



D. Pršić, V. Djordjević<sup>1</sup>

## OPTIMIZACIJA PARAMETARA PID REGULATORA ZA UPRAVLJANJE INVERZNYM KLATNOM

*Rezime:*

*U radu se razmatra podešavanje parametara PID regulatora primenom optimizacione metode roja čestica. Kao objekat upravljanja pri optimizaciji i testiranju koristimo inverzno klatno opisano nelinearnim matematičkim modelom. Korišćena metoda ima stohastički karakter pa se na osnovu ponovljenih simulacija daju statistički parametri dobijenih rezultata. Cilj je da se utvrdi uticaj rasipanja rezultata kriterijuma optimizacije na vrednosti parametara regulatora, odnosno na kvalitet prelaznog procesa i tačnost pozicioniranja u stacionarnom režimu.*

### UVOD

Razvoj računarske tehnike omogućio je primenu različitih, naprednih algoritama upravljanj u industriji. Tako na primer, sreće se adaptivno, optimalno, upravljanje bazirano na neuronskim mrežama i fazi logici, itd. Ipak više od 90% upravljačkih sistema u industriji bazira se na PID algoritmima upravljanja koji su se pojavili još početkom XX veka. Razlog se nalazi u njihovoj jednostavnosti, lakoći upotrebe, robusnim performansama u širokom spektru radnih uslova. Osnovni problem kod primene je izbor parametara regulatora ( $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$ ) koji će obezbediti željeni kvalitet ponašanja u prelaznom i stacionarnom režimu rada. U literaturi se mogu sresti različite, konvencionalne i nekonvencionalne, metode podešavanja PID regulatora [1,2]. U praksi se često koristi Zigler-Nikolsova metoda, u osnovnoj ili u nekoj od modifikovanih verzija, pomoću koje se parametri mogu odrediti eksperimentalnim putem. Osnovno ograničenje je da metoda daje dobre rezultate kod sporih linearnih (linearizovanih), monotonih objekata upravljanja.

U radu se razmatra primena meta-heuristične metode optimizacije poznate pod imenom metoda roja čestica (Particle Swarm Optimization - PSO) u podešavanju parametara PID regulatora za upravljanje inverznim klatnom. Optimizacija se realizuje tako što slučajno generisane čestice pretražuju višedimenzionalni prostor rešenja koristeći pri tome vlastito iskustvo i iskustvo cele populacije. Prednosti PSO metode su brza konvergencija ka optimalnom rešenju i za razliku od genetskog algoritma, jednostavna implementacija. Sem toga, metoda se pokazala podesna kod nelinearnih, nediferencijabilnih funkcija sa višestrukim optimumima [3]. Pošto metoda ima stohastički karakter u radu se razmatraju statistički pokazatelji dobivenih parametara.

### OPTIMIZACIONA METODA ROJA ČESTICA

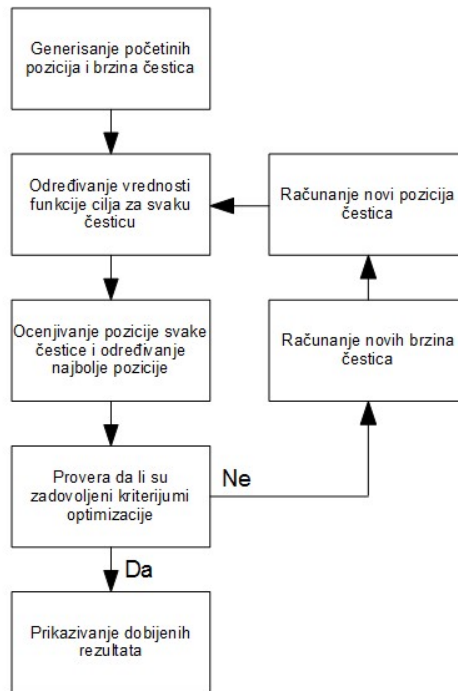
Metoda roja čestica je stohastička optimizaciona tehnika koja se bazira na simulaciji kretanja i kooperacije čestica u roju. Razvili su je James Kennedy i Russell Eberhart tokom 1995. godine istražujući ponašanje jata ptica [4]. Ideja je da se, pomoću roja čestica, na slučajan način pretražuje prostor rešenja tražeći ono rešenje koje na najbolji način ispunjava unapred definisani kriterijum optimizacije. Svaka čestica (ptica) u roju se ponaša kao tačka u N-dimenzionalnom prostoru koja svoje kretanje (let) prilagođava na osnovu svog vlastitog iskustva kao i na osnovu iskustva ostalih čestica u roju. Algoritam realizacije ove metode prikazan je na slici Sl.1[5].

Optimalno rešenje se traži unutar unapred definisanog intervala. Početni interval se bira na osnovu iskustva,

<sup>1</sup> Dragan Pršić, Vladimir Djordjević Univerzitet u Kragujevcu, Mašinski fakultet Kraljevo, prsic.d@mfkv.kg.ac.rs, vladadj@bluenet.rs

preporuka ili vrednosti dobivenih nekom drugom metodom. Definiše se ponaosob za svaki parametar čija se optimalna vrednost određuje.

Optimalna vrednost parametra koju tražimo određena je pozicijom jedne od čestica unutar intervala. Na početku se definiše populacija čestica sa inicijalnim vrednostima za poziciju i brzinu koje su slučajno izabrane unutar datog intervala. Pomoću brzine određujemo način promene pozicije. Za svaku česticu na datoj poziciji određuje se vrednost funkcije cilja i upoređuje sa prethodnom istorijom pozicija za datu česticu. Ukoliko je vrednost funkcije cilja u datoj poziciji manja, data pozicija se označava kao *pbest* (*personal best*) a tekuća vrednost funkcije se pamti kao *best\_value*.



Slika Sl.1 Algoritam optimizacione metode roja čestica

Osim lokalnog minimuma date čestice određuje se i globalni minimum *gbest* (*global best*) svih čestica u roju za datu iteraciju. Pozicija čestice u narednoj iteraciji određuje se na sledeći način:

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (1)$$

gde je  $x_i^{k+1}$  pozicija, a  $v_i^{k+1}$  brzina  $i$ -te čestice u  $k+1$  iteraciji.

Osnovna ideja PSO metode sadržana je u načinu usmeravanja čestice ka njenim *pbest* i *gbest* pozicijama odnosno u načinu određivanja nove brzine čestice. Analitički nova brzina se može izraziti:

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1rand_1(pbest_i - x_i^k) + c_2rand_2(gbest_i - x_i^k) \quad (2)$$

gde je  $w$  težinski faktor tekuće brzine,  $c_1$  i  $c_2$  su korekcionni faktori,  $rand_1$  i  $rand_2$  su slučajni brojevi iz intervala  $[0,1]$  sa uniformnom raspodelom. U cilju podešavanja rezolucije pretraživanja obično se uvodi ograničenje  $|v_i^{k+1}| \leq v_{max}$  pri čemu je  $v_{max}$  obično 10% do 25% regiona pretraživanja. Težinski faktor se obično usvaja u obliku [6]:

$$w = w_{max} - \frac{(w_{max} - w_{min}) * iter}{max\ iter} \quad (3)$$

gde su:  $w_{max}$  i  $w_{min}$  - početna i krajnja težina,  $max\ iter$  - maksimalni broj iteracija,  $iter$  - broj tekuće

iteracije.

Postoje različiti kriterijumi za izlazak iz ciklusa iterativnog određivanja optimalnih vrednosti parametara. U ovom radu to je broj ostvarenih iteracija.

### OPTIMIZACIJA PID REGULATORA

U radu se posmatra paralelna forma PID kontrolera čija prenosna funkcija ima oblik:

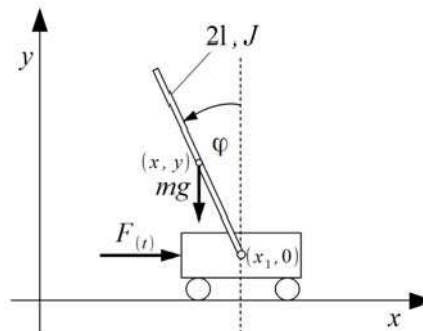
$$W(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (4)$$

PSO metoda se koristi za podešavanje parametara  $K_P$ ,  $K_I$  i  $K_D$  tako da funkcija cilja ima minimalnu vrednost. Koriste se četiri funkcije cilja: IAE, ISE, ITAE i ITSE [4].

Svaki od kriterijuma ima prednosti i mane. IAE daje odziv sa relativno malim preskokom ali sa većim vremenom smirenja. ISE vrlo brzo smanjuje grešku ali dovodi do oscilacija. Modifikovani kriterijumi ITAE i ITSE smanjuju preskok i vreme smirenja.

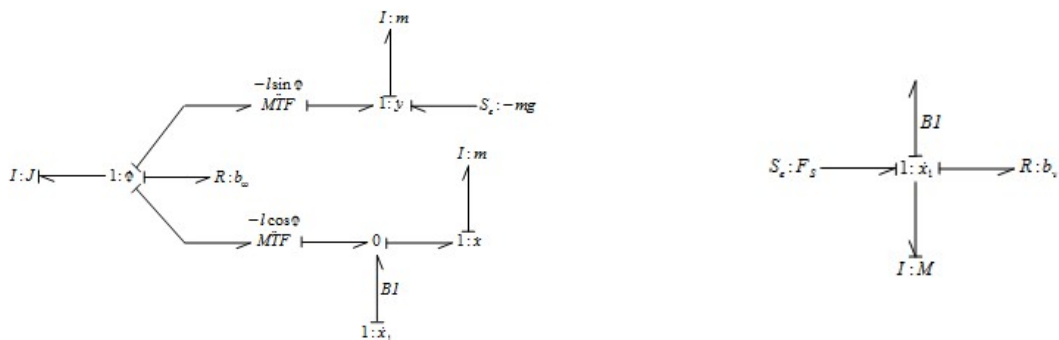
### MODEL INVERZNOG KLATNA

Inverzno klatno se često koristi u laboratorijama kao primer nelinearnog sistema sa nestabilnim ravnotežnim stanjem na kome se testiraju i analiziraju različiti algoritmi upravljanja. Na slici Sl.3 šematski je prikazano inverzno klatno sa parametrima. Klatno je poluga sa ravnomerno raspoređenom masom  $m$ , momentom inercije  $J$ , i dužinom  $2l$ . Poluga je vezana za kolica mase  $M$  koja se kreću pod dejstvom sile  $F(t)$  duž ravne površi.



Sl.3 Šematski prikaz inverznog klatna

Za modelovanje klatna koristimo bond graf tehniku [7]. Sistem se opisuje pomoću mreže domenski nezavisnih energetske primitiva od kojih svaka predstavlja idealan energetske proces. Na najnižem nivou čvorovi predstavljaju glavne energetske procese a linije između njih putanje duž kojih se razmenjuje energija. Na slici Sl.4 prikazan je bond graf model inverznog klatna [4].



a) model klatna

b) model kolica

Sl.4 Bond graf model inverznog klatna

Modeli klatna i kolica su povezani preko bonda B1. Kao što se vidi nelinearnost sistema potiče od moduliranih transformatora čiji se parametri menjaju zavisno od ugla klatna. U modelu postoje dva akumulatora sa integralnom kauzalnošću (procedura SCAP) tako da je sistem drugog reda.

## REZULTATI SIMULACIJE

Za simulaciju se koristi Matlab-Simulink softverski paket. Numeričke vrednosti parametara modela klatna su:  $M=0.5$  [kg],  $m=0.2$  [kg],  $l=0.3$  [m],  $b_v=0.1$  [N/m/s],  $b_\omega=0.05$  [Nm/rad/s],  $g=9.81$  [m/s<sup>2</sup>].

Parametri PSO algoritma su:

Broj čestica	30	Korekcionni faktor $c_2$	2
Broj iteracija	200	Maksimalna brzina $v_{max}$	2 000, 200, 200
Težinski faktor $w_{max}$	0.9	Oblast pretraživanja za $K_p$	0-10 000
Težinski faktor $w_{min}$	0.2	Oblast pretraživanja za $K_I$	0-1 000
Korekcionni faktor $c_1$	2	Oblast pretraživanja za $K_D$	0-1 000

Statistički pokazatelji funkcija cilja dobiveni za 20 nezavisnih simulacija prikazani su u tabeli T3.

Tabela T3 - Statistički pokazatelji funkcija cilja

Kriterijum	Funkcija cilja			Tc [sec]	
	minV	SV	STDev	SV	STDev
IAE	408.99	409.07	0.070	396	6.81
ISE	1,338.31	1,345.04	5.948	409	6.01
ITAE	11.34	16.02	13.86	399	13.08
ITSE	21.99	21.99	0.001	405	6.03

minV - minimalna vrednost ; SV - srednja vrednost; STDev - standardno odstupanje;

Rezultati pokazuju da postoji malo rasipanje rezultata sem u slučaju ITAE kriterijuma. Dakle, iako se u optimizaciji koriste slučajni brojevi to se malo odražava na uniformnost kriterijuma optimizacije. Što se tiče vremena potrebnog za izračunavanje minimalne vrednosti funkcija cilja ono je praktično isto kod svih kriterijuma. Vrednosti ukazuju da se PSO optimizacija u realnom vremenu može koristiti kod relativno sporih procesa.

Da bi se stekla predstava o tome kako se početno rešenje približava optimalnom na slici Sl.5 su prikazane konvergencije funkcija cilja u zavisnosti od rednog broja iteracije. Vidi se da sva rešenja vrlo brzo konvergiraju ka optimalnom i da, osim kod ISE kriterijuma, broj iteracija može biti blizu broja 50. To ukazuje na mogućnost izbora i nekog drugog zaustavnog kriterijuma u iterativnoj petlji traženja rešenja. Na primer, može se postaviti uslov da razlika dve uzastopne vrednosti funkcije cilja po apsolutnoj vrednosti nije veća od neke proizvoljno male vrednosti  $\varepsilon$  [6].

Rasipanje vrednosti funkcija cilja dovodi i do rasipanja vrednosti parametara regulatora. U tabeli T4 dati su statistički pokazatelji ovih vrednosti.

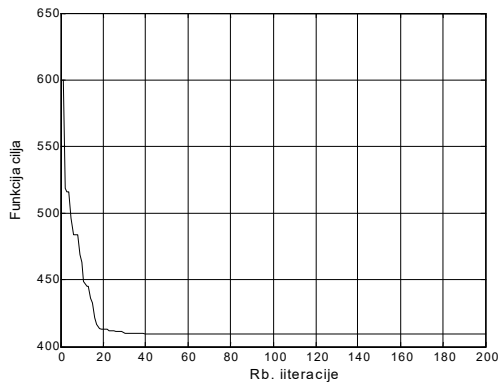
Tabela T4 - Statistički pokazatelji parametara PID regulatora

Kriterijum	$K_p$			$K_I$			$K_D$		
	optV	SV	STDev	optV	SV	STDev	optV	SV	STDev
IAE	2601	2642	54	0	0.001	0.005	150	153	4.14
ISE	3926	3857	112	0	63.262	117.345	330	318	25.22
ITAE	2317	2523	436	2.22	61.126	181.600	133	174	112.35
ITSE	3506	3496	8	0	0.000	0.000	246	245	0.64

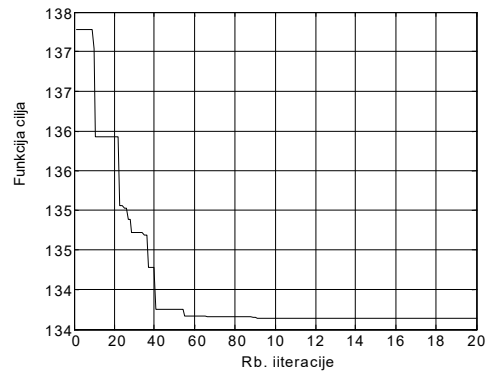
optV - optimalna vrednost ; SV - srednja vrednost; STDev - standardno odstupanje;

Na slici Sl.6 prikazane su konvergencije vrednosti pojačanja PID regulatora zavisno od rednog broja iteracije.

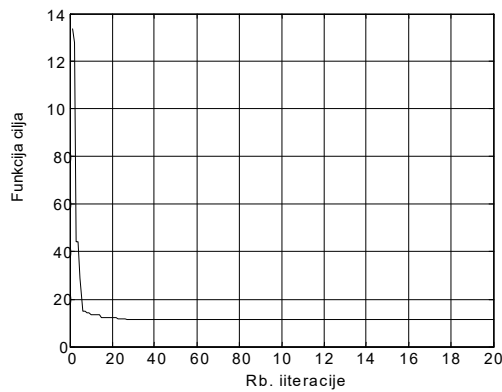
Dijagrami sa slike Sl.6 pokazuju da, kao i kod funkcije cilja, sva tri parametra nakon odredjenog broja iteracija konvergiraju ka konstantnim vrednostima. Najveće rasipanje vrednosti parametara je kod ITAE a najmanje kod ITSE kriterijuma. Može se primetiti da optimalna vrednost pojačanja  $K_I$  teži nuli i da je rasipanje rezultata za ovaj parametar najveće i to kod svih kriterijuma. Praktično, za upravljanje inverznim klatnom može se koristiti PD regulator.



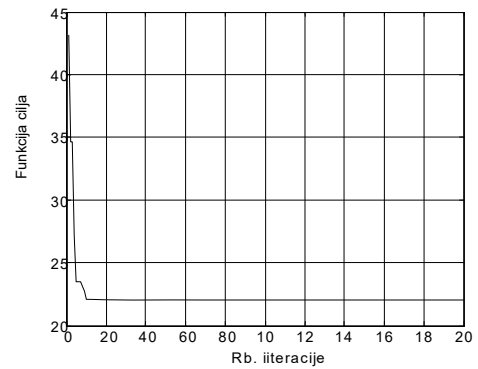
a) Kriterijum IAE



b) Kriterijum ISE

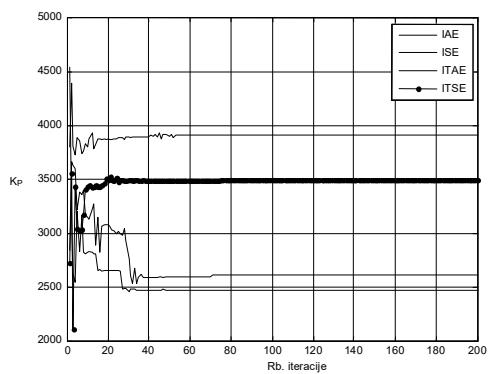


c) Kriterijum ITAE

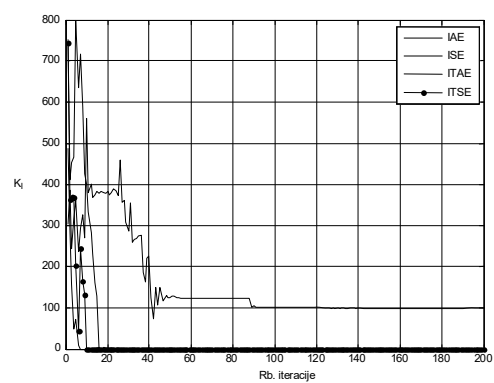


d) Kriterijum ITSE

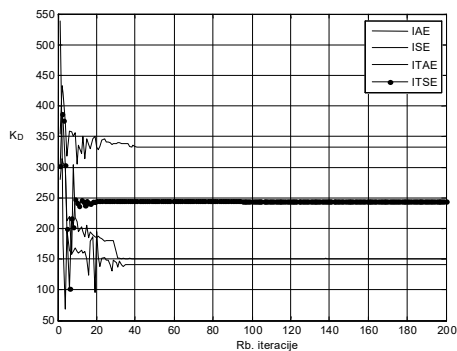
### Sl.5 Konvergencija funkcija cilja zaviso od rednog broja iteracije



a) Pojacanje  $K_P$



b) Pojacanje  $K_I$



c) Pojacanje  $K_D$

### Sl.6 Konvergencija parametara PID regulatora zaviso od rednog broja iteracije

Rezultati simulacije ugla zakretanja klatna pokazuju sličnost prelaznih procesa u sva četiri slučaja. Klatno prvo počinje da se okreće u jednu stranu a onda se okreće u drugu stranu aperiodično se približavajući gornjem ravnotežnom položaju. Vrednosti maksimalnog otklona, vremena kašnjenja i vremena smirenja kod sva četiri kriterijuma imaju približno iste vrednosti. Praktično, kvalitet prelaznog procesa zavisi od odnosa  $K_D/K_P$ .

## ZAKLJUČAK

PSO metoda optimizacije rešava problem izbora parametara PID regulatora koji obezbeđuju stabilnost i kvalitet prelaznog procesa jednog izrazito nelinearnog sistema kao što je inverzno klatno. Pošto se metoda bazira na slučajnom pretraživanju prostora rešenja traženi parametri takodje imaju slučajan karakter. Medjutim, rezultati simulacije pokazuju da rasipanje rezultata praktično nema uticaj na kvalitet prelaznog procesa i tačnost pozicioniranja u stacionarnom režimu. Drugim rečima, inverzno klatno pokazuje određenu tolerantnost u izboru parametara PID regulatora. Integralno dejstvo se praktično može isključiti dok je potrebno zadržati određeni odnos proporcionalnog i diferencijalnog dejstva. Ipak, problem koji ostaje otvoren kod primene PID regulatora u upravljanju inverznim klatnom je veliko translatorno pomeranje kolica klatna.

**Abstract:** Optimum PID controller design using Particle Swarm Optimization technique is analyzed in this paper. During optimization and testing inverted pendulum, described by nonlinear mathematical model, is used. Because of random nature of PSO method, stochastic performance of obtained results are reported on the basis of repeated simulations. The aim is establish influence of the performance index deviation on the controller parameters, in other words on the transient and steady state behavior.

## LITERATURA

- [1] V. Filipović; N. Nedić, PID Regulatori, Mašinski fakultet Kraljevo, (2008).
- [2] Astrom K.J., Hagglund T, *PID Controllers: Theory, design, and tuning*, Instrument society of America, 2<sup>nd</sup> Edition, (1995).
- [3] Xueming Y., Jinsha Y., Jiangye Y., Huina M., *A modified particle swarm optimizer with dynamic adaptation*, Applied Mathematics and Computation, 189 (2007) pp. 1205-1213.
- [4] J. Kennedy; R. Eberhart, *Particle swarm optimization*, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV pp. 1942-1948, (1995).
- [5] V. Đorđević, D. Pršić, R. Bulatović, *Optimization of the parameters of PID controller on the model of inverted pendulum by using algorithm of particle swarm optimization*, Heavy Machinery 2011, pp.19-26, V. Banja 2011. ISBN 978-86-82631-58-3
- [6] Iruthayarajan M. W., Baskar S., *Optimization of PID parameters using genetic algorithm and particle swarm optimization*, IET-UK International Conference on Information and Communication Technology in Electrical Sciences (ICTES 2007), Dr. M.G.R. University, Chennai, Tamil Nadu, India, Dec. 20-22, 2007. pp. 81-86.
- [7] D.C. Kamopp, D.R. Margolis, R.C. Rosenberg, *System Dynamics: A Unified Approach*, Second Edition, Wiley Interscience, 1990