30. JUBILARNO SAVETOVANJE PROIZVODNOG MAŠINSTVA SCG
sa međunarodnim učešćem
Vrnjačka Banja, 01-03. septembar 2005.

30. JUBILEE CONFERENCE ON PRODUCTION ENGINEERING OF SCG
with foreign participants
Vrnjačka Banja, 01-03. September 2005.

UTVRĐIVANJE ZAVISNOSTI IZMEĐU SREDNJE ARITMETIČKE I SREDNJE GEOMETRIJSKE HRAPAVOSTI

Prof. dr Ljubodrag Đorđević, dipl.maš.inž., dr Zoran Petrović, dipl.maš.inž., Branko Radičević,dipl.maš.inž.,
Mašinski fakultet Kraljevo

Rezime: *Zbog velikog broja uticajnih faktora teško je postaviti sigurnu korelacionu vezu između pojedinih metoda obrade i kvaliteta obrađenih površina.*
Korelacija između tačnosti obrade i metode obrade, predstavljaju samo opštu orijentaciju, dok stvarno ispunjenje zadatog kvaliteta zavisi, pre svega, od kvaliteta obradnih sistema, uključući i proizvodne radnike, kao i od opšteg tehnološkog nivoa odgovarajućeg tehničkog pogona.
Korelaciona zavisnost između srednje aritmetičke i srednje geometrijske hrapavosti, koja je data u ovom radu, odnosi se na merenja koja su izvršena u preduzeću "PPT" – Trstenik, Hidraulika a.d.. Merenja su vršena na radnim radnim komadima koji predstavljaju elemente hidrauličkih sistema.
Istraživanja pokazuju da između srednje aritmetičke (R_a) i srednje geometrijske hrapavosti (R_q) postoji jaka korelaciona veza.
Ključne reči: *Aritmetička hrapavost, geometrijska hrapavost, korelacija*

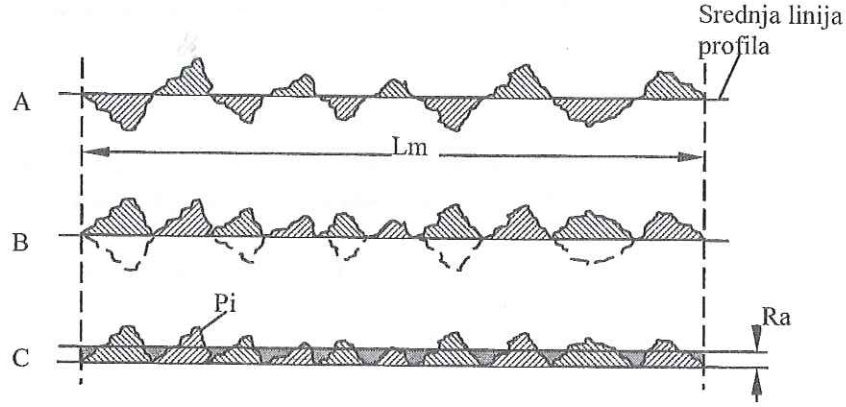
ESTABLISHING RELATION BETWEEN ARITHMETIC MEAN AND GEOMETRIC MEAN OF ROUGHNESS

1. UVOD

Zna se da je površina veoma složena i nije nađen nijedan parametar koji bi kvantifikovao sve njene karakteristike. Srećom, u najvećem broju primera samo nekoliko parametara od svih ima praktičan značaj ili se mogu pouzdano odnositi na performanse. Ukoliko ove karakteristike mogu biti kvantitativno određene, može se reći da je moguće izmeriti površinsku teksturu.
U ovom radu biće istraženo nekoliko osnovnih parametara kojima hrapavost može biti izražena brojčano. Neki od ovih parametara su u svakodnevnoj upotrebi, dok se drugi retko sreću u praksi, bilo zbog toga što još nisu naišli na opšte prihvatanje ili zato što se instrumenti koji ih mere ne koriste široko u industriji.
Parametri se dele u tri grupe u zavisnosti od karakteristika profila koje one kvanitativno određuju:
Parametri amplitude (vertikalni parametri) koji su određeni veličinom vrhova ili udolina, ili sa oba elementa, bez ozira na horizontalni ramak.
Parametri razmaka (horizontalni parametri) su definisani jedino rastojanjem nepravilnosti duž površine (npr. brojanjem vrhova).
Mešoviti parametri su određeni kombinacijom amplitude i razmaka (npr. prosečna talasna dužina)

2. PARAMETRI HRAPAVOSTI

2.1 Srednje aritmetičko odstupanje profila *(Ra)*



Slika 1: Grafički prikaz određivanja srednjeg aritmetičkog odstupanja

Srednje aritmetičko odstupanje profila (*Ra*) je srednja aritmetička apsolutna vrednost odstojanja svih tačaka efektivnog profila od srednje linije u granicama referentne dužine *Lm* odnosno, unutar ukupnog mernog sektora.

$$Ra=\frac{1}{Lm}\int_0^{Lm}\left|f(x)\right|dx \tag{2.1}$$

Fizičko značenje *Ra* je grafički prikazano na slici 1. Delovi profila ispod centralne linije unutar dužine pojedinačnog mernog sektora (ilustracija A) su okrenuti i smešteni iznad srednje linije profila (B). Srednja visina rezultujućeg profila (C) predstavlja *Ra,* pri čemu je $Lm \cdot Ra$ jednako ukupnoj površini svih ispupčenja tj.

$$Lm \cdot Ra = \sum_{i=1}^{n} P_i \tag{2.2}$$

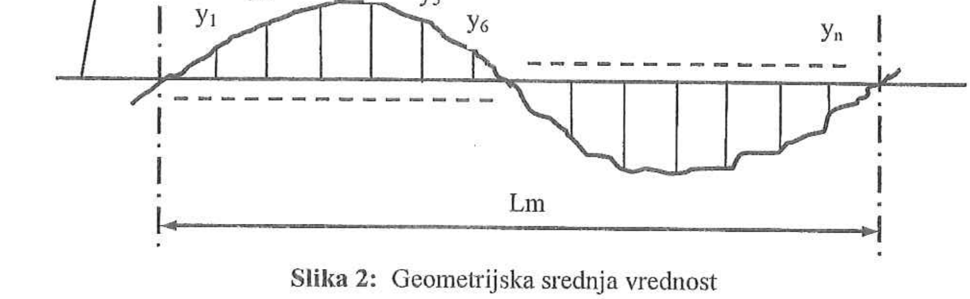
2.2 Srednje geometrijsko odstupanje profila (Rq)

Srednja geometrijska vrednost odstojanja svih tačaka efektivnog profila od srednje linije u granicama referentne dužine *Lm* (unutar ukupnog mernog sektora) predstavlja srednje geometrijsko odstupanje profila *Rq* i iznosi:

$$Rq=\sqrt{\frac{1}{Lm}\int_0^{Lm}\left[f(x)\right]^2 dx} \tag{2.3}$$

Ona se dobija kvadriranjem svake vrednosti, a zatim korenovanjem srednje vrednosti ovih kvadrata. Zbog toga se ona još naziva i koren srednjeg kvadrata (RMS – *root mean square*). Ona je pozicionirana tako da je suma $y_1^2+y_2^2+y_3^2+.....+y_n^2$ najmanja.

$$Rq=\sqrt{\frac{y_1^2+y_2^2+y_3^2+.....+y_n^2}{n}} \tag{2.4}$$



Slika 2: Geometrijska srednja vrednost

3. KORELACIJA I REGRESIJA

3.1 Osnovi teorije korelacije i regresije

Teorija korelacije je posebna grana matematičke analize, koja daje niz različitih postupaka koji omogućavaju iznalaženje veze između dveju ili više pojava ili događaja i ukazuju na čvrstinu i ocenu te veze. Mnoge pojave i događaji koji su bili još nerazjašnjeni i neispitani, objašnjeni su primenom korelacionih postupaka. Tako je teorija korelacije našla široke primene u svim teorijskim i prirodnim naukama.
Raspodele frekvencija i verovatnoće slučalnih veličina u dvodimenzionalnoj analizi obično su, kao što je poznato i iz jednodimenzionalne analize, više ili manje nepravilnog oblika i ova nepravilnost zadaje izvesne teškoće pri njihovom proučavanju.
Iz ovih razloga i da bi se problem proučavanja ovih raspodela uprostio, empirijske dvodimenzionalne raspodele zamenjuju se obično teorijskim dvodimenzionalnim raspodelama, koje ih najbolje aproksimiraju, i koje se zovu modeli dvodimenzionalne raspodele. Ovih modela dvodimenzionalnih raspodela ima više. Obično se koriste normalna dvodimenzionalna raspodela i χ^2 - dvodimenzionalna raspodela, ali se u primenama koriste i neke druge koje su od većeg ili manjeg značaja u primenama.
Tendencija promene skupa promenljivih veličina (X,Y) može se proučiti i grafički ako se vrednosti promenljivih X i Y prikažu u koordinatnom sistemu sa osama X i Y.
Ako se tačke skupa (X,Y) grupišu oko prave sa tendencijom porasta vrednosti Y, kada i vrednosti X rastu, radi se o linearnoj korelaciji skupa vrednosti (X,Y) sa progresivnom korelacionom pravom. Ako se tačke skupa (X,Y) grupišu oko prave sa tendencijom opadanja vrednosti Y, kada vrednosti X rastu, radi se o linearnoj korelaciji skupa vrednosti (X,Y) sa digresivnom korelacionom pravom. Ukoliko postoji rasutost skupa vrednosti (X,Y) u ravni XY , ovo ukazuje da u ovom slučaju ne postoji korelacija između skupa veličina (X,Y).
Koeficijent korelacije služi za ocenu korelacione veze. Ako je koeficijent korelacije $r = \pm 1$ sve tačke skupa (X,Y) vrednosti leže na jednoj pravoj. Obe regresine prave se tada poklapaju sa tom pravom i korelacija je savršena, pa između vrednostoi X i Y postoji funkcionalna zavisnost. Ako je koeficijent korelacije $r = 0$ velične X i Y su nezavisne i između njih ne postoji neka korelacija. Međutim, ako je koeficijent korelacije između vrednosti – 1 i 1 između veličine X i Y postoji neka verovatnoća o korelacionoj vezi.
Prema iskustvu smatra se da je korelaciona veza između dve promenljive veličine vrlo jaka ako je apsolutna vrednost koeficijenta korelacije $1 > |r| > 0.9$, jaka ako je $0.9 > |r| > 0.7$, slaba ako je $0.7 > |r| > 0.5$ i vrlo slaba slaba ako je $0.5 > |r| > 0$.
Procedura utvrđivanja korelacione i regresione zavisnosti data je u obliku algoritma, kroz sledeće osnovne korake: 1) Merenje karakteristika objekta i beleženje, 2) Konstrukcija dijagrama rasturanja 3) Formiranje korelacione tabele, 4) Izračunavanje statističkih parametara uzorka, 5) Određivanje koeficijenata korelacije, 6) Testiranje signifikantnosti za koeficijent ρ (zavisi od koeficijenta korelacije r i broja uzoraka), 7) Statistička ocena ρ, 8) Određivanje krive regresije, 9) Provera adekvatnosti jednačine linearne regresije pomoću Fišerovog testa, 10) Određivanje intervala poverenja regresione linije.

3.2 Merenje karakteristika objekta i beleženje

U cilju utvrđivanja zavisnosti između srednje aritmetičke i sreednje geometrijske vrednosti hrapavosti, izvršeno je merenje ovih parametara na radnim komadima koji su obrađeni različitim postupcima mašinske obrade. U tabeli 1. su dati rezultati merenja za operacije lepovanja i čeonog glodanja. Na isti način su izvršena merenja za operacije struganja, brušenja i obimnog gloganja. Zbirni rezultati merenja za svih pet postupaka obrade su prikazani u korelacionoj tabeli 2. Ukupan broj merenja je iznosio 29.

Tabela 1: Rezultati merenja

RAVNO LEPOVANJE					ČEONO GLODANJE				
Parametar			$R_a \cdot 10^{-6}$	$R_q \cdot 10^{-6}$	Parametar			$R_a \cdot 10^{-6}$	$R_q \cdot 10^{-6}$
Kvalitet obrade	1.6	N7	1.807	2.239	Kvalitet obrade	12.5	N10	10.84	12.27
	0.8	N6	0.924	1.195		6.3	N9	4.161	5.209
	0.4	N5	0.465	0.584		3.2	N8	2.458	3.193
	0.2	N4	0.207	0.264		1.6	N7	1.415	1.739
	0.1	N3	0.159	0.248		0.8	N6	0.651	0.857
	0.05	N2	0.066	0.096		0.4	N5	0.535	0.693

Tabela 2: Korelaciona tabela

i	$X_i = R_a$	$Y_i = R_q$	i	$X_i = R_a$	$Y_i = R_q$	i	$X_i = R_a$	$Y_i = R_q$
1.	0.066	0.096	11.	0.535	0.693	21.	2.344	2.934
2.	0.078	0.111	12.	0.651	0.857	22.	2.458	3.193
3.	0.122	0.159	13.	0.727	0.901	23.	3.378	4.368
4.	0.159	0.248	14.	0.743	0.951	24.	4.161	5.209
5.	0.207	0.264	15.	0.877	1.099	25.	4.190	5.735
6.	0.235	0.299	16.	0.924	1.195	26.	5.609	6.271
7.	0.367	0.463	17.	1.415	1.739	27.	8.100	9.463
8.	0.465	0.584	18.	1.586	1.892	28.	8.512	10.210
9.	0.469	0.597	19.	1.586	1.816	29.	10.800	12.270
10.	0.497	0.701	20.	1.807	2.395	30.		

3.3 Izračunavanje statističkih parametara uzorka

a) aritmetičke sredine

$n = 29$ - ukupan broj elemenata

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = 2.17476 \tag{3.1}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 2.64528 \tag{3.2}$$

b) varijanse (disperzije)

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2\right) = 7.63802 \tag{3.3}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n \cdot \bar{y}^2\right) = 10.39744 \tag{3.4}$$

c) kovarijansa

$$C_{xy} = \frac{1}{n}\left(x_i - \bar{x}\right) \cdot \left(y_i - \bar{y}\right) = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}^2\right) = 8.89300 \tag{3.5}$$

3.4 Određivanje koeficijenta linearne korelacije

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = 0.99792 \tag{3.6}$$

Između srednje aritmetičke i srednje geometrijske hrapavosti postoji deterministička zavisnost.

3.5 Testiranje signifikantnosti koeficijenta korelacije

$n = 29$; $\alpha = 0.01$; $\nu = n - 2 = 27$

$t_\alpha = 2.771$ - tablična vrednost parametra t

$$t = \left|r_{xy}\right| \cdot \frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - r_{xy}}} = 80.43719 \text{ - računska vrednost parametra } t \tag{3.7}$$

Između R_a i R_q postoji jaka korelaciona veza.

3.6 Statistička ocena koeficijenta korelacije osnovnog skupa

$$\rho = r_{xy} - \frac{r_{xy}\left(1 - r_{xy}^{2}\right)}{2(n-1)} = 0.99785 \quad (3.8)$$

$$z_{\min} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r_{xy}}{1-r_{xy}} - \frac{t_{\alpha}}{\sqrt{n-3}} = 2.89031 \quad (3.9)$$

$tgh\ z_{min} = 0.99385$

$$z_{\max} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r_{xy}}{1-r_{xy}} + \frac{t_{\alpha}}{\sqrt{n-3}} = 3.97718 \quad (3.10)$$

$tgh\ z_{max} = 0.99933$

Interval poverenja u kome se nalazi stvarni koeficijent korelacije osnovnog skupa sa verovatnoćom

$1\text{-}\alpha = 2\phi(t) = 99$ [%]

$P(tghz_{min} < \rho < tdhz_{max}) = 2\phi(t)$; $P(0.99385 < 0.99785 < 0..99933) = 99$ [%]

3.7 Određivanje krive regresije

$$b = r_{xy}\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 1.16431 \quad (3.11)$$

$$a = \bar{y} - b\cdot\bar{x} = 0.11318 \quad (3.12)$$

$$\hat{y} = a + b\cdot x = 0.11318 + 1.16431\cdot x \quad (3.13)$$

3.8 Određivanje intervala poverenja

a) Interval poverenja u kojem se nalaze sve vrednosti analizirane karakteristike kvaliteta

$$S_y = \sigma_y\sqrt{1-r_{xy}^{2}} = 0.20787 \quad (3.14)$$

- standardna greška regresije

$$\Delta y = t_{\alpha}\left(1 + \frac{t_{\alpha}}{\sqrt{2\cdot n}}\right)\sqrt{\frac{n}{n-1}}S_y = 0.79949 \quad (3.15)$$

Tabela 3: Intervali poverenja

X_i	$\hat{y}$	$\Delta\hat{y}$	$GG_{\hat{y}}$	$DG_{\hat{y}}$
0.3	0.46247	0.13395	0.59642	0.32852
0.6	0.81177	0.12758	0.93935	0.68419
0.9	1.16106	0.12207	1.28313	1.03899
1.2	1.51035	0.11754	1.62789	1.39281
1.5	1.85964	0.01141	1.87105	1.84823
1.8	2.20894	0.11186	2.3208	2.09708
2.1	2.55823	0.11089	2.66912	2.44734
2.4	2.90752	0.11122	3.01874	2.7963
2.7	3.25682	0.11283	3.36965	3.14399
3	3.60611	0.11567	3.72178	3.49044
3.3	3.9554	0.11968	4.07508	3.83572
3.6	4.3047	0.12472	4.42942	4.17998
3.9	4.65399	0.13067	4.78466	4.52332
4.2	5.00328	0.13743	5.14071	4.86585
4.5	5.35237	0.14486	5.49723	5.20751
5	5.93473	0.15852	6.09325	5.77621
6	7.09904	0.18928	7.28832	6.90976
7	8.26335	0.22303	8.48638	8.04032
8	9.42766	0.25860	9.68626	9.16906
9	10.592	0.29534	10.8873	10.2966
10	11.7563	0.33286	12.0891	11.4234
11	12.9206	0.37092	13.2915	12.5497
12	14.0849	0.40937	14.4943	13.6755

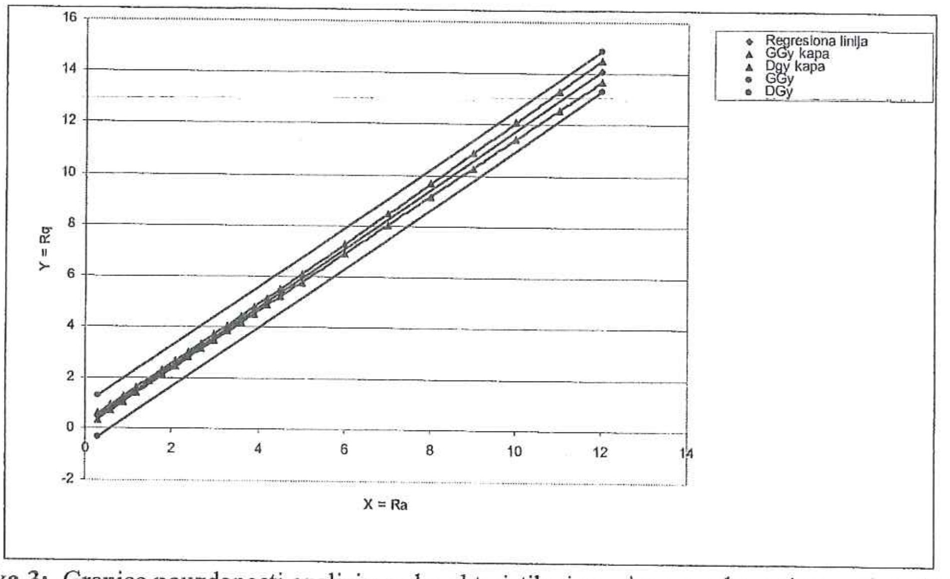
$$DG_y = \hat{y} - \Delta y = 0.11318 + 1.16431 \cdot x - 0.79949 = -0.68631 + 1.16431 \cdot x \quad (3.16)$$

$$GG_y = \hat{y} + \Delta y = 0.11318 + 1.16431 \cdot x + 0.79949 = 0.91267 + 1.16431 \cdot x \quad (3.17)$$

b) Interval poverenja regresione linije

$$GG_{\hat{y}} = \hat{y} + \Delta\hat{y} = \hat{y} + \frac{t_p . S_y}{\sqrt{n-2}} \sqrt{1 + \frac{n^2 (x - \bar{x})^2}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}} \quad (3.18)$$

$$DG_{\hat{y}} = \hat{y} + \Delta\hat{y} = \hat{y} - \frac{t_p . S_y}{\sqrt{n-2}} \sqrt{1 + \frac{n^2 (x - \bar{x})^2}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}} \quad (3.19)$$



Slika 3: Granice pouzdanosti analizirane karakteristike i granice pouzdanosti regresione linije

4. ZAKLJUČAK

Zbog velikog broja uticajnih faktora teško je postaviti sigurnu korelacionu vezu između pojedinih metoda obrade i kvaliteta obrađenih površina.

Korelacija između tačnosti obrade i metode obrade, predstavljaju samo opštu orijentaciju, dok stvarno ispunjenje zadatog kvaliteta zavisi, pre svega, od kvaliteta obradnih sistema, uključujući i proizvodne radnike, kao i od opšteg tehnološkog nivoa odgovarajućeg tehničkog pogona.

Korelacija između srednje aritmetičke i srednje geometrijske hrapavosti odnosi se na merenja koja su izvršena u preduzeću "PPT" – Trstenik, Hidraulika a.d.. Merenja su vršena na radnim radnim komadima koji predstavljaju elemente hidrauličkih sistema.

Zaključuje se da između srednje aritmetičke (R_a) i srednje geometrijske hrapavosti (R_q) za proizvodni program hidrauličkih komponenti postoji jaka korelaciona veza.

LITERATURA

[1] Nenadović M.: Matematička obrada podataka dobijenih merenjem, Srpska Akademija nauka i umetnosti, Beograd, 1988.

[2] Stanić J.: Teorija procesa obrade, Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1994.

[3] Dagnall H.: Exploring surface texture, Rank Taylor Hobson, England, 1980.

[4] Nikolić S.: Tehnička kontrola proizvoda, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1988.

[5] Kalajdžić M.: Tehnologija mašinogradnje 1, Mašinski fakultet Beograd, Beograd, 1986.