripremljenosti na prethodnom nivou i spremnosti da se naprave novi koraci na narednom nivou. U radu se polazi od stava da predškolsko vaspitanje i obrazovanje predstavlja važnu kariku obrazovanja, čija je funkcija da obezbedi što bolju tranziciju ka školi. U tom kontekstu pažnja je usmerena na sagledavanje važnosti predškolskog matematičkom obrazovanja, kao važnog elementa pripreme za školu i prediktora kasnijeg uspeha dece u narednim nivoima školovanja. Na uzorku dece predškolskog uzrasta organizovano je istraživanje s ciljem da se utvrdi da li od dužine uključenosti dece u ovaj proces zavisi razvijenost pojmove relacija u prostoru i razvijenost logičkih operacija klasifikacije, serijacije i konzervacije, kao bitnih elemenata logičko-matematičkog mišljenja. Rezultati dobijeni usmenim testiranjem dece, pokazuju da predškolsko obrazovanje doprinosi razvijanju pojmove relacija veličine, ali ne u potpunosti kod sve dece, da deca razvijaju logičke operacije serijacije, klasifikacije i konzervacije, ali i da se bolji efekti na ovom planu postižu ako je dete duže uključeno u proces obrazovanja i vaspitanja.

*Ključne reči:* predškolsko obrazovanje, relacije veličine, serijacija, konzervacija, klasifikacija

## Uvod

Prelazak iz predškolskog u školsko okruženje, odnosno početak formalnog školovanja je značajan period u životu deteta. Često se naglašava da je podrška prelaska deteta iz jednog u drugo okruženje zajednička odgovornost porodice, predškolske ustanove i škole (O'Toole et al. 2019; Scanlan i Stebletsova 2019; Zuković 2013). Može se reći da su to karike jednog procesa koji je, između ostalog, usmeren na potrebe deteta i na stvaranje podržavajućeg okruženja u tranzicionoj situaciji. Brojna istraživanja pokazala su koliko je važno povezivanje predškolskog i školskog okruženja i uloge koje u toj vezi imaju vaspitači i učitelji (Edwards 2011; Karila i Rantavuori 2014; Ranta-

vuori 2018; Skouteris, Watson i Lum 2012). Zajednička saradnja omogućava kontinuitet u detetovom učenju i razvoju i olakšava strategije podrške kroz dijalog i saradnju predškolskih ustanova i osnovnih škola. U literaturi i praksi prisutni su neki modeli tranzicije koji podržavaju kontinuirani prelaz u školu. Mary O’Kane (2016), kao jedan od načina koji će podržati tranziciju, vidi u većoj usklađenosti kurikuluma u predškolskim ustanovama i školama. Okviri kurikuluma treba da podržavaju kvalitetna iskustva i učenja tokom ranog detinjstva, imajući u vidu da je prelazak deteta u školu individualan proces koji je jedinstven za svako dete i porodicu. Analizirajući pedagošku praksu O’Kane (2016) naglašava da, bez obzira na važnost usklađivanja kurikuluma, i dalje postoji diskontinuitet između predškolskih ustanova i osnovnih škola. Kao jedno od rešenja koje doprinosi periodu tranzicije jeste organizovanje predškolskog razreda koji predstavlja fazu lakšeg izlaska deteta iz predškolskog perioda i ulaska u osnovnu školu što znači da deca ulaze u tranziciju pre nego što su to i fizički učinila (Ackesjö 2013; Fabian i Dunlop 2007). Time njihova priprema i adaptacija dobija na značaju i izbegava se nepripremljenost i nove situacije školske sredine koje nekada mogu imati i stresni ishod za dete. Uspeh deteta u prilagođavanju kontekstu formalnog obrazovanja pruža pozitivan potencijal za oblikovanje njihove obrazovne i socijalno-emocionalne budućnosti. Jedna od mogućnosti koja pomaže u tranziciji jeste smislena saradnja i međusobno profesionalno učenje vaspitača i učitelja osnovnih škola (Rantavouri 2018; Skouteris, Watson i Lum 2012). Naime, zajedničke aktivnosti vaspitača i učitelja, koje se mogu odrediti kao jedan od modela tranzicije osiguravaju kontinuitet učenja.

Zajednički odgovor na pitanje šta deca donose u školu, kakva su njihova prethodna iskustva, a šta je to što može otežati tranziciju je kontekst koji prethodi stvaranju pozitivnih okolnosti za učenje i razvoj u školskoj sredini (Murray 2013). Takođe, zajedničko rešavanje problema na koja nailaze u svojoj praksi i maksimalna profesionalna angažovanost ukazuje na preuzimanje zajedničke odgovornosti u periodu prelaska deteta iz predškolske ustanove u osnovnu školu.

Sve studije koje se bave obrazovanjem dece posebno ističu važnost procesa predškolskog vaspitanja i obrazovanja, kao prvog nivoa u obrazovanju i prediktora kasnijeg uspeha dece u narednim nivoima školovanja (OECD 2004; Danish Technological Institute 2005). U tom procesu posebno se naglašava značaj predškolskog matematičkog obrazovanja, a brojni istraživački radovi pokazuju da matematičke kompetencije koje deca steknu u predškolskom uzrastu predstavljaju osnovu za kasniji matematički razvoj, odnosno predstavljaju važan preduslov kasnijeg matematičkog obrazovanja (Bailey,

Siegler i Geary 2014; Bodovski i Farkas 2007; Claessens i Engel 2013; Denton i West 2002; Duncan et al. 2007; Watts et al. 2014) i pozitivno utiču na stavove učenika prema matematici (Clements 2001; Clements i Sarama 2007). »Rano poznavanje matematike, ne samo da predviđa kasnije uspeh u matematici, nego predviđa i kasnije učenje čitanja, više nego samo razvijanje veštine čitanja« (Clements i Sarama 2013, 1), odnosno, razvijenje matematičke sposobnosti direktno impliciraju uvećanje sposobnosti govora, gramatičke složenosti, strukture rečenice i bolji rečnik (Sarama et al. 2012). Osim toga, predškolsko matematičko obrazovanje »predstavlja sredstvo koje se može koristiti za povećanje sposobnosti razmišljanja, podršku deci za povećanje raznih intelektualnih potencijala« (Nur, Herman i Mariyana 2018, 105).

Matematika i njeni sadržaji u predškolskom matematičkom obrazovanju imaju ulogu da doprinesu razvoju logičko-matematičkog saznanja, razvijanju sposobnosti uočavanja, zaključivanja, apstrahovanja, pripremi dece za školu i slično. Kroz upoznavanje sveta oko sebe, dete stiče i razvija svoja matematička znanja. Taj proces je prirodan, kontinuiran i spontan, jer »da bi razumelo svet oko sebe, dete kroz sopstvene praktične i misaone aktivnosti, i u svakodnevnim interakcijama sa drugim osobama i predmetima, u određenom prostoru i vremenu spontano posmatra, poredi, istražuje, isprobava i proverava prepostavke« (Ćebić 2009, 79). U tom kontekstu odvija se i sticanje matematičkih kompetencija, tako da »mala djeca rade matematiku spontano, tokom igranja u njihovim životima« (Clements 2001, 270). U otkrivanju sveta koji dete okružuje ono otkriva i matematičke odnose koji postoje u svetu koji ga okružuje: veličina predmeta i objekata, njihov međusobni odnos, položaj u odnosu na dete i prema drugim predmetima, njihovo grupisanje, uređivanje u nizove, uočavanje njihovog oblika, merenje. Kroz neposredni kontakt sa različitim objektima u neposrednoj stvarnosti »dete stiče elementarna znanja o količini, položaju predmeta u prostoru i njihovim oblicima« (Selimović i Karić 2011, 155). Matematičko obrazovanje u ovom upoznavanju okruženja zasniva se na igri, slobodnoj aktivnosti deteta i odvija na osnovu unutrašnje pobude deteta da otkrije odnose, relacije i određena matematička svojstva spontano, a ne kao spolja nametnuto učenje. Upravo je u toj činjenici i sadržana ključna karakteristika predškolskog matematičkog obrazovanja, a to je da primarni cilj nije učenje matematike, već razvoj elemenata logičko-matematičkog saznanja, razvijanje logičkih operacija, koje stvaraju osnovu za učenje matematike. To znači da su na predškolskom uzrastu »razvojni ciljevi usmereni ka razvoju logičko-matematičkog mišljenja i opštih intelektualnih sposobnosti, a ne sticanju izolovanih matematičkih znanja« (Ćebić 2009, 19). Tu činjenicu ističe i Mitrović, koja kao osnovni zadatak

intelektualnog vaspitanja postavlja »stvaranje uslova za sticanje elementarnih predstava o prirodi i uvođenje predškolske dece u matematičko-logičke odnose koji omogućavaju sticanje osnovnih pojmoveva o broju, veličini i prostoru« (Mitrović 1981, 109).

U kontekstu logičko-matematičkog mišljenja posebno se ističe važnost ovladavanja i razvijanja logičkih operacija klasifikacije, serijacije, konzervacije, sposobnosti zaključivanja, kao osnovnih i neophodnih za sticanje matematičkih kompetencija u narednom periodu i kao osnove za učenje matematike u školi. Tako Mitrović (1981, 130) ističe da aktivnosti »raspoznavanje, nabranjanje, otkrivanje i razumevanje odnosa koji se javljaju među raznim količinama, delovanje konkretnih operacija raznim množinama (klasifikacija, upoređivanje, uređivanje) ima izvanredni značaj za razvijanje intelektualnih sposobnosti deteta i predstavlja bazu u njegovoj pripremi za školu«. Sve ove okolnosti u kojima se odvija proces predškolskog matematičkog obrazovanja stvaraju dobru osnovu za rad sa decom predškolskog uzrast na sticanju i razvijanju matematičkih pojmoveva, sposobnosti logičko-matematičkog mišljenja neophodnih za učenje matematike i formiranje pojmoveva u školi. Od stabilnosti i kvaliteta ovog procesa zavisiće i prelazak deteta i njegova premljenost za školu.

Okosnicu predškolskog matematičkog obrazovanja čine sadržaji koji se odnose na skupove, brojeve, relacije u prostoru, geometriju i merenje i mere. Ovako navedeni sadržaji upućuju na učenje matematike u okviru predškolskog vaspitanja i obrazovanja, ali treba, pre svega, imati u vidu šta matematika predstavlja za dete predškolskog uzrasta, kako je ono koristi, čemu ona služi, kako je dete izgrađuje i kako stiče matematičke kompetencije i razvija elemente logičko-matematičkog saznanja. U radu ćemo skrenuti pažnju samo na jednu grupu sadržaja – relacije u prostoru i u tom kontekstu ukazati na efekte koje predškolsko matematičko obrazovanje ostvaruje u pogledu pripreme deteta za školu i tako potpunije sagledati okvire pripreme i okolnosti koji obezbeđuju što bolju tranziciju i kretanje iz jednog nivoa obrazovanja u drugi.

Upoznavanje sa matematičkim sadržajima započinje, upravo, na sadržajima, koji na prvi pogled ne izgledaju kao čisto matematički, ali su veoma važni za učenje matematike i predstavljaju osnovu za ostale sadržaje predškolskog matematičkog obrazovanja, a to su sadržaji koji se odnose na relacije u prostoru. Razvijanje prostorne orijentacije i prostornih odnosa kod dece predškolskog uzrasta ima veliki značaj u razvijanju logičko-matematičkih struktura kod predškolske dece, predstavlja značajan prediktor uspeha u matematici i nauci, ali i kontrolu za sveukupnu verbalnu i matematičku veština

(Clements i Sarama 2007; Casey et al. 1995; Shea, Lubinski i Benbow 2001; Stewart, Leeson i Wright 1997; Verdine et al. 2014).

Razvijanje prostornih relacija započinje već od prvog kontakta deteta sa svojim telom, sa osobama i predmetima u sredini u kojoj živi i kreće se. Naiime, »već sa rođenjem pojedinac počinje da upoznaje svet oko sebe, da formira svest da je prostor nešto što se nalazi izvan njega, da teži da ga upozna« (Maričić i Špijunović 2012, 125). Upoznavanje ovih sadržaja prati i intuitivnost deteta, jer prirodno oseća da među objektima u okruženju i između njega i okruženja postoje određeni odnosi. Pored toga, i obični govor obiluje situacijama u kojima su ti odnosi izraženi: *Slon je veći od lava, Zgrada je viša od kuće i slično*. Upravo i rezultati brojnih istraživanja (Baroody, Lai i Mix 2006; Clements i Sarama 2007; Ginsburg et al. 2006) ističu da deca do pet godina starosti poseduju neformalna matematička znanja i pojmove (*veće od, manje od, više, manje, oblik, položaj, veličina i druge*) koje su razvila u svakodnevnim životnim situacijama, a koja imaju značajnu ulogu u matematičkom obrazovanju. Clements i Sarama ističu da su za duboko razumevanje matematike neophodne prostorne sposobnosti, jer upravo one doprinose razvijanju logičkog mišljenja i rešavanja problema, što dalje dovodi do razvijanja sposobnosti izvođenja zaključaka (Clements i Sarama 2008).

U kojoj meri će proces matematičkog obrazovanja biti uspešan zavisi od velikog broja elemenata, a pre svega zavisi od kvaliteta predškolskog vaspitanja i obrazovanja. Težnje svih razvijenih država sveta, a i onih koje nisu u toj grupi, je da predškolsko vaspitanje i obrazovanje bude dostupno svoj deci. Države članice EU su za 2020. godinu izrazile intencije i težnje ka stalnom proširenju i stvaranju uslova za rano učenje i imaju definisan cilj da 95 % dece uzrasta od 4 godine bude uključeno u predškolsko vaspitanje i obrazovanje do 2020. godine. Iste težnje izražene su i u Republici Srbiji i svake godine se čine pomaci na ovom planu. Predškolsko vaspitanje i obrazovanje u Republici Srbiji organizuje sa decom uzrasta od 3 do 6,5 godina i nije obavezno za svu decu, jer se ne postoji ni uslovi za ovakav obuhvat. Za svu decu obavezno je samo pohađanje pripremnog predškolskog programa u godini pred polazak u školu. Ovaj program organizuje se u predškolskim ustanovama za svu decu koja su prethodno pohađala predškolski program od svoje treće godine ili u posebnim grupama u predškolskim ustanovama pri školi. U oba načina organizovanja sa decom rade vaspitači po jedinstvenom programu. Zbog ovakve specifičnosti želeli smo da utvrdimo da li postoje razlike u pogledu razvijenosti pojmove relacija u prostoru između dece koja su obuhvaćena sistemom predškolskog vaspitanja i obrazovanja četiri godine i dece koja su predškolski program pohađala samo jednu godinu (tačnije devet meseci). U ovom

**Tabela 1** Struktura uzorka istraživanja

Trajanje uključenosti u sistem predškolskog vaspitanja i obrazovanja	n	%
Četiri godine	47	51,6
Jedna godina	44	48,4
Ukupno	91	100,0

kontekstu želeli smo da ispitamo da li postoje i razlike u razvijenosti logičkih operacija: klasifikacije, serijacije i konzervacije, kao bitnih elemenata logičko-matematičkog mišljenja, a koje su neophodne za kasnije matematičko obrazovanje u školu. Na ovaj način utvrđićemo da li postoje razlike u kvalitetu efekata predškolskog vaspitanja i obrazovanja u zavisnosti od njegove dužine trajanja.

### Metod istraživanja

Uzorak istraživanja odabran je iz populacije predškolske dece koja su 2018/2019. godine pohađala pripremni predškolski program na teritoriji Republike Srbije. Uzorak je činilo 91 dete odabrano slučajnim izborom iz dva vrtića i dve pripremne grupe pri osnovnim školama sa teritorije grada Užica. Od ukupnog broja, 47 dece pohađalo je pripremni predškolski program u predškolskim ustanovama (vrtićima) u kontinuitetu od treće godine u ukupnom trajanju od četiri godine, a 44 dece je ovaj program pohađalo u predškolskim grupama u osnovnim školama u trajanju od jedne godine (tabela 1). Sva deca pripadala su srednjem socijalnom staležu i približno jednake strukture obrazovnog nivoa roditelja.

Podaci neophodni za istraživanje prikupljeni su usmenim testiranjem dece. Svako dete iz uzorka istraživanja individualno je testirano. Test je sadržavao pitanja kojima smo kod dece ispitivali razvijenost relacija veličine u prostoru, i to konkretno vezanih za dužinu i to: *duže-kraće, šire-uže i više-niže*. Test je sadržao tri situacije kojom smo ispitivali razvijenost relacije veličine u kontekstu dužina i to za duži-kraći (dva štapića različite dužine), za diferenciranje i imenovanje šire-uže (dva kaiša različite širine, a iste dužine) i za više-niže (dva cveta na slici različite visine). U kontekstu ispitivanja razvijenosti uočavanja, diferenciranja i imenovanja odgovarajuće relacije dužine ispitali smo i razvijenost sposobnosti logičkih operacija: klasifikacije, konzervacije i serijacije. Na primerima traka različitih dužina ispitali smo sposobnost deteta da vrši klasifikaciju na osnovu kriterijuma dužine, da uspostavi serijaciju po dužini na konkretnim primerima i da uoči konzervaciju dužine pri promeni položaja.

Istraživanje je realizovano početkom meseca juna 2019. godine, na samom

**Tabela 2** Razvijenost relacije veličine

Vreme provedeno u vrtiću	Duže–kraće				Šire–uže				Više–niže			
	Uspešno		Neuspešno		Uspešno		Neuspešno		Uspešno		Neuspešno	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
Jedna godina	24	54,5	10	45,5	19	43,2	25	56,8	9	20,5	35	79,5
Četiri godine	39	82,9	8	17,1	27	57,4	20	42,6	18	38,3	29	61,7

kraju pripremnog predškolskog programa. Podaci u istraživanju beleženi su u ček listu, kreiranu za svako dete iz uzorka istraživanja, a predstavljeni su kvantitativno, a potom je urađena kvalitativna analiza dobijenih rezultata.

## Rezultati istraživanja i diskusija

Relacija dužine je relacija koja je, posle relacije veliko-malo, deci najbliža. U istraživanju smo pažnju usmerili na sve tri prostorne dimenzije vezane za dužinu: dužina, širina i visina i želeti da ispitamo u kojom meri su deca razvila ove pojmove, u smislu pravilnog uočavanja, diferenciranja i imenovanja i da li postoje razlike u njihovoj razvijenosti usled dužine uključenosti u sistem predškolskog vaspitanja i obrazovanja (godina pred polazak u školu ili četiri godine).

Dobijeni podaci pokazuju da deca predškolskog uzrasta najuspešnije diferenciraju i imenuju relaciju *duži–kraći* u poređenju sa zahtevom da uoče i imenuju relaciju *šire–uže* i *više–niže* (tabela 2). Analiza pokazuje da su sve tri relacije razvijenije kod dece koja su u sistem predškolskog vaspitanja i obrazovanja uključena od treće godine u odnosu na decu koja su uključena samo godinu dana pred polazak u školu. Tako, relaciju *duže–kraće* uspešno diferencira, apstrahuje i imenuje 82,9 % ispitane dece koja su uključena u proces predškolskog vaspitanja i obrazovanja od treće godine života, dok to uspešno čini samo 54,5 % dece koja su u ovaj program uključena samo godinu dana pred polazak u školu. Kada je u pitanju uočavanje i imenovanje relacije *šire–uže* znatno manji broj dece iz uzorka diferencira ovu relaciju i to: 57,4 % dece koja su u predškolsko vaspitanje i obrazovanje uključena četiri godine, a u grupi dece koja pohađaju pripremni predškolski program u godini pred školu, samo 19 dece (43,2%). Deca najlošije percipiraju relaciju *više–niže*. Samo 18 dece (38,3 %) koja su u predškolsko vaspitanje i obrazovanje uključena četiri godine uspešno određuje ovu relaciju i 9 (20,5 %) dece koja pohađaju pripremni predškolski program.

Dobijeni podaci pokazuju da dužina pohađanja predškolskog vaspitanja i obrazovanja pozitivno utiče na razvijenost relacija veličine kod dece. Što su

**Tabela 3** Razvijenost logičkih operacija serijacije, klasifikacije i konzervacije

Vreme provedeno u vrtiću	Serijacija				Klasifikacija				Konzervacija			
	Uspešno		Neuspešno		Uspešno		Neuspešno		Uspešno		Neuspešno	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
Jedna godina	26	59,1	18	40,9	22	50	22	50	4	9,1	40	90,9
Četiri godine	43	91,5	4	8,5	41	87,2	6	12,8	13	27,7	34	72,3

deca duže uključena u proces predškolskog vaspitanja i obrazovanja efekti su bolji. Međutim, dobijenim rezultatima ne možemo u potpunosti biti zadovoljni, jer samo relaciju *duži–kraći* uspešno percipira, diferencira i imenuje više od 80 % dece koja pohađaju vrtić četiri godine, dok je u grupi dece koja su uključena samo u obavezni pripremni predškolski program polovina ispitane dece uspešna. U obe grupe dece uočavanje, diferenciranje i imenovanje relacija koje se odnose na širinu i visinu, je manje uspešno. I relaciju *šire–uze i više–niže* deca vezuju za dužinu i tu prave najčešće greške.

Ovakvim rezultatima ne možemo biti zadovoljni, posebno ako se ima u vidu značaj razvijanja relacija u prostoru i kasnije uvođenje dece u procese merenja i uočavanja i apstrahovanja dimenzija objekata u prostoru. Uprkos tome, moramo istaći da je razvijenost relacije dužine u direktnoj zavisnosti od dužine uključenosti deteta u predškolsko obrazovanje. Ovakav rezultat možemo opravdati činjenicom da dete kroz sve vaspitne grupe kroz koje prolazi za četiri godine ima priliku da se sistematski i planski vođeno upoznaje sa ovim sadržajima i usvaja ih, ali i ponavlja u dužem vremenskom periodu, dok za to ne postoje uslovi kada se program realizuje samo u godini pred polazak u školi, odnosno kada traje svega devet meseci.

Sastavni deo svih usmerenih aktivnosti koje imaju za cilj razvijanje matematičkih pojmoveva predstavljaju i sadržaji kojima razvijamo logičke operacije (serijacija, klasifikacija i konzervacija), koje su neophodne za razvijanje pojma skupa i prirodnog broja i uspešno učenje sadržaja matematike u školi.

Serijacija, kao logička operacija podrazumeva uređivanje, slaganje, odnosno nizanje elemenata prema određenom kriteriju, a u ovom slučaju to je dužina. Deca su imala zahtev da pet štapića različite dužine urede u rastući niz. Dobijeni rezultati pokazuju da su u tome uspešnija deca koja su u program predškolskog obrazovanja uključena od svoje treće godine. Ovaj zahtev uspešno nije izvršilo samo 4 dece iz ove grupe poduzorka, dok je 91,5 % njih bilo uspešno (tabela 3). U grupi dece koja pohađaju pripremni predškolski program samo jednu godinu pred polazak u školu, malo više od polovine dece je uspešno (59,1%).

Zadatak koji smo postavili deci kako bismo ispitali razvijenost sposobnosti klasifikacije sadržao je zahtev da deca iz grupe štapića različite dužine izdvoje sve štapiće koji su duži od jednog odabranog. Uspešnija u rešavanju ovog zadatava bila su deca koja su duže uključena u proces predškolskog obrazovanja (87,2%) u odnosu na decu koja su u program uključena devet meseci (50%). I jedna i druga podgrupa dece u uzorku najmanje uspešna bila je u zadatku kojim je ispitivana razvijenost konzervacije dužine. Pred decu su postavljena dva štapića iste dužine, poravnata, kako bi utvrdili jednakost dužine. Zatim je jedan štapić pomeren u desno čime je jednakost optički narušena, kako bismo ispitali razvijenost konzervacije. U grupi dece koja su u program predškolskog obrazovanja uključena od treće godine trećina (27,7%) je dala tačan odgovor da je dužina ista, a u grupi dece koja program pohađaju devet meseci samo desetina je uspešna (9,1%).

Dobijeni rezultati pokazuju da kod dece nisu u potpunosti i podjednako razvijene logičke operacije serijacije, klasifikacije i konzervacije, kao i da njihova razvijenost zavisi od dužine uključenosti dece u proces predškolskog vaspitanja i obrazovanja. Iako su zadaci deci dati u konkretnoj formi, deca su imala mogućnost manipulacije i izvođenja akcija nad objektima ali ipak, nisu u potpunosti uspešna. Zanimljivo je, poređenje rezultata koje smo dobili ispitujući razvijenost relacije veličine *duži-kraći* sa rezultatima razvijenosti logičkih operacija. Rezultati pokazuju da deca uspešnije izvršavaju konkretne praktične aktivnosti, odnosno rešavaju problem formiranja niza štapića od najkraćeg do najdužeg i tako uspostavljaju serijaciju i u rešavanju zadatka grupisanja, od samog uočavanja, diferenciranja i imenovanja relacije. To pokazuje da deca, kroz razne aktivnosti ovladavaju praktičnim aktivnostima i da razvijaju relacije veličine dublje od onog što deklarativno izražavaju i imenuju.

### **Zaključna razmatranja**

Priprema dece za polazak u školu odvija se u okviru pripremnog predškolskog programa. Od njegovog kvaliteta, koji se odražava kroz pripremljenost dece zavisi i proces tranzicije i što bolji prelazak u prve nivo školovanja. Rezultati koje smo dobili upućuju na zaključak da proces predškolskog vaspitanja i obrazovanja doprinosi razvijanju matematičkog pojma relacije veličine *duži-kraći*, ali ne u potpunosti kod sve dece, da deca razvijaju logičke operacije serijacije, klasifikacije i konzervacije, ali i da se bolji efekti na ovom planu postižu ako je dete duže uključeno u proces obrazovanja i vaspitanja.

Šta dobijeni rezultati znače i impliciraju kada je u pitanju priprema dece za školu? U procesu serijacije elemenata dete postaje svesno da je jedan ele-

ment veći od prethodnog, a manji od onog koji sledi. Na ovaj način ovladava principom tranzitivnosti ( $A < B$  i  $B < C$  što sledi da je  $A < C$ ). Ovo shvatanje je posebno važno za razvijanje pojma prirodnog broja, koji se nalazi u neposredno vezi sa stvaranjem serijacije i inkluzije klasa (klasifikacije). Još je Pijaže ukazivao na ovu konstataciju i isticao da izgradnja pojma prirodnog broja zavisi od razvoja i sinteze logičkih sposobnosti mišljenja, a posebno klasifikacije i serijacije (Piaget 1952). Pojam broja »nastaje kao sinteza redosleda nizanja sa inkluzijom (uključivanjem, obuhvatanjem):  $\{ \{1\} \rightarrow 1 \}$ . Dakle, dete uči brojeve prema redosledu njihovog nizanja, a taj niz predstavlja prirodnu operacionu strukturu« (Brković 2011, 67). Treba imati u vidu da i prve dane matematičkog obrazovanja u školi karakteriše priprema dece za uvođenje u aritmetiku i formiranje pojma prirodnog broja i računskih operacija, ali će taj proces biti uspešniji ako efekti predškolskog matematičkog obrazovanja budu bolji.

Dobijeni podaci pokazuju da predškolsko vaspitanje i obrazovanje ostvaruje bolje efekte ako su deca u taj proces uključena u dužem vremenskom periodu. To pokazuju i rezultati drugih studija u kojima deca, koja su duže od jedne godine uključena u proces predškolskog vaspitanja i obrazovanja, pokazuju bolje rezultate u matematičkim postignućima i trajnija znanja (Yoshikawa, Weiland i Brooks-Gunn 2016). Slične rezultate daju i komparativne internacionalne studije PISA iz 2012. i PIRLS iz 2011. godine, u kojima je utvrđeno da »učenici postižu bolje rezultate na testovima matematike u odnosu na dužinu boravka dece u predškolskim programima čiji se efekti zadržavaju i do 15. godine života« (Pribišev Beleslin, Milinković i Šindić 2017, 68). To je povezano i sa težnjama svih obrazovnih sistema da povećaju obuhvat dece predškolskim vaspitanjem i obrazovanjem.

Navedeni rezultati istraživanja, iako dobijeni na malom ograničenom uzorku, ipak su indikativni da ukažu na elemente koji ukazuju na njegov kvalitet i stanje u pogledu pripreme dece za polazak u školu. Njihova ograničenost leži i u činjenici da se efekti predškolskog vaspitanja i obrazovanja posebno ne vrednuju, ne prave se nikakvi preseci u toku njegovog trajanja, ali i završetka, što sve može da dovede do toga da i njegovo planiranje, realizacija, neposredni rad sa decom u okviru njega zavisi od vaspitača i njegovog neposrednog rada. Sve to utiče i na ishode ovog nivoa obrazovanja i vaspitanja. Iz tih razloga svi koji su posredno ili neposredno bave pitanjima predškolskog vaspitanja i obrazovanja treba uvek da imaju u vidu naredni nivo obrazovanja koji sledi i da teže stvaranju uslova za postizanje maksimalnih rezultata na trenutnom nivou. Time će i tranzicija između samih nivoa obrazovanja biti lakša, a nastavak obrazovanja i njegovi ishodi bolji.

## Bibliografija

- Ackesjö, H. 2013. »Children Crossing Borders: School Visits as Initial Incorporation Rites in Transition to Preschool Class.« *International Journal of Early Childhood* 45 (3): 387–410.
- Bailey, D. H., R. S. Siegler i D. C. Geary. 2014. »Early Predictors of Middle School Fraction Knowledge.« *Developmental Science* 17 (5): 775–785.
- Baroody, A. J., M. I. Lai i K. S. Mix. 2006. »The Development of Young Children's Early Number and Operation Sense and its Implications for Early Childhood Education.« U *Handbook of Research on the Education of Young Children*, ur. B. Spodek i O. N. Saracho, 187–221. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bodovski, K., i G. Farkas. 2007. »Mathematics Growth in Early Elementary School: The Roles of Beginning Knowledge, Student Engagement, and Instruction.« *The Elementary School Journal* 108 (2): 115–130.
- Brković, A. 2011. *Razvojna psihologija*. Čačak: Regionalni centar za profesionalni razvoj zaposlenih u obrazovanju.
- Casey, M. B., R. Nuttal, E. Pezaris i C. P. Benbow. 1995. »The Influence of Spatial Ability on Gender Differences in Mathematics College Entrance Test Scores across Diverse Samples.« *Developmental Psychology* 31 (4): 697–705.
- Claessens, A., i M. Engel. 2013. »How Important is Where You Start? Early Mathematics Knowledge and Later School Success.« *Teachers College Record* 115 (6): 1–29.
- Clements, D. H. 2001. »Mathematics in the Preschool.« *Teaching Children Mathematics* 7 (5): 270–275.
- Clements, D. H., i J. Sarama. 2007. »Early Childhood Mathematics Learning.« U *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, ur. F. K. Lester, 461–555. Charlotte, NC: Information Age.
- . 2008. »Experimental Evaluation of the Effects of a Research-Based Preschool Mathematics Curriculum.« *American Educational Research Journal* 45 (2): 443–494.
- . 2013. »Math in the Early Years: A Strong Predictor for Later School Success.« *The Progress of Education Reform* 14 (5): 1–7.
- Ćebić, M. 2009. *Početno matematičko obrazovanje predškolske dece*. Beograd: Učiteljski fakultet.
- Danish Technological Institute. 2005. *Explaining Student Performance: Evidence from the International PISA, TIMSS and PIRLS Survey; Final Report*. Taastrup: Danish Technological Institute.
- Denton, K., i J. West. 2002. *Children's Reading and Mathematics Achievement in Kindergarten and First Grade*. Washington, DC: National Center for Education Statistics.
- Duncan, G. J., C. J. Dowsett, A. Claessens, K. Magnuson, A. C. Huston, P. Klebanov i C. Japel. 2007. »School Readiness and Later Achievement.« *Developmental Psychology* 43 (6): 1428–1446.

- Edwards, A. 2011. »Building Common Knowledge at the Boundaries Between Professional Practices: Relational Agency and Relational Expertise in System of Distributed Expertise.« *International Journal of Educational Research* 50 (1): 33–39.
- Fabian, H., i A. Dunlop. 2007. *Outcomes of Good Practice in Transition Processes for Children Entering Primary School*. Haag: Bernard van Leer Foundation.
- Ginsburg, H. P., J. Cannon, J. G. Eisenband i S. Pappas. 2006. »Mathematical Thinking and Learning.« In *Handbook of Early Child Development*, ur. K. McCartney i D. Phillips, 208–229. Oxford: Blackwell.
- Karila, K., i L. Rantavuori. 2014. »Discourses at the Boundary Spaces: Developing a Fluent Transition from Preschool to School.« *Early Years: An International Research Journal* 34 (4): 377–391.
- Maričić, S., i K. Špijunović. 2012. »Development of Spatial Relations in Children at the Beginning of Education.« U *Current Trends in Educational Science and Practice I*, ur. E. Szoradova, 125–134. Nitra: Constantine the Philosopher University; Usti nad Labem: University of Jan Evangelista Purkyně; Užice: Kragevac: University of Kragujevac.
- Mitrović, D. 1981. *Predškolska pedagogija*. Sarajevo: Svjetlost.
- Murray, E. 2013. »Multiple Influences on Children's Transition to School.« V *Transitions to School – International Research, Policy and Practice*, ur. B. Perry, S. Dockett i A. Petriwskyj, 47–59. Dordrecht, Heidelberg, New York i London: Springer.
- Nur, I. R. D., T. Herman i R. Mariyana. 2018. »Logical-Mathematics Intelligence in Early Childhood Students.« *International Journal of Social Science and Humanity* 8 (4): 105–109.
- OECD 2004. *Learning for Tomorrow's World: First Results from PISA 2003*. Pariz: OECD.
- O'Kane, M. 2016. »Transition from Preschool to Primary School.« Research Report No. 19, National Council for Curriculum and Assessment, Dublin.
- O'Toole, L., J. Kiely, D. McGillcuddy, E. O'Brien i C. O'Keefe. 2019. *Parental Involvement, Engagement and Partnership in their Children's Education during the Primary School Years*. Dublin: National Parents Council.
- Piaget, J., 1952. *The Origins of Intelligence in Children*. New York: Norton.
- Pribišev Beleslin, T., D. Milinković i A. Šindić. 2017. *Tri teorijska pristupa metodici matematičkog obrazovanja u ranom djetinjstvu*. Banja Luka: Univerzitet u Banjoj Luci, Filozofski fakultet.
- Rantavuori, L. 2018. »The Problem-Solving Process as Part of Professionals' Boundary Work in Preschool to School Transition.« *International Journal of Early Years Education* 26 (4): 1–14.
- Sarama, J., A. A. Lange, D. H. Clements i C. B. Wolfe. 2012. »The Impacts of an early Mathematics Curriculum on Oral Language and Literacy.« *Early Childhood Research Quarterly* 27 (3): 489–502.

- Scanlan, B., i G. Stebletsova. 2019. »Who Said Transitions Were Easy?« *He Kupu the Word* 6 (1): 3–10.
- Selimović, H., i E. Karić. 2011. »Učenje djece predškolske dobi.« *Metodički obzori* 11 (6): 145–160.
- Shea, D. L., D. Lubinski i C. P. Benbow. 2001. »Importance of Assessing Spatial Ability in Intellectually Talented Young Adolescents.« *Journal of Educational Psychology* 93:604–614.
- Skouteris, H., B. Watson i D. Lum. 2012. »Preschool Children's Transition to Formal Schooling: The Importance of Collaboration between Teachers, Parents and Children.« *Australasian Journal of Early Childhood* 37 (4): 78–85.
- Stewart, R., N. Leeson i R. J. Wright. 1997. »Links between Early Arithmetical Knowledge and Early Space and Measurement Knowledge: An Exploratory Study.« In *Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, ur. F. Biddulph i K. Carr, 2:477–484. Hamilton: MERGA.
- Verdine, B. N., C. M. Irwin, R. M. Golinkoff i K. Hirsh-Pasek. 2014. »Contributions of Executive Function and Spatial Skills to Preschool Mathematics Achievement.« *Journal of Experimental Child Psychology* 126:37–51.
- Watts, T. W., G. J. Duncan, R. S. Siegler i P. E. Davis-Kean. 2014. »What's Past Is Prologue: Relations between Early Mathematics Knowledge and High School Achievement.« *Educational Researcher* 43 (7): 352–360.
- Yoshikawa, H., C. Weiland i J. Brooks-Gunn. 2016. »When Does Preschool Matter?« *Future of Children* 26 (2): 21–35.
- Zuković, S. 2013. »Partnerstvo porodice, škole i zajednice – teorijski i praktični aspekti.« *Godišnjak Filozofskog fakulteta u Novom Sadu* 38 (2): 55–68.

### **Preschool Maths Education: The Foundation for Learning Mathematics in Primary School**

The transition between different educational stages is characterized by a process the outcomes of which depend on the preparation at the previous educational stage and readiness to make new steps at the next stage. Our initial assumption is that preschool education is an important link in the educational process, the function of which is to ensure as smooth a transition to primary school education as possible. In this context, we focused our attention to understanding the importance of preschool maths education as an important preparatory element for primary school, and a predictor of children's success in the following stages of education. We organized a study on the sample of preschool children aimed at determining whether the level of development of concepts, such as spatial relations and logical operations – classification, serialization and conservation, as well as important elements of logical/mathematical thinking in children depends on the length of their involvement in the aforementioned process. The results obtained through oral survey

show that preschool education contributes to the development of mathematical spatial relations, but not in all children and not completely, that children do indeed develop logical operations such as classification, serialization and conservation, but also that the longer the child is involved in this educational process, the better the effects will be.

*Keywords:* preschool education, spatial reasoning, serialization, conservation, classification