

# OPTIMIZACIJA SLOŽENIH POPREČNIH PRESEKA KONSTRUKCIJA STRELE AUTODIZALICE

Doc. dr Mile SAVKOVIĆ, dipl.maš.inž.

Doc. dr Mile Savković, dipl. inž. maš. Rođen je 1967. god. u Rojčićima kod Raške. Mašinski fakultet upisao 1987. god. u Kraljevu gde je i diplomirao 1992. godine. Magistarski rad na temu "Istraživanje dinamičkih uticaja na strelu portalne dizalice" odbranio 1996. god. na Mašinskom fakultetu u Beogradu. Doktorsku tezu: "Uticajni parametri na čvrstoću i stabilnost višesegmentnih strela dizalica" odbranio je 19.01.2001. godine na Mašinskom fakultetu u Kraljevu. Autor je više naučnih i stručnih radova u zemlji i inostranstvu. Zaposlen na Mašinskom fakultetu u Kraljevu kao docent za predmet Metalne konstrukcije.



Kategorija rada: PREGLEDNI RAD

Recezent: pr. dr Miomir Jovanović

UDK/UDC: 621.866.1.001.892

Rad primljen: 15. 03. 2005.

ADRESA:

Mašinski fakultet

Dositejeva 19

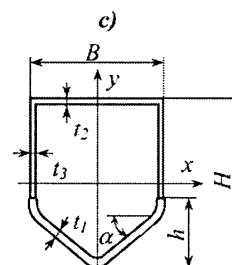
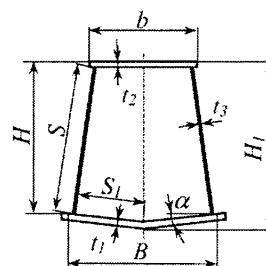
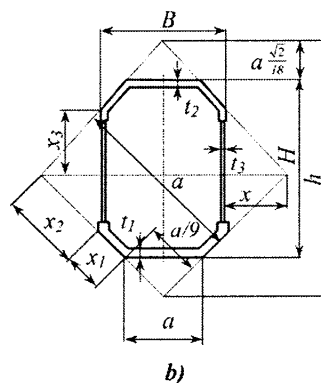
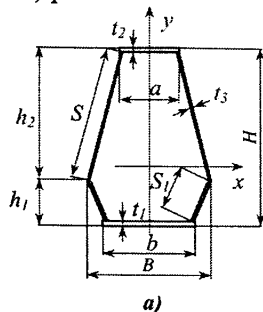
36 000 Kraljevo

## 1. UVOD

Svetski proizvođači autodizalica u poslednje vreme pridaju veliki značaj formiranju optimalnog oblika poprečnog preseka konstrukcija koji obezbeđuje povećanje savojne i torzione krutosti uz smanjenje njene mase. Ovo se posebno odnosi na konstrukciju strele autodizalice kao njenog najodgovornijeg dela. Usavršavanjem tehnologije izrade počelo se sa odstupanjem od klasičnog pravougaonog oblika poprečnog preseka strele pa se kod raznih svetskih proizvođača mogu sresti i preseci u obliku petougaonika, šestougaonika, osmougaonika ili neke druge mnogougone strukture.

Takođe, prisutna je pojava formiranja optimalnog oblika ugradnjom limova različitih debljina kako bi iskorišćenje materijala bilo što bolje. Novi oblici pokazuju da su naponi u njima manji, kao i uticaj lokalnih naprezanja na mestu gde se moment spoljšanjeg opterećenja prenosi sa jednog segmenta na drugi [1],[3].

U radu je analizirana metodologija sračunavanja optimalnih dimenzija za petougaoni i šestougaoni poprečni presek, a za mnogougone preseke (slika 1) prikazani su rezultati komparativne analize.



Slika 1

## 2. DEFINISANJE PROBLEMA

Kao funkcija cilja postavlja se problem iznalaženja parametara poprečnog preseka, kao i njihovog međusobnog odnosa, koji će dati minimalnu površinu poprečnog preseka za definisanu nosivost.

Minimizacija mase odgovara minimizaciji zapremine, odnosno površine poprečnog preseka i postiže se iz uslova jednakosti čvrstoće odgovarajućih preseka.

Strela autodizalice opterećena je podužnom silom  $N$ , momentima savijanja  $M_x$  i  $M_y$  i momentom uvijanja  $T$ .

Za rešavanje problema koristi se metod Lagranžovih množitelja [2], [4], [5], pri čemu se polazi od izraza za zapreminu preseka, koji predstavlja funkciju cilja:

$$V = \int_{x_1}^{x_2} A [x, y_i(x), y'_i(x)] dx \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

gde je:

- $x_1$  i  $x_2$  - oblast integraljenja po koordinati  $x$ , koja je u ravni upravnoj na podužnu osu preseka strele,
- $A$  - površina poprečnog preseka strele,
- $y_i$  - funkcija  $i$ -tih karakterističnih veličina poprečnog preseka (širina, visina, debljina zida itd).

Izraz za napon u poprečnom preseku predstavlja funkciju ograničenja i ima oblik:

$$\varphi_i = \left( \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_y} + \frac{M_y}{W_x} \right)^2 + \left( \frac{T}{W_t} \right)^2 - [\sigma]^2 = 0 \quad (2)$$

gde su:

- $W_x$  i  $W_y$  - otporni momenti na savijanje oko osa  $x$  i  $y$ ,
- $W_t$  - polarni otporni moment,
- $[\sigma]$  - dopušteni napon materijala strele.

Funkcija  $y_i$ -daje ekstrem određenog integrala (1) za uslov jednakosti napona (2), a dobija se iz sistema jednačina Ojlera:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y'_i} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial y_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Lagranžova funkcija  $\Phi$  data je u obliku:

$$\Phi = A + \sum_{k=1}^m \lambda_k \cdot \varphi_k \quad (4)$$

pri čemu je:

- $m$  - broj dopunskih uslova,
- $\lambda_k$  - neodređeni množitelj Lagranža,
- $\varphi_k$  - funkcija ograničenja,
- $n$  - broj traženih parametara preseka.

Korišćenjem prethodnih jednačina i diferenciranjem po  $y_i$ , dobijaju se relacije:

$$\frac{\frac{\partial \varphi_k}{\partial y_1}}{\frac{\partial A}{\partial y_1}} = \frac{\frac{\partial \varphi_k}{\partial y_2}}{\frac{\partial A}{\partial y_2}} = \frac{\frac{\partial \varphi_k}{\partial y_3}}{\frac{\partial A}{\partial y_3}} = \dots = \frac{\frac{\partial \varphi_k}{\partial y_n}}{\frac{\partial A}{\partial y_n}} = \frac{1}{\lambda_k} \quad (5)$$

na osnovu kojih se mogu naći optimalni parametri poprečnog preseka.

U prethodnim razmatranjima nije uzeto u obzir lokalno naprezanje na mestu kontakta između segmenata.

Lokalno naprezanje je značajno za određivanja naponskog stanja na mestu kontakta između segmenata, ali ne utiče na definisanje osnovnih geometrijskih parametara poprečnog preseka [2],[3],[5],[7].

## 3. REŠAVANJE ZADATOG PROBLEMA

Metodologija sračunavanja optimalnih dimenzija je prikazana za šestougaooni presek sa osnovnim parametrima (slika 1a):

$$k_a = \frac{a}{B}, k_b = \frac{b}{B}, k_B = \frac{B}{H}, k_l = \frac{h_l}{H}, \delta_1 = \frac{t_1}{H},$$

$$\delta_2 = \frac{t_2}{H}, \delta_3 = \frac{t_3}{H}. \quad (6)$$

Površina šestougaoonog poprečnog preseka iznosi:

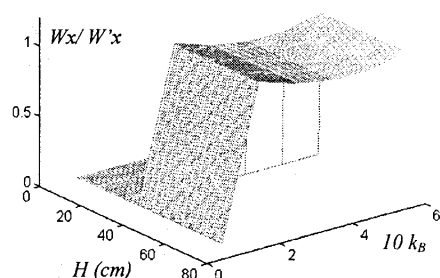
$$A = H^2 \cdot [k_a \cdot k_b \cdot \delta_2 + k_b \cdot k_B \cdot \delta_1 + \delta_3 \cdot \sqrt{4(1-k_l)^2 + k_B \cdot (1-k_a)^2} + \delta_1 \cdot \sqrt{4 \cdot k_l^2 + k_B^2 \cdot (1-k_b)^2}] \quad (7)$$

Izrazi za odgovarajuće otporne momente inercije (jednačina 2) su jako složeni pa je izvršena njihova aproksimacija. Uprošćeni izrazi za otporne momente glase:

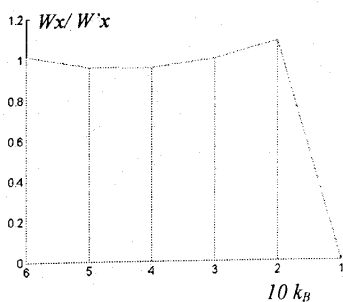
$$W'_x = A \cdot \frac{H}{2} \cdot \alpha \cdot (1 - k_l) \quad (8)$$

$$W'_y = A \cdot \frac{B}{2} \cdot \beta = A \cdot \frac{k_B \cdot H}{2} \cdot \beta \quad (9)$$

Ovakve pretpostavke daju rezultate zadovoljavajuće tačnosti (greška je manja od 6%), što se može videti za otporni moment oko  $x$  ose (slike 2 i 3) i za vrednost faktora  $k_l = 0.7$ .



Slika 2



Slika 3

Funkcija napona ima oblik:

$$\varphi = \frac{P}{H^2 \cdot [S]} + \frac{2 \cdot M_x}{\alpha \cdot H^3 \cdot [S] \cdot (1 - 0.8 \cdot k_1)} + \frac{2 \cdot M_y}{\beta \cdot H^3 \cdot k_B \cdot [S]} - [\sigma] = 0 \quad (10)$$

Nalaženjem odgovarajućih izvoda (saglasno jednačini 5):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial H}, \frac{\partial \varphi}{\partial k_1}, \frac{\partial \varphi}{\partial k_B}, \frac{\partial A}{\partial H}, \frac{\partial A}{\partial k_1}, \frac{\partial A}{\partial k_B} \quad (11)$$

dobijaju se relacije koje omogućavaju definisanje jednačine optimalnih odnosa:

$$k_B^2 + k_B \cdot \frac{\alpha \cdot (1 - 0.8 \cdot k_1)}{\beta \cdot M} - \frac{2 \cdot (1 - 0.8 \cdot k_1)}{M} \cdot [S] = 0$$

$$\nabla = \left( \delta_2 \cdot k_B + \delta_1 \cdot k_1 + \frac{\delta_3 \cdot k_B \cdot (1 - k_B)^2}{\sqrt{4 \cdot (1 - k_1)^2 + k_B^2 \cdot (1 - k_B)^2}} + \frac{k_B \cdot \delta_1 \cdot (1 - k_1)}{\sqrt{k_B^2 \cdot (1 - k_1)^2 + 4 \cdot k_1^2}} \right) \quad (12)$$

Odgovarajućii optimalni odnosi dobijenih geometrijskih veličina su:

$$k_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{6} \cdot k_1 \right)$$

$$k_B = \frac{1}{f} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{za } k_1=0) \quad (13)$$

Izraz za određivanje visine nosača, uz korišćenje optimalnih odnosa geometrijskih parametara je:

$$H = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M_x \cdot [M \cdot \beta \cdot k_B + \alpha \cdot (1 - 0.8 \cdot k_1)]}{M \cdot [\sigma] \cdot [S] \cdot \alpha \cdot \beta \cdot k_B \cdot (1 - 0.8 \cdot k_1)}} \quad (14)$$

Površina šestougaonog poprečnog preseka, u funkciji pomenutih parametara prikazana na slici 4.

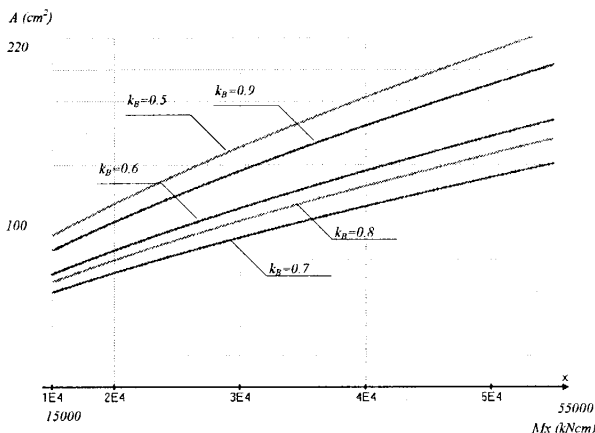
Za petougaoni poprečni presek, osnovni parametri su (slika 1d):

$$k = \frac{B}{H}, f = \frac{h}{H}, \delta_1 = \frac{t_1}{H}, \delta_2 = \frac{t_2}{H}, \delta_3 = \frac{t_3}{H}$$

$$\text{i } k_s = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot f^2 + k^2} \quad (15)$$

dok je njegova površina poprečnog preseka:

$$A = H^2 \cdot \left[ k \cdot \delta_2 + 2 \cdot (1 - f) \cdot \delta_3 + \delta_1 \cdot \sqrt{4 \cdot f^2 + k^2} \right] \quad (16)$$



Slika 4

Dvostruka dužina bočne stranice iznosi:

$$2 \cdot S = H \cdot \sqrt{4 \cdot f^2 + k^2} \quad (17)$$

Približna vrednost težišta poprečnog preseka definiše se kao:

$$\eta_c = \frac{H \cdot \left[ k \cdot \delta_2 \cdot (1 - f) + (1 - f)^2 \cdot \delta_3 - \frac{\delta_1 \cdot f}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot f^2 + k^2} \right]}{\left[ k \cdot \delta_2 + 2 \cdot (1 - f) \cdot \delta_3 + \delta_1 \cdot \sqrt{4 \cdot f^2 + k^2} \right]} \quad (18)$$

Uprošćeni izrazi za otporne momente inercije za x i y ose su:

$$W'_x = A \cdot \frac{H}{2} \cdot \alpha \quad (19)$$

$$W'_y = A \cdot \frac{B}{2} \cdot \beta = A \cdot \frac{k \cdot H}{2} \cdot \beta \quad (20)$$

Funkcija napona ima oblik:

$$\varphi = \frac{P}{H^2 \cdot [S]} + \frac{2 \cdot M_x}{\alpha \cdot H^3 \cdot [S]} + \frac{2 \cdot M_y}{\beta \cdot H^3 \cdot k \cdot [S]} - [\sigma] = 0 \quad (21)$$

Nalaženjem odgovarajućih izvoda

$$\frac{\partial \varphi}{\partial k}, \frac{\partial \varphi}{\partial f}, \frac{\partial \varphi}{\partial H}, \frac{\partial A}{\partial f}, \frac{\partial A}{\partial H}, \frac{\partial A}{\partial k} \quad (22)$$

i uvođenjem smene:

$$\sqrt{1 + 4 \cdot \left(\frac{f}{k}\right)^2} = \sqrt{t} \tag{23}$$

dobija se funkcij:

$$k^2 \cdot \left(2 - \frac{\delta_2}{\delta_1} \cdot \sqrt{t}\right) + 2 \cdot k^3 \cdot M \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1} \cdot \sqrt{t} + 4 \cdot k \cdot \frac{\delta_3}{\delta_1} \cdot \sqrt{t} \cdot (f - 1) - 8 \cdot f^2 = 0 \tag{24}$$

Analizom funkcije (24) može se uspostaviti zavisnost parametara f i k u približnom obliku:

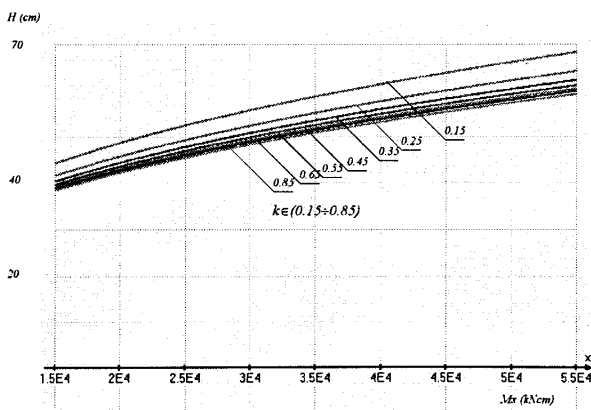
$$k = 0.4 \cdot (1 + f) \tag{25}$$

Prva nula u ovom rešenju je  $k=0.45$ , za koju se iz jednačine (25) određuje faktor  $f=0.125$ , što znači da je optimalan ugao vrha nosača  $\alpha=29.05^\circ$ .

Optimalna vrednost visine ovog poprečnog preseka iznosi:

$$H = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M_x \cdot [M \cdot k \cdot \beta + \alpha]}{[\sigma] \cdot [S] \cdot M \cdot k \cdot \alpha \cdot \beta}} \tag{26}$$

Zavisnost visine poprečnog preseka od momenta savijanja  $M_x$  i faktora  $k$  prikazana je na slici 5.



Slika 5

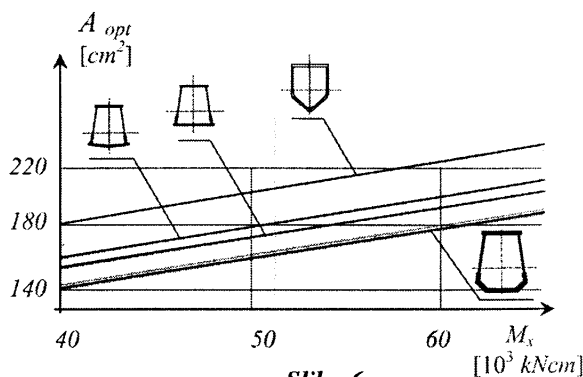
Dobijena jednačina (26) se može proveriti ako se analizira izvedeno rešenje prema katalogu proizvođača –Grove. Prilikom analize zadržan je isti odnos faktora  $\delta_H$  i  $\delta_B$  i visina nosača H kao kod izvedenog rešenja. Za usvojene parametre površina poprečnog preseka, dobijena jednačinom (26) je 16 % manja od površine izvedenog rešenja. Ovaj podatak potvrđuje da se odgovarajućim izborom međusobnih odnosa parametara površine poprečnog preseka može uticati na njeno smanjenje ne umanjujući nosivost.

Za ostale oblike prikazane na slici 1, izrazi za optimalne visine nosača su:

$$H = \sqrt[3]{\frac{M_x \cdot [4 + M \cdot (1 + 2 \cdot k)]}{M \cdot [\sigma] \cdot [S] \cdot \alpha \cdot (1 + 2 \cdot k)}} \text{ (slika 1b) } \tag{27}$$

$$H_1 = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M_x \cdot [M \cdot m \cdot \beta + \alpha \cdot f]}{[\sigma] \cdot [S] \cdot M \cdot m \cdot \alpha \cdot \beta}} \text{ (slika 1c) } \tag{28}$$

Uporedni prikaz zavisnosti analiziranih površina poprečnih preseka od momenta savijanja može se videti na slici 6.



Slika 6

#### 4. ZAKLJUČAK

Predložena metodologija omogućava vrlo jednostavno sračunavanja odgovarajućih geometrijskih karakteristika poprečnog preseka, relevantnih za optimizaciju.

Kao izlaz optimizacije dobija se funkcija za optimalno sračunavanje površine poprečnog preseka. Uporedna analiza dobijenih rezultata daje veću tačnost od nekih predloženih metoda optimizacije i analiziranih izvedenih rešenja.

## 5. LITERATURA

- [1] Савкович М., Гашич М., Острич Д.: "Оптимизация геометрии пятиугольного поперечного сечения телескопических стрел автокранов", The Third International Conference, НМ-99, Kraljevo, 1999.
- [2] Баловнев В.И., Савельев А.Г., Моисеев Г.Д.: "Расчет размеров стержневых элементов минимальной массы для строительных и дорожных машин", Строительные и дорожные машины, Издательство, Машиностроение, № 3, Москва 1990 г.
- [3] Андриенко Н.Н., Хасилев В.Л.: "Повышение несущей способности стреловых самоходных кранов за счет уменьшения массы стрелы", Издательство, Машиностроение, № 5, Москва 1987 г.
- [4] Шелмич Р., Мияилович Р.: "К определению оптимальных размеров трапецидального поперечного сечения конструкции", Интерстоймех 98, Воронеж 1998.
- [5] Savković M.: "Uticajni parametri na čvrstoću i stabilnost višesegmentnih strela dizalica", Doktorska disertacija, Mašinski fakultet Kraljevo 2001.
- [6] Gašić M., Rajović M., Savković M.: "Contribution to the optimization of the box cross sections of the boom of the mobile hydraulic crane", The Fourth International Conference, НМ-99, Kraljevo, 2002.
- [7] Ряхин В.А, Гривезирский Ю.В., Зайцев Л.В., Мошкарев Г.Н.: "Нагруженность крановых телескопических стрел", Издательство, Машиностроение, № 6, Москва 1984 г.

**REZIME:** Oblici poprečnog preseka strele autodizalice predstavljaju složene kutijaste preseke. Za takve oblike otežano je analitičkim putem određivanje zavisnost geometrijskih parametara. U radu je prikazana metodologija za približno određivanje zavisnosti geometrijskih parametara u cilju iznalaženja optimalnog oblika preseka.

**KLJUČNE REČI:** hidraulička autodizalica, strela, kutijasti poprečni presek

#### CONTRIBUTION TO THE OPTIMIZATION OF THE BOX CROSS SECTIONS OF THE BOOM OF THE MOBILE HYDRAULIC CRANE

**SUMMARY :** The forms of the cross sections of the boom of the mobile hydraulic crane are complex box sections. For these forms it is difficult to determine the dependence of geometric parameters by analytic methods. In order to find optimal section shape this paper presents a methodology for approximate determination of dependence of geometric parameters.

**KEY WORDS:** mobile hydraulic crane, boom, box cross sections

#### ПРИЛОЖЕНИЕ РАЗВИТИЮ НОВИХ РЕШЕНИЯХ СВЯЗИ ОБОРОТНОГО И НЕОБОРОТНОГО УЗЛА СТРОИТЕЛЬНЫХ И ДОРОЖНЫХ МАШИН

##### РЕЗЮМЕ

Формы поперечного сечения стрелки автокрана представляют сложенные коробчатые сечения. Для таких форм трудно определить аналитическим образом зависимость геометрических параметров. В докладе показана методология для приблизительное определены зависимости геометрических параметров в целю исследования оптимальной форме поперечного сечения.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** самоходные крани, стрелка, размеры поперечного сечения