Recursive identification of the heat exchanger described by Hammerstein model

3 authors:

Vojislav Ž. Filipović
University of Kragujevac

Milan Matijević
University of Kragujevac

Vladimir Stojanovic
University of Kragujevac

Rekurzivna identifikacija razmenjivača toplote opisanog Hamerštajnovim modelom

Vojislav Filipović, Milan Matijević i Vladimir Stojanović, *Univerzitet u Kragujevcu*

Apstrakt— **Matematičko modeliranje razmenjivača toplote sa paralelnim protocima, korišćenjem zakona održanja energije, vodi do modela u formi dve parcijalne diferencijalne jednačine. Međutim, takav model je složen i nepogodan za projektovanje regulatora za razmenjivače toplote. Zato se parcijalne diferencijalne jednačine aproksimiraju nelinearnim diferencijalnim jednačinama. To, dalje, pruža mogućnost da se za modeliranje razmenjivača toplote primeni teorija identifikacije, na osnovu koje se razmenjivač toplote opisuje blok orjentisanim modelom. U ovom radu je taj model predstavljen u formi determinističkog Hamerštajnovog modela, čiji nelinearni deo je opisan polinomijalnom funkcijom ulaza, a linearni deo funkcijom prenosa u diskretnom domenu. Razmatra se opšti slučaj kada je u nelinearnom delu prisutna multiplikativnost ulaza što značajno otežava projektovanje regulatora. Za identifikaciju Hamerštajnovog modela koristi se rekurzivni metod najmanjih kvadrata.**

Ključne reči—**Razmenjivač toplote, Hamerštajnov model, rekurzivna identifikacija, multiplikativnost ulaza.**

I. Uvod

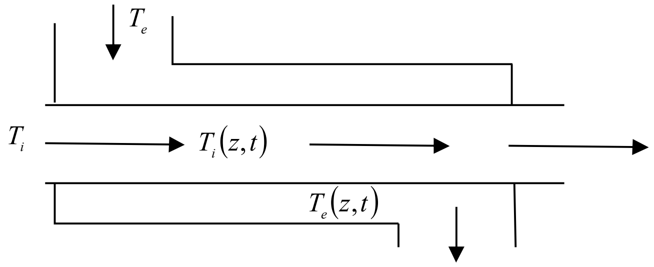
Razmenjivači toplote su standardne komponente u procesnoj industriji [1, 2]. Veoma je važan problem regulisanja razmenjivača zato što je dobro projektovan regulator uslov za postizanje visokih performansi regulisanja koje znače i uštede energije. Sinteza regulatora direktno zavisi od modela sistema. Modeli dobijeni na osnovu fundamentalnih principa su složeni i nedovoljno tačni. Matematički model razmenjivača toplote može se dobiti preko balansa energije u formi parcijalnih diferencijalnih jednačina. Projektovanje regulatora, zasnovano na ovakvim modelima, je krajnje delikatan zadatak [3]. Zato se navedeni model aproksimira nelinearnim modelom sa koncentrisanim parametrima. Takva aproksimacija omogućava primenu teorije identifikacije [4]. Pošto je model nelinearan primenjuju se blok-orjentisane metode identifikacije [5]. U ovom radu, razmenjivač toplote sa paralelnim protocima je opisan Hamerštajnovim modelom koji se sastoji u kaskadnoj vezi nelinearnog elementa i linearnog dela sistema. Pretpostavljeno je da je nelinearan deo opisan polinomijalnom funkcijom, a linearni deo diskretnom funkcijom prenosa. Stohastički opis razmenjivača toplote sa suprotnim protocima uz prisustvo negausovog šuma je predstavljen u [6].

U ovom radu se predpostavlja da nelinearni deo poseduje multiplikativnost ulaza. Ovaj fenomen značajno otežava projektovanje regulatora za razmenjivač [7]. Rezultati ovog rada predstavljaju prvi korak u rešavanju problema. U narednom koraku, primenom metode “divide and conquer” nelinearni model se dekomponuje u konačnu kolekciju linearnih modela [8]. U poslednjem koraku, primenom teorije hibridnih sistema [9], projektuje se hibridni regulator (PI(PID) + supervizor). Navedeni regulator predstavlja univerzalno rešenje za sisteme sa proizvoljnom statičkom nelinearnošću.

U radu su prikazane i simulacije vezane za rekurzivnu identifikaciju determinističkih Hamerštajnovih modela.

II. Model razmenjivača toplote

Cevni razmenjivač toplote sa paralelnim protocima je prikazan na sledećoj slici.



Sl. 1. Razmenjivač toplote.

Balans energije u razmenjivaču daje sledeće dve parcijalne diferencijalne jednačine [10]

$$\frac{\partial T_i(z,t)}{\partial t} = -v_i \frac{\partial T_i(z,t)}{\partial z} + h_i\left[T_e(z,t) - T_i(z,t)\right]. \tag{1}$$

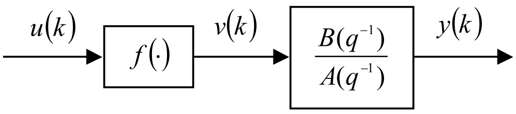
$$\frac{\partial T_e(z,t)}{\partial t} = -v_e \frac{\partial T_e(z,t)}{\partial z} + h_e\left[T_i(z,t) - T_e(z,t)\right]. \tag{2}$$

gde su T_i i T_e temperature internog i eksternog fluida, h_i i h_e koeficijenti prelaza toplote, i v_i i v_e brzine fluida. Kao što je rečeno u uvodu rada, parcijalne jednačine (1) i (2) mogu biti aproksimirane običnim nelinearnim jednačinama. To stvara preduslov da razmenjivač toplote može biti modelovan blok-orjentisanim modelima, odnosno, Hamerštajnovim modelom, kao na slici 2.

Vojislav Filipović – Fakultet za mašinstvo i građevinarstvo u Kraljevu Univerziteta u Kragujevcu, Dositejeva 19, 36000 Kraljevo, Srbija (e-mail: v.filipovic@open.telekom.rs).

Milan Matijević – Fakultet inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu, Sestre Janjić 6, 34000 Kragujevac, Srbija (e-mail: matijevic@kg.ac.rs).

Vladimir Stojanović – Fakultet za mašinstvo i građevinarstvo u Kraljevu Univerziteta u Kragujevcu, Dositejeva 19, 36000 Kraljevo, Srbija (e-mail: vlado_s@ptt.rs).



Sl. 2. Hamerštajnov model razmenjivača toplote

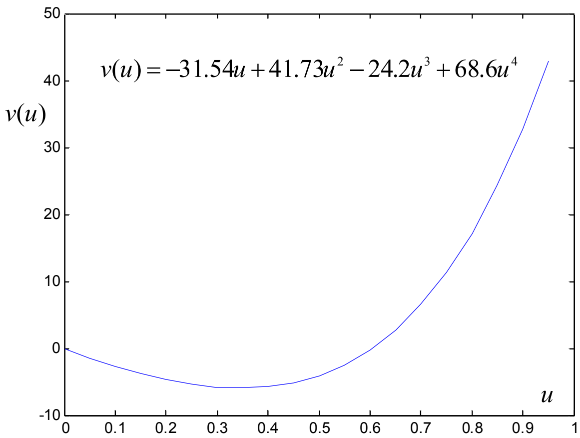
Matematički opis modela sa slike 2 je definisan relacijama

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \ldots + a_n q^{-n}. \tag{3}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \ldots + b_n q^{-n}. \tag{4}$$

$$v(k) = f(u(k)) = d_1\kappa_1(u(k)) + d_2\kappa_2(u(k)) + \ldots + d_s\kappa_s(u(k)). \tag{5}$$

pri čemu je $q^{-1}y(k) = y(k-1)$, a $\kappa_1(\cdot),\ldots,\kappa_s(\cdot)$ su poznate bazisne funkcije. U radu se razmatra slučaj kada $f(\cdot)$ ima multiplikativnost ulaza kao na sledećoj slici



Sl. 3. Statička nelinearnost razmenjivača toplote

III. Rekurzivno ocenjivanje parametara modela

Model sa slike 2 ćemo predstaviti u vektorskoj formi. Na osnovu relacija (3)-(5) dobija se model

$$\begin{aligned} y(k) &= -\sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{m} b_i v(k-i) = \\ &= -\sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{m} b_i \sum_{j=1}^{s} d_j \kappa_j(u(k-j)). \end{aligned} \tag{6}$$

koji se može prebaciti u vektorsku formu

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta. \tag{7}$$

gde je vektor parametara θ

$$\theta = \begin{bmatrix} a \\ d_1 b \\ \vdots \\ d_s b \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}. \tag{8}$$

a vektor merenja definisan relacijama

$$h_0(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ -y(k-2) \\ \vdots \\ -y(k-n) \end{bmatrix}, \; h_j(k) = \begin{bmatrix} \kappa_j(u(k-1)) \\ \vdots \\ \kappa_j(u(k-m)) \end{bmatrix}, j = 1,..,s. \; \varphi(k) = \begin{bmatrix} h_0(k) \\ \vdots \\ h_s(k) \end{bmatrix}.$$

Uzimajući u obzir da je kriterijum identifikacije vektora parametara minimizacija indeksa performanse

$$J_N(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(y(k) - \theta^T\varphi(k))^2. \tag{9}$$

rekurzivni algoritam procene parametara Hamerštajnovog modela razmenjivača toplote (7) je dat sledećim relacijama

$$\begin{aligned} &\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + P(k)\varphi(k)\varepsilon(k) \\ &P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P(k-1)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \\ &\varepsilon(k) = y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1) \\ &\hat{\theta}(0) = 0, \; P(0) = 10^4 I. \end{aligned} \tag{10}$$

gde je I jedinična matrica, a $\hat{\theta}(k)$ ocena vektora $\hat{\theta}$.

U postupku primene rekurzivnog algoritma (10) potrebno je usvojiti i sledeće dve pretpostavke

$$\hat{d}_1 = 1. \tag{10.1}$$

dok se ostali parametri $\hat{d}_j$ računaju kao

$$\hat{d}_j = \frac{\hat{\theta}_{jm+i}}{\hat{b}_i}, \quad j = 2,3,\ldots,s; \; i = 1,2,\ldots,m. \tag{10.2}$$

ali, da bi se izbegla redudantnost ocene, parametri $\hat{d}_j$ se računaju kao

$$\hat{d}_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{\hat{\theta}_{jm+i}}{\hat{b}_i}, \quad j = 2,3,\ldots,s. \tag{10.3}$$

IV. Ilustrativni primer i rezultati simulacije

Efikasnost rekruzivnog postupka ocene parametara (10) ilustrovaćemo na primeru sledećeg Hamerštajnovog modela (slika 2):

$$v(k) = f(u(k)) = -31.5u(k) + 41.7u^2(k) - 24.2u^3(k) + 68.6u^4(k).$$

$$G(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{0.2z^{-1} - 0.18z^{-2}}{1 - 1.6z^{-1} + 0.64z^{-2}}. \tag{11}$$

odakle, vektori parametara modela su

$$\theta = \begin{bmatrix} a \\ d_1 b \\ \vdots \\ d_4 b \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.6 \\ 0.64 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.18 \end{bmatrix}.$$

$$d^T = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -31.5 & 41.7 & -24.2 & 68.6 \end{bmatrix}$$

a vektor merenja je dat relacijama

$$h_0(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ -y(k-2) \end{bmatrix}, \; h_j(k) = \begin{bmatrix} u^j(k-1) \\ \vdots \\ u^j(k-m) \end{bmatrix}, j = 1,2,3,4. \; \varphi(k) = \begin{bmatrix} h_0(k) \\ \vdots \\ h_4(k) \end{bmatrix}.$$

pri čemu je $\kappa_j(u(k)) = u^j(k)$.

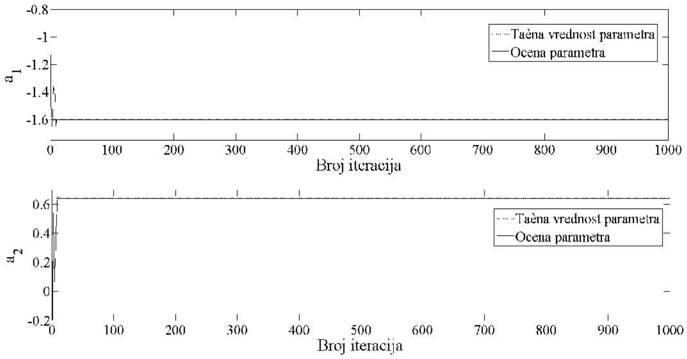
Dakle, model procesa je

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta.$$

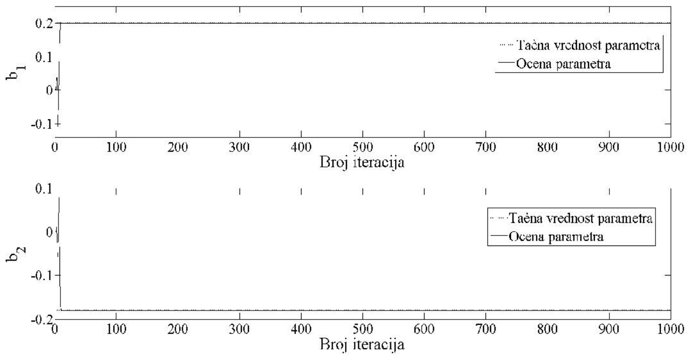
a uzimajući u obzir redudantnost procedure, procenjuju se vrednosti sledećeg vektora parametara

$$\theta_s^T = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & b_1 & b_2 & 1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{bmatrix} \tag{12}$$

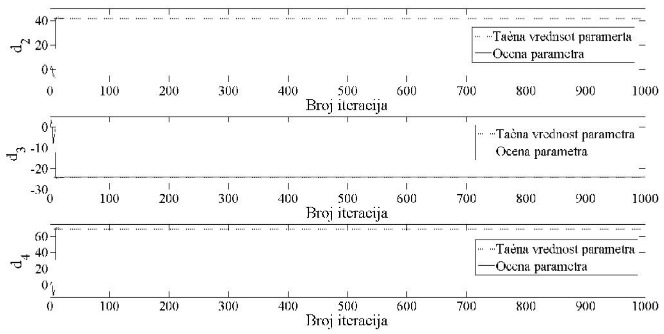
Pretpostavljajući nepoznate parametre modela (11), simulacioni rezultati primene algoritma (10) su prikazani na slikama 4, 5 i 6.



Sl. 4. Rekruzivna estimacija parametara a_1 i a_2 vektora (12)

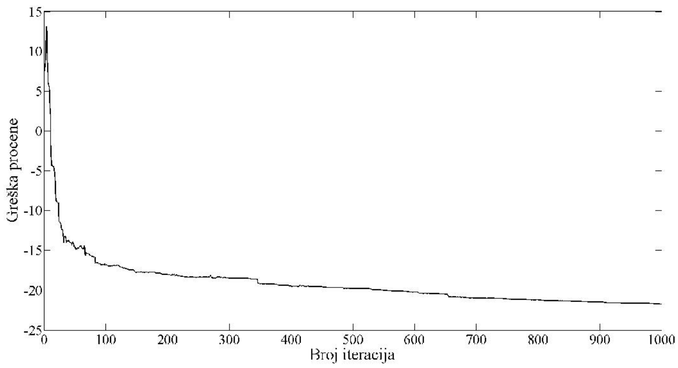


Sl. 5. Rekruzivna estimacija parametara b_1 i b_2 vektora (12)



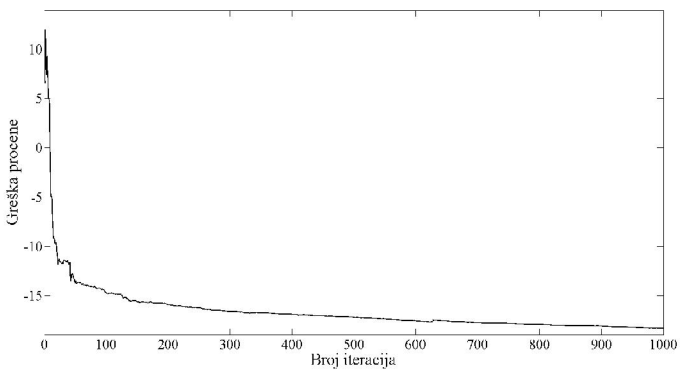
Sl. 6. Rekruzivna estimacija parametara d_2, d_3 i d_4 vektora (12)

Rezultati simulacije su dobijeni tako što je model (11) pobuđen Gausovim šumom (PRBS), i rezultat te pobude $u(k)$ je izlaz $y(k)$, pri čemu se na osnovu $u(k)$ i $y(k)$, računa vektor merenja $\varphi(k)$. Pre pokretanja algoritma (10), u 50 iteracija se mere signali $u(k)$ i $y(k)$ procesa (11) prikazanog na slici 2, i računa vektor merenja $\varphi(k)$. Koordinatni početak dijagrama 4, 5 i 6 je povezan sa pokretanjem algoritma (10), i prati se 1000 iteracija izvršenja rekruzivnog algoritma parametarske identifikacije Hamerštajnovog modela. Rezultati simulacije potvrđuju zadovoljavajuću tačnost i brzinu konvergencije algoritma (10). Efikasnost algoritma (10) može biti ilustrovana i kroz grešku procene parametara (12).



Sl. 7. Greška procene vektora parametara (12): $\ln\left\|\hat{\theta}_s(k)-\theta_s\right\|^2$,

u slučaju da je $\hat{d}_1$ =1



Sl. 8. Greška procene vektora parametara (12): $\ln\left\|\hat{\theta}_s^T(k)-\theta_s^T\right\|^2$,

u slučaju da je u (10.1) tačna vrednost parametra $\hat{d}_1=-31.5$

V. Zaključak

Hamerštajnov model je opšta metodologija za identifikaciju nelinearnih sistema. Na osnovu dosadašnjeg pregleda literature, identifikacija determinističkih Hamerštajnovih sistema nije rađena, već je veća pažnja posvećena identifikaciji stohastičkih Hamerštajnovih modela. U radu je predloženo modeliranje razmenjivača toplote sa paralelnim protocima determinističkim Hamerštajnovim modelom čiji nelinearni deo je opisan polinomijalnom funkcijom ulaza, a linearni deo funkcijom prenosa u diskretnom domenu. Ilustrovana je mogućnost parametarske identifikacije takvog modela rekurzivnom metodom najamnjih kvadrata. Dat je rekurzivni alogirtam identifikacije u svim aspektima njegove primene na determinističkom Hamerštajnovom modelu i njegova efikasnost je verifikovana rezultatima simulacije.

Zahvalnica

Autori rada žele da se zahvale na finansijskoj podršci Minstarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja RS, pruženoj kroz finansiranje projekata TR33026 i TR33047, tokom čije realizacije je i nastao ovaj rad.

LITERATURA

[1] W. H. Ray, *Advanced Process Control,* Boston, USA, Butterworth, 1989.

[2] B. A. Ogunnaike, W. H. Ray, *Process Dynamics, Modeling and Control,* Oxford, UK, Oxford University Press, 1994.

[3] X. Li, J. Yong, *Optimal Control Theory for Infinite Dimensional Systems*, Basel, Switzerland, Birkhauser, 1995.

[4] R. Isermann, M. Münchhof, *Identification of Dynamic Systems*, Berlin, Germany, Springer, 2011.

[5] F. Giri, E.-W. Bai, *Block-oriented Nonlinear System Identification*, Berlin, Germany, Springer, 2010.

[6] V. Filipović, "Robust nonlinear identification of a heat exchanger" submitted paper, 2014.

[7] J. Du, X. Zhang, C. Song, "Multi-PID control of Hammerstein systems with input multiplicity," Proc. of the 30th Chinese Control Conference, Yantai, China, pp. 303-306, 2011.

[8] J. Du, C. Song, P. Li, "Multilinear model control of Hammerstein-like systems based on included angle dividing method and the MLD-MPC strategy," *Ind. Eng. Chem. Res.* 48: pp. *3934-3943,* 2009.

[9] D. Liberzon, *Switching in Systems and Control*, Boston, USA, Birkhauser, 2003.

[10] A. Maidi, M. Diaf, J. P. Corriou, "Boundary control of parallel-flow heat exchanger by input-output linearization", *Journal of Process Control*, 20, pp. 1161-1174, 2010.

ABSTRACT

Mathematical modeling of the heat exchanger with parallel flow gives the model in the form of two partial differential equations. However, such a model is complex and not suitable for the controller design. The partial differential equations can be approximated by nonlinear differential equations. It further provides the ability of the use of the theory of identification, and the heat exchanger can be described by block-oriented models. In this paper, the model is presented in the form of deterministic Hammerstein model whose nonlinear part is described by a polynomial function of the input and the linear part of the transfer function is in the discrete domain. It is considered the general case when the nonlinear part of the present multiplicity of inputs which significantly complicates the design of the controller. For identification, Hammerstein model uses the recursive least squares method.

Recursive Identification of the Heat Exchanger Described by Hammerstein Model

Vojislav Filipović, Milan Matijević, Vladimir Stojanović