

Komparativna analiza lokalne i bočne stabilnosti kao funkcije ograničenja pri optimizaciji kutijastog preseka glavnog nosača mosne dizalice

Goran Pavlović¹, Milomir Gašić², Mile Savković², Nebojša Zdravković²

¹Kneginje Milice 26/27, Trstenik ²Mašinski fakultet Kraljevo, Univerzitet u Kragujevcu, Dositejeva 19, 36000 Kraljevo, Srbija

Rezime: U radu je razmatran problem optimizacije kutijastog poprečnog preseka glavnog nosača mosne dizalice sa šinom postavljenom iznad vertikalnog lima. Kriterijumi čvrstoće nosača, lokalne i bočne stabilnost upotrebljeni su kao funkcije ograničenja. U komparativnoj analizi prikazan je i uticaj tehnološkičnosti na dobijene rezultate optimizacije. Smanjenje mase nosača postavljeno je kao funkcija cilja a kao metodologija upotrebljen je metod Lagrange-ovih množilaca. Usporedni rezultati optimizacije pokazuju kako se menjaju optimalne geometrijske vrednosti kutijastog poprečnog preseka zavisno od primene domaćeg standarda ili eurokoda. Na osnovu komparativne analize rezultata optimizacije i izvedenih rešenja date su preporuke koje su od značaja za projektante prilikom izrade dizalica.

Ključne reči: mosna dizalica, optimizacija, čvrstoća, lokalna stabilnost ploča, bočna stabilnost.

1. UVODNA RAZMATRANJA

Izbor optimalnog dimenzija i geometrijskih parametara nosećih konstrukcija, koji utiču na smanjenje mase i troškove izrade, je predmet istraživanja mogih autora, bez obzira dali se radi o dizalicama ili konstrukcijama uopšte ([1-6], ([10-13])). U ovom radu izvršena je analitička metoda optimizacije i ona daje funkcionalne zavisnosti rezultata optimizacije koji bliže definišu uticaj pojedinih parametara na smanjenje mase.

Pri optimizaciji kutijastog nosača mosne dizalice, kao funkcija ograničenja najčešće se zadaju granični napon i deformacija. Međutim, odgovarajući standardi i propisi ([7-9], [14]) definišu i kriterijume lokalne i bočne stabilnosti kao funkcija ograničenja, pa su u ovom radu i oni uključeni u proces optimizacije.

U radu je izvršena optimizacija geometrijskih parametara poprečnog preseka glavnog nosača mosne dizalice za slučaj postavljanja šine iznad vertikalnog lima. Definisani su optimalni parametri za sve tri funkcije ograničenja i data je njihova komparativna analiza. Dobijeni rezultati daju značajan doprinos za konstruktore prilikom projektovanja sandučastih nosača mosnih dizalica.

2. MATEMATIČKA FORMULACIJA OPTIMIZACIONOG PROBLEMA

Zadatak optimizacije, bez obzira na postavljene kriterijume, je definisanje geometrijskih parametara poprečnog preseka nosača, kao i njihovog međusobnog odnosa, koji daju njegovu minimalnu površinu.

Opšta matematička formulacija, za ovako definisan optimizacioni problem detaljn je prikazana u [16]. U radu je izvršena optimizacija za ograničenje prema kriterijumu čvrstoće (1.1), bočne stabilnosti (1.2) i lokalne stabilnosti (1.3):

$$g_1 = \sigma_{r1} - \sigma_{k1} \leq 0, \quad (1.1)$$

$$g_2 = \sigma_{r2} - \sigma_{k2} \leq 0, \quad (1.2)$$

$$g_3 = \sigma_{r3} - \sigma_{k3} \leq 0, \quad (1.3)$$

gde je:

σ_{ri}, σ_{ki} - računski i kritični napon za sva tri navedena kriterijuma.

Lagranžova funkcija definiše se sada na sledeći način :

$$\Phi = A + \lambda_1 \cdot g_1 + \lambda_2 \cdot g_2 + \lambda_3 \cdot g_3, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b} = 0; \frac{\partial A}{\partial b} + \lambda_1 \cdot \frac{\partial g_1}{\partial b} + \lambda_2 \cdot \frac{\partial g_2}{\partial b} + \lambda_3 \cdot \frac{\partial g_3}{\partial b} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial h} = 0; \frac{\partial A}{\partial h} + \lambda_1 \cdot \frac{\partial g_1}{\partial h} + \lambda_2 \cdot \frac{\partial g_2}{\partial h} + \lambda_3 \cdot \frac{\partial g_3}{\partial h} = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_i} = 0; \Rightarrow g_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_2} = 0; \Rightarrow g_2 = 0, \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i \cdot \left(\frac{\partial g_i}{\partial b} \cdot \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\partial g_i}{\partial h} \cdot \frac{\partial A}{\partial b} \right) = 0$$

Pošto su $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \neq 0$, dobija se:

$$1. \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_1}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_1}{\partial b} \wedge g_1 = 0 \quad (4)$$

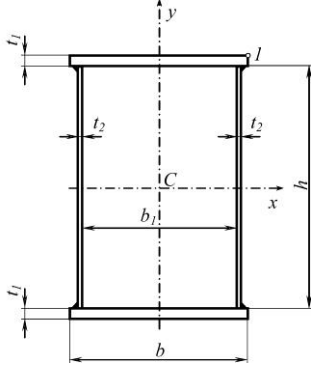
$$2. \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_2}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_2}{\partial b} \wedge g_2 = 0 \quad (5)$$

$$3. \frac{\partial A}{\partial b} \cdot \frac{\partial g_3}{\partial h} = \frac{\partial A}{\partial h} \cdot \frac{\partial g_3}{\partial b} \wedge g_3 = 0 \quad (6)$$

3. FUNKCIJE CILJA I OGRANIČENJA

3.1. FUNKCIJA CILJA

Za ove funkcije ograničenja, funkciju cilja je površina poprečnog preseka sandučastog nosača [16], pri čemu su parametri optimizacije (h, b) (Sl. 1), dok su vrednosti debljina zidova t_1 i t_2 usvojene saglasno preporukama proizvođača dizalica [15].



Slika 1 Sandučasti poprečni presek glavnog nosača mosne dizalice

Vektor zadatih parametara je:

$$\vec{x} = (M_{cv}, M_{ch}, Q, L, k_a, \dots) \quad (7)$$

gde su:

- M_{cv} i M_{ch} momenti savijanja u vertikalnoj i horizontalnoj ravni,
- Q - nosivost dizalice,
- L - raspon dizalice,
- k_a - dinamički koeficijent opterećenja dizalice u horizontalnoj ravni, [9].

Funkcija cilja, glasi:

$$A(h, b) = f(h, b) = \frac{2}{s} \cdot (e \cdot b \cdot h + h^2), \quad (8)$$

gde je: $e = t_1 / t_2$ - odnos debljine limova na pojasu i rebu, $s = h / t_2$ - odnos visine i debljine lima na rebu, $k = h / b$ - odnos visine i širine nosača.

Koristeći rezultate dobijene u [16] geometrijske karakteristike su:

$$I_x = \beta_x^2 \cdot h^2 \cdot A, \quad W_x = \alpha_x \cdot h \cdot A, \quad (9)$$

$$I_y = \beta_y^2 \cdot b^2 \cdot A; \quad W_y = \alpha_y \cdot b \cdot A, \quad (10)$$

$$S_{px} = \gamma_x \cdot h \cdot A, \quad (11)$$

$$\beta_x \cong \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{k+3 \cdot e}{3 \cdot (e+k)}}, \quad \alpha_x \cong \frac{k+3 \cdot e}{6 \cdot (e+k)}. \quad (12)$$

$$\beta_y \cong \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot f^2 + e}{3 \cdot (e+k)}}, \quad \alpha_y = \frac{3 \cdot k \cdot f^2 + e}{6 \cdot (e+k)}. \quad (13)$$

$$\gamma_x \cong \frac{k+2 \cdot e}{8 \cdot (e+k)}. \quad (14)$$

3.2. FUNKCIJE OGRANIČENJA

3.2.1. Kriterijum čvrstoće

Funkcija ograničenja prema kriterijumu čvrstoće glasi:

$$g_1(h, b) = \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} - \sigma_{k1} \leq 0 \quad (15)$$

gde je:

$\sigma_{k1} = f_y / v_1$ - kritični napon prema JUS-u,

$\sigma_{k1} = f_y / (v_1 \cdot \gamma_m)$ - kritični napon prema Eurokodu,

$\gamma_m = 1,1$ - glavni faktor otpora,

$v_1 = 1,5$ - stepen sigurnosti za I slučaj opterećenja,

c - koeficijent specifične težine nosača.

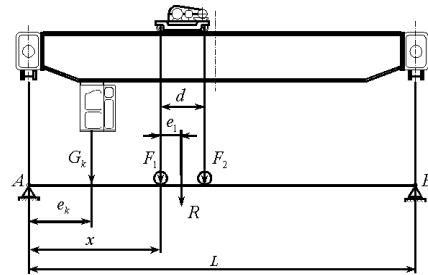
Zamenom parcijalnih izvoda jednačine (8):

$$\frac{\partial A}{\partial b} = \frac{2}{s} \cdot e \cdot h; \quad \frac{\partial A}{\partial h} = \frac{2}{s} \cdot (e \cdot b + 2 \cdot h); \quad (4.1)$$

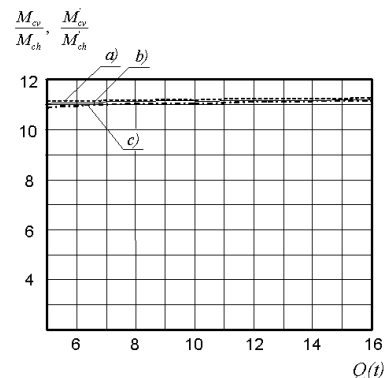
u (4), uz odgovarajuće transformacije, dobija se:

$$\frac{M_{cv} + c \cdot A}{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A} \approx \frac{M'_{cv}}{M'_{ch}}, \quad (16)$$

Za opšti položaj opterećenja mosne dizalice (slika 2), odnos (M'_{cv} / M'_{ch}) prikazan je na slici 3.



Slika 2 Operećenje glavnog nosača mosne dizalice



Slika 3 Arpoksamacija jednačine (16)- a) funkcija M'_{cv} / M'_{ch} b) funkcija M'_{cv} / M'_{ch} za $L = 25m$ c) funkcija M'_{cv} / M'_{ch} za $L = 10m$

Na osnovu toga, može se zapisati:

$$\frac{M'_{cv}}{M'_{ch}} = \frac{1}{k_a} \cdot \frac{R}{R_h} = \frac{1}{k_a} \cdot c_1. \quad (17)$$

Član c_1 glasi [11]:

$$c_1 = \frac{\psi \cdot Q + m_o + K \cdot Q^\alpha}{Q + m_o + K \cdot Q^\alpha}, \quad (18)$$

gde je: K - koeficijent uticaja pogonske klase na masu kolica, ψ - koeficijent dinamičkog uticaja u vertikalnoj ravni, α - koeficijent uticaja mase opterećenja na masu kolica, m_o - the assumed mass of the trolley in the first approximation.

Korišćenjem relacija (4.1), (16) and (17), dobija se optimaln vrednost odnosa k po ovom kriterijumu:

$$k_1 = \sqrt{\frac{e \cdot \alpha_y \cdot M'_{cv}}{\alpha_x \cdot M'_{ch}}} = \sqrt{\frac{e \cdot \alpha_y \cdot c_1}{\alpha_x \cdot k_a}}. \quad (19)$$

Koristeći dobijenu zavisnost, funkcija cilja može se zapisati u sledećem obliku:

$$A_1(h) \geq \frac{M_{cv}/\alpha_x + M_{ch}/\alpha_y \cdot k_1}{\sigma_{k1} \cdot h - c/\alpha_x - k_a \cdot c/\alpha_y \cdot k_1}. \quad (20)$$

3.2.2. Bočna stabilnost limova

Provera stabilnosti nosača na bočno izvijanje izvršena je saglasno srpskim standardima [8]. Postupak određivanja optimalnog odnosa za k detaljno je prikazan u [16], pri čemu je dobijena funkcija cilja prema kriterijumu bočne stabilnosti:

$$A_2(h) \geq \frac{K_1 \cdot M_{cv} \cdot k_2^2 \cdot f(h) + K_2 \cdot M_{ch} \cdot k_2 \cdot h^2}{\sigma_{k2} \cdot h^3 - K_1 \cdot c \cdot k_2^2 \cdot f(h) - K_2 \cdot k_a \cdot c \cdot k_2 \cdot h^2}, \quad (21)$$

gde je:

$$K_1 = \frac{2 \cdot \gamma_x}{\beta_x^2 \cdot \beta_y^2}, \quad K_2 = \frac{0,9}{\alpha_y} - \text{konstante},$$

$$f(h) = a \cdot m^2 + g \cdot m \cdot \beta_y \cdot \frac{h}{k_2} + d \cdot \beta_y^2 \cdot \frac{h^2}{k_2^2}. \quad (22)$$

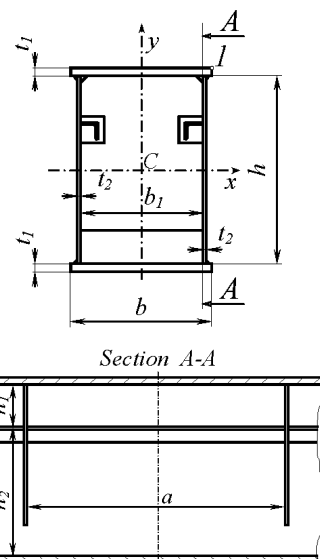
3.2.3. Lokalna stabilnost limova

Provera lokalne stabilnosti pojasnog i vertikalnog lima izvršena je prema standardima [14] i to: stabilnost pojasnog lima širine b_1 debljine t_1 (Sl. 4), vertikalnog lima iznad podužnog ukrućenja (dužine a , visine h_1 i debljine t_2) i stabilnost vertikalnog lima ispod podužnog ukrućenja (dužine a , visine h_2 i debljine t_2).

Takođe, vrši se provera segmenta pojasnog lima izloženog dejstvu normalnog napona pritiska u x pravcu, čije su dimenzije: dužina $a=2h$, širina b_1 i debljine t_1 . Ovaj kriterijum je ispunjen ako je zadovoljen uslov lokalne stabilnosti:

$$g_3(h, b) = \frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + f \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} - \frac{\sigma_{k3}}{\nu_1} \leq 0, \quad (23)$$

gde je: $\sigma_{k3} = \kappa_x \cdot f_y / \gamma_m$ -kritični napon, κ_x - redukcioni faktor.



Slika 4 Prikaz pojasnih i vertikalnih limova

Redukcioni faktor glasi:

$$\kappa_x = c_e \cdot \left(\frac{1}{\lambda_x} - \frac{0,22}{\lambda_x^2} \right) \leq 1 \text{ za } \lambda_x > 0,673, \quad (24)$$

$$\kappa_x = 1 \text{ za } \lambda_x \leq 0,673,$$

gde je: λ_x - bezdimenzioni koeficijent vitkosti.

$$\lambda_x = \sqrt{\frac{f_{yk}}{K \sigma \cdot \sigma_e}}, \quad (25)$$

$$c_e = 1,25 - 0,12 \cdot \psi_e, \quad c_e \leq 1,25, \quad (26)$$

ψ_e -koeficijent odnosa napona u odnosu na makisimalni napon pritiska, $K \sigma$ -koeficijent izvijanja [16]. Referentni napon σ_e glasi:

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot (t_1/b_1)^2. \quad (27)$$

U preseku I verikalne dijafragme se postavljaju na rastojanju $2h$, tako da ovaj odnos uzima vrednost: $\alpha_e = a/b_1 = 2 \cdot h/(f \cdot b) > 1$.

Takođe, koeficijent ψ_e uzima sledeću vrednost:

$$\psi_e = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\frac{c_1 \cdot \alpha_y}{k_a \cdot \alpha_x} - f \cdot k}{\frac{c_1 \cdot \alpha_y}{k_a \cdot \alpha_x} + f \cdot k}, \quad (28)$$

gde je:

$\nu_1 = 1,5$ - koeficijent faktorisanog opterećenja za I slučaj opterećenja, σ_1, σ_2 - naponi usled faktorisanog opterećenja.

Za prosečne vrednost, ovaj odnos se može približno napisati i izrazom:

$$\psi_p \approx 0,83 - 0,06 \cdot k, \quad (28.1)$$

pa se uz odgovarajuće transformacije dobija:

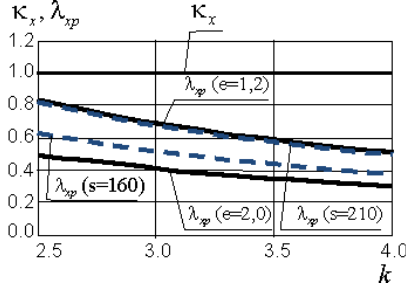
$$c_p \approx 1,15 + 0,0072 \cdot k, \quad (26.1)$$

$$K \sigma_p = \frac{8,2}{1,88 - 0,06 \cdot k}, \quad (29)$$

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{e \cdot k}{s \cdot f} \right)^2, \quad (27.1)$$

$$\lambda_{xp} \approx \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_p}} \cdot \frac{s \cdot f}{e \cdot k}. \quad (25.1)$$

Na Sl. 6 vidi se da je vrednost za koeficijent $\kappa_x = 1$, pri čemu je uzeta pogonska klasa 2, S235JRG2 :



Slika 6 Prikaz koeficijenta izvijanja

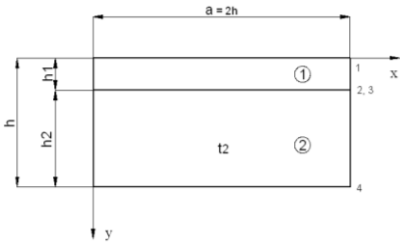
Primenom metode Lagranževog množitelja, za kriterijum bočne stabilnosti, korišćenjem odgovarajućih parcijalnih izvoda (6) i relacija (8) i (23) dobija se:

$$k_3 = \sqrt{\frac{e \cdot \alpha_y \cdot c_1}{f \cdot \alpha_x \cdot k_a}}. \quad (30)$$

Iz ovog izraza može se dobiti optimalna vrednost parametra k za pojasni lim. Koristeći dobijene zavisnosti iz funkcije ograničenja prema ovom kriterijumu, funkciju cilja glasi:

$$A_3(h) \geq \frac{M_{cv} / \alpha_x + f \cdot M_{ch} / \alpha_y \cdot k_3}{\sigma_{k_3} \cdot h - c / \alpha_x - f \cdot k_a \cdot c / \alpha_y \cdot k_3}. \quad (31)$$

Provera lokalne stabilnosti vertikalnog lima vrši se u polju 1 i 2 (slika 7).



Slika 7 Prikaz vertikalnog lima

Pored dejstva normalnog napona u x pravcu, javlja se i normalni napon u y pravcu usled pritiska točka kolica.

Posmatra se slučaj kada se pored vertikalnih dijafragmi na sredini raspona, u presku I , koristi i jedan red horizontalnih postavljenih na rastojanju od $(0,25 \div 0,33) \cdot h$. Posmatra se polje 1 i 2.

Polje 1: Ovaj kriterijum je ispunjen ako je zadovoljen uslov lokalne stabilnosti:

$$\left(\frac{|\sigma_{Sd1,x}|}{f_{b,Rd1,x}} \right)^{\epsilon_{1x}} + \left(\frac{|\sigma_{Sd1,y}|}{f_{b,Rd1,y}} \right)^{\epsilon_{1y}} - (\kappa_{1x} \cdot \kappa_{1y})^6 \cdot \left(\frac{|\sigma_{Sd1,x} \cdot \sigma_{Sd1,y}|}{f_{b,Rd1,x} \cdot f_{b,Rd1,y}} \right) \leq 1. \quad (32)$$

Naponi u tački 1 u pravcima x i y , kritični naponi pritiska i odgovarajući koeficijenti imaju vrednosti:

$$|\sigma_{Sd1,x}| = \nu_1 \cdot \left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{\alpha_x \cdot h \cdot A} + f \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} \right)$$

$$|\sigma_{Sd1,y}| = \nu_1 \cdot \frac{\gamma \cdot F_1}{t_2 \cdot l_{1r}}$$

$$f_{b,Rd1,x} = \kappa_{1x} \cdot f_y / \gamma_m, \quad f_{b,Rd1,y} = \kappa_{1y} \cdot f_y / \gamma_m$$

$$e_{1x} = 1 + \kappa_{1x}^4, \quad e_{1y} = 1 + \kappa_{1y}^4.$$

Referentni napon σ_{1e} glasi:

$$\sigma_{1e} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t_2}{h_1} \right)^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{4}{s} \right)^2. \quad (33)$$

Kako je:

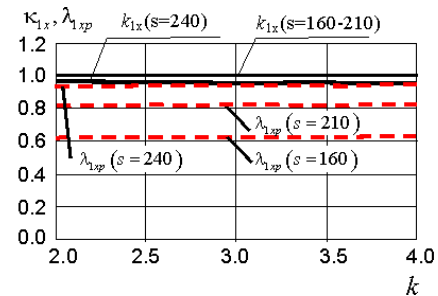
$$\psi_{1p} \approx 0,54 + 0,015 \cdot k, \quad (34)$$

može se zapisati:

$$K\sigma_{1p} = \frac{8,2}{1,59 + 0,015 \cdot k}, \quad (35)$$

$$\lambda_{1xp} \approx \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_{1p}}} \cdot \frac{s}{4}. \quad (36)$$

Na Sl. 8 vidi se da je vrednost koeficijenta $\kappa_{1x} = 1$, pri čemu je uzeta pogonska klasa 2, a materijal S235JRG2. Nešto niže vrednosti se dobijaju sa povećanjem vitkosti s .



Slika 8 Prikaz koeficijenta izvijanja

Slična analiza je za opterećenje u y pravcu, pri čemu je: F_1 - maksimalna sila pritiska točka, $l_{1r} = 12,15 + 1,4 \cdot e$ - efektivna dužina raspodele opterećenja prema [16], c_{1r} - širina preko koje je raspoređena transversalna sila, κ_{1y} - redukcioni faktor za polje 1:

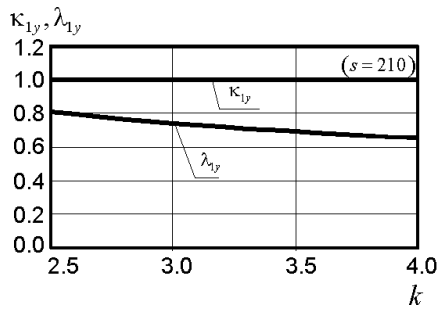
$$\kappa_{1y} = 1,13 \cdot \left(\frac{1}{\lambda_{1y}} - \frac{0,22}{\lambda_{1y}^2} \right) \leq 1 \quad \text{za } \lambda_{1y} > 0,831, \quad (37)$$

$$\kappa_{1y} = 1 \quad \text{za } \lambda_{1y} \leq 0,831,$$

$$\lambda_{1y} = \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_{1y}}} \cdot \frac{s}{4}, \quad (38)$$

$$K\sigma_{1y} \approx 0,5 \quad [16].$$

Na Sl. 9 vidi se da za prosečne i očekivane vrednosti parametara $\kappa_{1y} = 1$, pri čemu je uzeta pogonska klasa 2 i materijal S235JRG2.



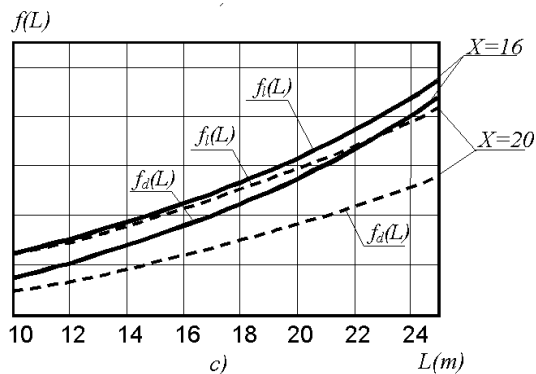
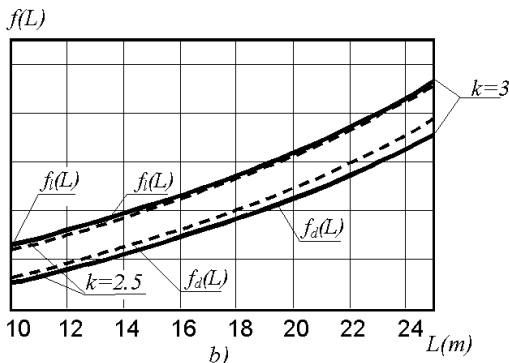
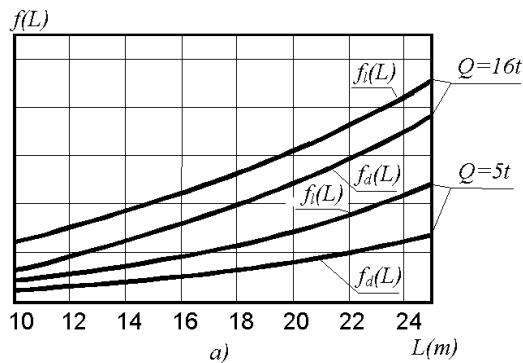
Slika 9 Prikaz koeficijenta izvijanja

Za ove vrednosti parametara, izraz (34) postaje:

$$\sqrt{|\sigma_{sd1,x}|^2 + |\sigma_{sd1,y}|^2} - |\sigma_{sd1,x} \cdot \sigma_{sd1,y}| \leq f_y / \gamma_m \quad (39)$$

Ova relacija važi ako je zadovoljen uslov:

$|\sigma_{sd1,x}| \geq |\sigma_{sd1,y}|$, odnosno da je leva strana veća od desne, $f_i(L) \geq f_d(L)$ -slika 10.



Slika 10 Prikaz rezultata analize kritičnih napona u pravcima x i y

Slična se procedura primenjuje i za polje 2.

$$\left(\frac{|\sigma_{sd2,x}|}{f_{b,Rd2,x}} \right)^{e_{2x}} + \left(\frac{|\sigma_{sd2,y}|}{f_{b,Rd2,y}} \right)^{e_{2y}} - (\kappa_{2x} \cdot \kappa_{2y})^6 \cdot \left(\frac{|\sigma_{sd2,x} \cdot \sigma_{sd2,y}|}{f_{b,Rd2,x} \cdot f_{b,Rd2,y}} \right) \leq 1, \quad (40)$$

Naponi u tački 2 u pravcima x i y , kritični naponi pritiska i odgovarajući koeficijenti imaju vrednosti:

$$|\sigma_{sd2,x}| = v_1 \cdot \left(\frac{M_{cv} + c \cdot A}{2 \cdot \alpha_x \cdot h \cdot A} + f \cdot \frac{M_{ch} + k_a \cdot c \cdot A}{\alpha_y \cdot b \cdot A} \right),$$

$$|\sigma_{sd2,y}| = v_1 \cdot \frac{\gamma \cdot F_1}{t_2 \cdot l_{2r}},$$

$$f_{b,Rd2,x} = \kappa_{2x} \cdot f_y / \gamma_m, \quad f_{b,Rd2,y} = \kappa_{2y} \cdot f_y / \gamma_m,$$

$$e_{2x} = 1 + \kappa_{2x}^4, \quad e_{2y} = 1 + \kappa_{2y}^4.$$

Referentni napon σ_{2e} glasi:

$$\sigma_{2e} = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_2}{h_2} \right)^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{4}{3 \cdot s} \right)^2. \quad (41)$$

Kako je:

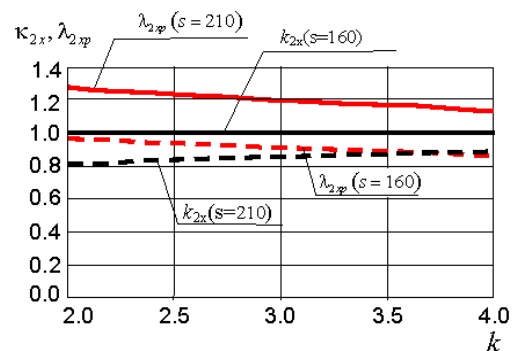
$$\psi_{2p} \approx -(0,6 + 0,01 \cdot k), \quad (42)$$

može se zapisati:

$$K\sigma_{2p} = 15,1 + 1,8 \cdot k + 0,0978 \cdot k^2, \quad (43)$$

$$\lambda_{2sp} \approx \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_{2p}}} \cdot (3 \cdot s / 4). \quad (44)$$

Na Sl. 11 vidi se promena vrednosti za koeficijent κ_{2x} , pri čemu je uzeta pogonska klasa 2, a materijal S235JRG2. Znatno niže vrednosti se dobijaju sa povećanjem vitkosti s .

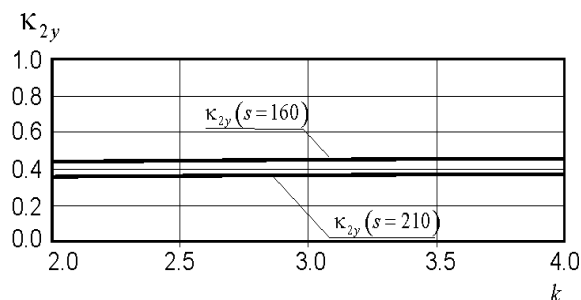


Slika 11 Prikaz koeficijenta izvijanja

Posmatra se dalje analiza opterećenja u y pravcu, pri čemu je: $l_{2r} = 12,15 + 2 \cdot e \cdot h / s + h / 2$ - efektivna dužina raspodele opterećenja prema [14], κ_{2y} - redukcionni faktor za polje 2, $K\sigma_{2y} \approx 1,2$ - koeficijent izvijanja, prema [14], c_{2r} - širina preko koje je transversalna sila raspoređena,

$$\lambda_{12} = \frac{Ko}{\sqrt{K\sigma_{2y} \cdot a / c_{2r}}} \cdot \frac{3 \cdot s}{4}, \quad (45)$$

Na SL. 12 vidi se kako se za prosečne i očekivane vrednosti parametara, menja vrednost za koeficijent κ_{2y} , pri čemu je uzeta pogonska klasa 2, a materijal S235JRG2



Slika 12 Prikaz koeficijenta izvijanja

Za ovako dobijene vrednosti parametara, (34.2) postaje:

$$\left(\left| \sigma_{Sd2,x} / f_{b,Rd2,x} \right| \right)^{e_{2x}} + \left(\left| \sigma_{Sd2,y} / f_{b,Rd2,y} \right| \right)^{e_{2y}} \leq 1. \quad (46)$$

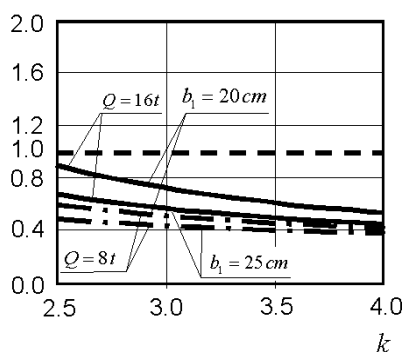
Da bi se uradila analiza, posmatraće se odnos maksimalnog napona pritiska u ovom polju i maksimalnog napona pritiska koji se javlja.

$$\left| \sigma_{Sd2,x} \right| = \psi_2 \cdot \left| \sigma_{Sd \max,x} \right| \approx (0,52 + 0,009 \cdot k) \cdot \left| \sigma_{Sd \max,x} \right|$$

Sada (34.2.1) postaje:

$$\left(\psi_2 / \kappa_{2x} \right)^{1+\kappa_{2x}^4} + \left(\left| \sigma_{Sd2,y} \right| \cdot \gamma_m / (\kappa_{2y} \cdot f_y) \right)^{1+\kappa_{2y}^4} \leq 1. \quad (47)$$

Za prosečne parametre i variranjem nosivosti i unutrašnje širine može se videti kako se ovaj odnos menja, pri čemu je uzeto $s = 160$ (SL. 13).



Slika 13 Prikaz rezultata

Na osnovu svega gore pomenutog, moguće je izabrati takve parametre tako da lokalna stabilnost bude zadovoljena. Kako je polje 1 kritično kod ispitivanja lokalne stabilnosti vertikalnih limova, a najveći napon koji se javlja je analogan onom kod pojasnog lima, i pošto faktori κ_{1x} i κ_{1y} uzimaju za očekivane vrednosti odnosa k i vitosti s vrednost 1, dobija se da se za ovaj kriterijum može uzeti ista kriva, odnosno ograničenje (g_3) kao ova dobijena u prethodnom izrazu, a takođe se i optimalna vrednost za k po ovom kriterijumu određuje po relaciji (30), kao kod lokalne stabilnosti pojasnog lima, a takođe je i funkcija cilja po relaciji (31).

4 NUMERIČKI PRIKAZ DOBIJENIH REZULTATA

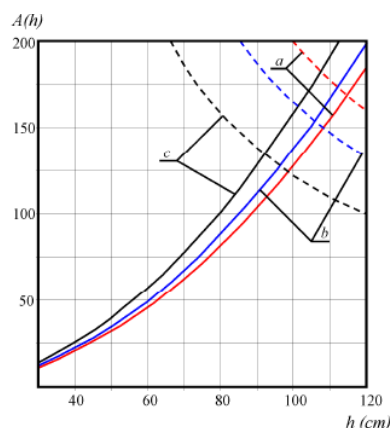
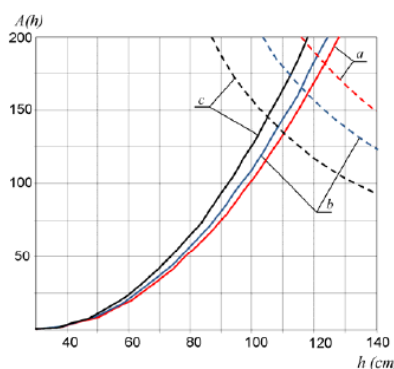
Korišćenjem izraza (19), (22) i (30) dobijaju se optimalna vrednost parametra k prema posmatranim

kriterijumima. Optimalne vrednosti parametra k u funkciji od člana e prikazane su u tabeli 1.

Tabela 1

| e | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 |
|-------|------|------|------|------|
| k_1 | 3,90 | 4,00 | 4,10 | 4,25 |
| k_2 | 3,35 | 3,33 | 3,31 | 3,30 |
| k_3 | 4,20 | 4,30 | 4,40 | 4,55 |

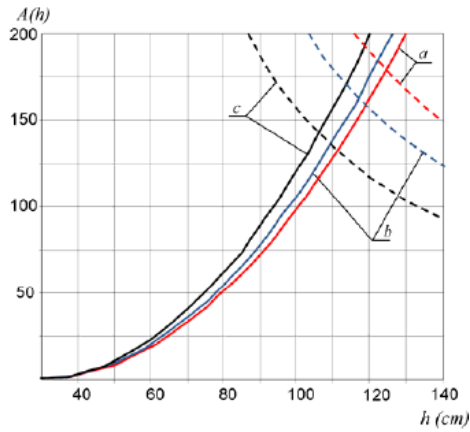
Izraz (20) predstavlja funkciju cilja dobijenu iz funkcije oraničenja prema kriterijumu čvrstoće i zajedno sa funkcijom cilja (8) može se predstaviti i grafičkim putem. Izraz (20) prikazan je isprekidanom, a izraz (8) punom linijom (Sl. 14 i SL. 15). Vidi se kako se menja položaj presečne tačke u zavisnosti od izbora materijala po domaćem standardu (SL. 14), odnosno eurokodu (SL. 15), gde su usvojene vrednosti parametara $L=20$ m i $Q=12.5$ t.

Slika 14 Optimalne vrednosti visine nosača i funkcije cilja prema kriterijumu čvrstoće, prema JUS standardu **a** S235JRG2 . **b** S275JR . **c** S355JRSlika 15 Optimalne vrednosti visine nosača i funkcije cilja prema kriterijumu čvrstoće, prema Eurokodu **a** S235JRG2 . **b** S275JR . **c** S355JR

U [16] je prikazano kako se menja ovaj položaj prema kriterijumu bočne stabilnosti.

Izraz (31) predstavlja funkciju cilja dobijenu iz funkcije oraničenja prema kriterijumu lokalne stabilnosti limova i zajedno sa funkcijom cilja (8)

može se predstaviti i grafičkim putem, kao u prethodnim slučajevima (Sl. 16).



Slika 16 Optimalne vrednosti visine nosača i funkcije cilja prema kriterijumu lokalne stabilnosti imova **a** S235JRG2 . **b** S275JR . **c** S355JR

Za polaznu analizu dobijenih rezultata mogu se usvojiti srednje vrednosti, tako da za S235JRG2 uzima se vrednost $s=210$, a za S355JR $s=170$. Ostale veličine parametara, u ovoj fazi, su: $e=1,33$, $f=0,85$, $\psi=1,15$, $k_a=0,1$, $e_k=2,3m$, $G_k=15kN$.

Analiza je sprovedena za pogonsku klasu 2, koja je najčešće zastupljena u praksi. Za nju važe sledeće vrednosti: $\gamma=1,05$, $\alpha=1,20$, $K=0,08$, $m_o=1,20$.

Takođe, preporuka srpskih proizvođača dizalica jeste da minimalna vrednost širine b_1 iznosi $b_1 > 30cm$, odakle se dobija:

$$k \leq f \cdot h / 30, \quad (48)$$

dok kod stranih proizvođača ova vrednost iznosi $b_1 > 20cm$:

$$k \leq f \cdot h / 20. \quad (49)$$

Ako se izjednači izraz (8) sa izrazima (19), (22) i (30) dobijaju se zavisnosti parametra k , prema posmatranim kriterijumima:

$$k_1 = F(s, e, h, M_{cv}, M_{ch}, \alpha_x, \alpha_y, f_y, k_a), \quad (50)$$

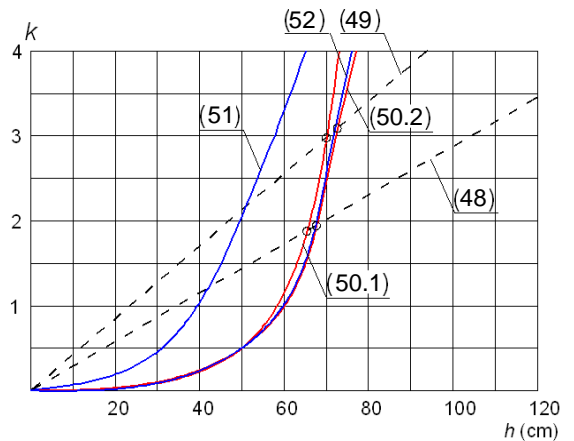
$$k_2 = F(s, e, h, K_1, K_2, M_{cv}, M_{ch}, \sigma_{k2}, c, k_a), \quad (51)$$

$$k_3 = F(s, e, f, h, Q, M_{cv}, M_{ch}, \alpha_x, \alpha_y, k_a, f_y), \quad (53)$$

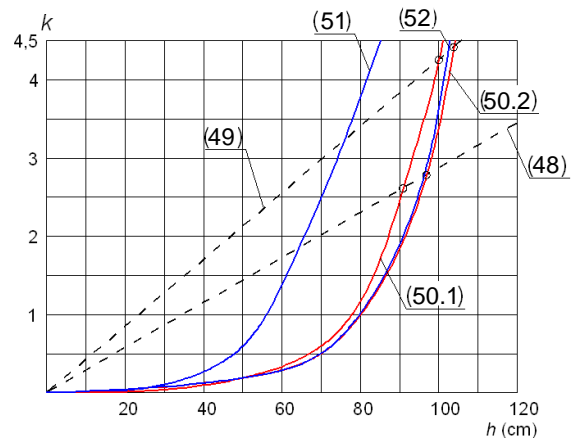
pri čemu treba napomenuti da će se zavisnost (50) prikazati posebno za ovaj kriterijum po domaćem propisu (50.1), a posebno po eurokodu (50.2).

Na sledećim slikama biće prikazani dobijeni optimalni geometrijski parametri za karakteristične nosivosti i raspone dvogrednih mosnih dizalica.

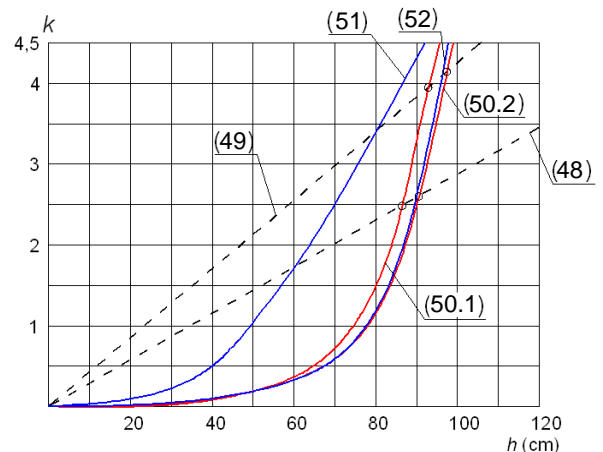
Na slikama se vidi da su i kod domaćeg propisa i eurokoda za posmatrane slučajeve optimalan kriterijum čvrstoće.



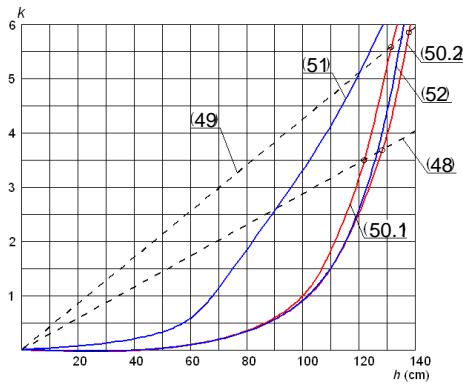
Slika. 17 Višekriterijumsko određivanje optimalne vrednosti parametra k za raspon dizalice $L=12m$, i nosivost $Q=5t$



Slika. 18 Višekriterijumsko određivanje optimalne vrednosti parametra k za raspon dizalice $L=12m$, i nosivost $Q=16t$



Slika. 19 Višekriterijumsko određivanje optimalne vrednosti parametra k za raspon dizalice $L=20m$, i nosivost $Q=5t$



Slika. 20 Višekriterijumsko određivanje optimalne vrednosti parametra k za raspon dizalice $L=20\text{m}$, i nosivost $Q=16\text{t}$

4 ZAKLJUČAK

U radu su dobijeni analitički izrazi koji definišu optimalne dimenzije kutijastog poprečnog preseka glavnog nosača mosne dizalice sa šinom postavljenom iznad vertikalnog lima. U analizi je korišćen metod Lagranžovih množitelja, gde su kao funkcije ograničenja postavljeni kriterijumi čvrstoće, bočne i lokalne stabilnosti limova. Dobijeni su analitički izrazi za definisanje geometrijskih parametara poprečnog preseka koji daju optimalne vrednosti površine poprečnog preseka. Izvršena je komparativna analiza dobijenih rezultata za različite funkcije ograničenja i definisan postupak za izbor jedinstvenog rešenja. Komparativna analiza obuhvata i uticaj tehnoložnosti na izbor optimalnog rešenja. Sprovedena procedura omogućava brzo i efikasno određivanje optimalna vrednost geometrijskih parametara prema kritičnoj funkciji za odgovarajuće ulazne podatke i zadata ograničenja.

Pokazana je značajna podudarnost krivih čvrstoće i lokalne stabilnosti limova po eurokodu. Može se uočiti i da je značajan uticaj tehnoložnosti na optimalne vrednosti dobijenih rezultata.

Takođe pokazana je opravdanost primene metode Lagranžovih množitelja jer su dobijeni rezultati optimizacije u analitičkom obliku, koji omogućavaju donošenje zaključaka o uticaju pojedinih parametara i pravcima daljih istraživanja u smanjenju mase.

ZAHVALNOST

Autori se zahvaljuju Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Srbije na podršci za realizaciju projekta TR 35008.

5 LITERATURA

[1] Farkas J (1984) *Optimum design of metal structures*. Akademiai KIADO, Budapest

[2] Farkas J (1986) *Economy of Higher-Strength Steels in Overhead Travelling Cranes with Double-Box Girders*. *J. Construct. Steel Research* 6: 285-301

[3] Farkas J, Jármai K (1997) *Analysis and optimum design of metal structures*. Balkema, Rotterdam

[4] Farkas J, Jármai K, Snyman JA (2010) *Global minimum cost design of a welded square stiffened plate supported at four corners*. *Struct Multidisc Optim* 40:477-489

[5] Gašić M, Savković M, Bulatović R, Petrović R (2011) *Optimization of a pentagonal cross section of the truck crane boom using Lagrange's multipliers and differential evolution algorithm*. *Meccanica*. 46(2011) 4:845-853

[6] Gašić M, Savković M, Bulatović R (2011b) *Optimization of trapezoidal cross section of the truck crane boom by Lagrange's multipliers and by differential evolution algorithm (DE)*. *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering* 57(2011) 4:304-312

[7] *JUS M.D1.050 (1968) Standardi za dizalice*. Jugoslovenski zavod za standardizaciju, Beograd

[8] *JUS U.E7. (1986) Standardi za proračun nosećih čeličnih konstrukcija*. Jugoslovenski zavod za standardizaciju, Beograd

[9] Ostrić D, Tošić S (2005) *Cranes (Dizalice)*. Institut za mehanizaciju Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu (Institut za mehanizaciju Mašinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu), Belgrade

[10] Pinca BC, Tirian OG, Socalici VA, Ardeleadn DE (2009) *Dimensional optimization for the strength structure of a traveling crane*. *WSEAS Transactions on Applied and heoretical Mechanics* 4 (4), pp 147:156

[11] Pinca BC, Tirian OG, Josan A, Chete G (2009) *Quantitative and qualitative study on the state of stresses and strains of the strength structure of a crane bridge*. *WSEAS Transactions on Applied and heoretical Mechanics* 5 (4), pp 231:241

[12] Savković M (2005) *Optimization of Complex Cross Sections of Structures of Autocrane Booms (Optimizacija složenih poprečnih preseka konstrukcija strele autodizalice)*. (IMK -14- Istraživanje i razvoj) 20-21(1) pp 41:45

[13] Selmic R, Cvetkovic R, Mijailovic R (2006) *Optimization of crosssection in structures, monograph*. The Faculty of Transport and Traffic Engineering, Belgrade

[14] *prEN 13001-3-1 (2010) Cranes - General Design - Part 3-1: Limit States and proof competence of steel structure, EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION*

[15] *Katalozi i projekti izvedenog stanja Srpskih proizvođača dizalica IMK 14 Oktobar, MIN, ILR*

[16] Pavlović G, Savković M, Zdravković N (2011) *Optimizacija kutijastog poprečnog preseka glavnog nosača mosne dizalice prema kriterijumu bočne stabilnosti*. *IMK -14- Istraživanje i razvoj br. 41 (4/2011) pp 1:8*