

GENERISANJE ULAZNIH SIGNALA ZA IDENTIFIKACIJU DINAMIČKIH SISTEMA ZASNOVANU NA GREŠCI IZLAZA

V. Stojanović¹, V. Filipović², N. Nedić³

Rezime: Optimalni ulazni signali su često određeni u zavisnosti od svojih karakteristika drugog reda: autokovarijanse ili spektra. U ovom radu će se koristiti princip pomičnog horizonta kako bi generisali binarni signal čija autokovarijansa je što je moguće bliža nekoj propisanoj autokovarijansi. Algoritmi estimacije formirani za model Gausovih slučajnih poremećaja naročito su neefikasni kada realna raspodela poremećaja sadrži neočekivano velike vrednosti koje zovemo nekonzistentne opservacije (outliers). Stoga će takođe biti razmatrati robusni algoritmi estimacije koji procesuiraju nisku osetljivost na promene raspodele poremećaja. Na kraju, na jednom konkretnom ARMAX modelu je prezentovana superiornost robusnog algoritma nad linearnim tipom algoritmima zasnovanog na grešci izlaza. Pri tome za ulazni test signal je korišćen generisani šum "1/f" ograničenog opsega.

Ključne reči: generisanje ulaznih signala, algoritmi zasnovani na grešci izlaza, robusnost

1. POSTAVKA PROBLEMA

Adaptivnu upravljačku šemu sa referentnim modelom prvobitno su predložili Whitaker, Yamron & Kezer (1958) na kojoj se zasniva jedan važan adaptivni kontroler, videti [1]. Može se smatrati kao adaptivni servo sistem u kom su željene performanse izražene preko referentnog modela, koji daje željeni odziv na ulazni signal. Ovaj sistem poseduje uobičajenu povratnu petlju sačinjenu od procesa i kontrolera kao i drugu povratnu petlju koja podešava parametre kontrolera. U adaptivnim sistemima sa referentnim modelom, željeno ponašanje sistema je određeno modelom, a podešavanje parametara kontrolera se bazira na grešci, koja označava razliku izlaza zatvorenog sistema i modela. Uobičajena povratna petlja se još naziva unutrašnja petlja, dok se petlja za podešavanje parametara naziva spoljašnja petlja.

Može se videti da za strukturu modela zasnovanog na grešci izlaza, videti [2] i [5], predikcija izlaza modela zavisi od ulaza i prethodnih predikcija izlaza. Činjenica da su u algoritmu identifikacije zasnovanom na grešci izlaza, korišćeni samo ulazi i prethodni izlazi prediktora, motiviše na termin paralelni MRAS (parallel model reference adaptive system).

Još 1976. god. Landau je uveo algoritme identifikacije zasnovane na grešci izlaza, koji potiču iz adaptivnih sistema sa referentnim modelom (MRAS-model reference adaptive system). U odnosu na algoritme zasnovane na grešci predikcije, ovi algoritmi identifikacije svakako bolje odbacuju uticaj poremećaja pošto predikcija izlaza procenjenog modela zavisi od prethodnih izlaza procenjenog modela a ne od prethodno izmerenih izlaza procesa koji se identifikuje. Bolje performanse algoritma zasnovanog na grešci izlaza se mogu objasniti činjenicom da izlaz prediktora ne zavisi direktno od izmerenih promenljivih koji su poremećeni šumom, već indirektno od pomenutih merenja izlaza posredstvom algoritma ali ova zavisnost se smanjuje kako vreme odmiče usled opadajućeg adaptacionog pojačanja.

Međutim, prisustvo nemodelovanih stohastičkih poremećaja može smanjiti performanse optimalnih statističkih modela estimacije. Ovo potvrđuje mnogo podesnih primera u različitim oblastima. Algoritmi estimacije formirani za model Gausovih slučajnih

¹doktorant Vladimir Stojanović, Mašinski fakultet Kraljevo, 36000 Kraljevo, Dositejeva 19

²Prof. dr Vojislav Filipović, Mašinski fakultet Kraljevo, 36000 Kraljevo, Dositejeva 19

³Prof. dr Novak Nedić, Mašinski fakultet Kraljevo, 36000 Kraljevo, Dositejeva 19

poremećaja naročito su neefikasni kada realna raspodela poremećaja sadrži neočekivano velike vrednosti koje zovemo nekonzistentne opservacije (outliers). Stoga će ovde takođe biti razmatrati robusni algoritmi estimacije koji procesuiraju nisku osetljivost na promene raspodele poremećaja.

Kao što se može videti u raspravi o kriterijumu identifikacije (opisano u [3]), negausove raspodele poremećaja dovode do pojave nelinearne transformacije greške predikcije u rekurzivnom algoritmu. Takođe se modifikuje i matrica $P(k)$ i pretpostavlja se da se radi o približno normalnim raspodelama za koje je izvod funkcije gubitaka Huberova funkcija. Ovi se algoritmi nazivaju robusnim, videti [3]. Robusnost je stohastičkog karaktera i odnosi se na devijaciju usvojenih pretpostavki o stohastičkim karakteristikama poremećaja. Ovi algoritmi eliminišu uticaj retkih velikih realizacija merenja.

Pored toga, u mnogim oblastima nastaje problem generisanja ulaznog signala koji imaju specifične osobine drugog reda. Na primer, pri planiranju eksperimenta, tipično dobijen optimalni test signal određen je u zavisnosti od svojih spektralnih osobina. Ovo dovodi do problema ostvarivanja realnog signala sa određenim spektrom. Ovom prilikom je korišćen prost postupak za generisanje ulaznih signala, zasnovan na korišćenju koncepta pomičnog horizonta korišćenom u modelskom prediktivnom upravljanju, videti [4]. Heuristički govoreći, ideja je da se reši, za svaki vremenski trenutak, optimizacioni problem na konačnom horizontu u cilju nalaženja optimalne postave sledećih, recimo, T vrednosti niza da bi tako dobijeni probni autokovarijacioni niz bio blizak koliko je to moguće (u propisao smislu) željenoj autokovarijansi. Tada se jedino uzima prvi član ove optimalne postave za niz, ide se na sledeći korak i postupak se ponavlja.

Na kraju, superiornost robusnog algoritma nad odgovarajućim linearnim tipom algoritmima zasnovanog na grešci izlaza, pokazana je na konkretnom ARMAX modelu, pri čemu je korišćen generisani šum "1/F" ograničenog opsega kao ulazni test signal.

2. GENERISANJE ULAZNIH SIGNALA

U ovom odeljku predstavimo algoritam baziran na principu pomične sredine koji generiše binarni signal sa propisanom autokovarijansom, kao što se može videti u [4]. U tom cilju, a radi uprošćenog računanja, prvo se konvertuje dati problem u jedan ekvivalentan koji iznuđuje da generisani signal ima nultu sredinu. Na osnovu ekvivalentnog problema izvodi se algoritam.

Najpre se pretpostavlja da $\{r_k^d\}_{k=0}^{\infty}$ bude željeni niz autokovarijansi. Takođe, N predstavlja dužinu signala koji se generiše, n broj vremenskih razmaka u $\{r_k^d\}_{k=0}^{\infty}$ koji se porede sa odgovarajućim vremenskim razmacima odabranog autokovarijansnog niza generisanog signala, a m predstavlja dužinu pomičnog horizonta na kojem se primenjuje optimizacioni algoritam.

Radi jednostavnosti, generisaće se binarni signal koji ima nultu srednju vrednost i ograničene vrednosti na $y \in \{-1, 1\}$, što implicira da r_0^d mora biti jednaka 1.

Počecemo sa konvertovanjem željenog autokovarijacionog niza $\{r_k^d\}_{k=0}^\infty$ u necentralni niz autokovarijansi pri kome vrednosti signala $\tilde{y} \in \{0,1\}$. To se definiše relacijom (1):

$$\tilde{r}_k^d := \frac{1}{4}(r_k^d + 1), \quad k = 0, \dots, n \quad (1)$$

Ovde je ideja da algoritam generiše niz $\{\tilde{y}_i\}_{i=1}^N$ koji uzima samo vrednosti $\{0,1\}$, što se može videti u [4]. Takođe se može pokazati da $\{\tilde{y}_i\}_{i=1}^N$ ima odabranu srednju vrednost $1/2$, a ekvivalentno tome projektovani signal imaće nultu odabranu sredinu. Aproksimacioni kriterijum biće Euklidova norma, kako je pokazano u koraku 5 ispod.

Tok algoritma

Predstavićemo algoritam kroz niz koraka:

- 1) Postaviti $t = 1$.
- 2) Postaviti niz predikcija signala u pomičnom horizontu $(\hat{y}_t, \dots, \hat{y}_{t+m-1}) = O_{1,m}$, pri čemu $O_{1,m}$ označava nula matricu reda $1 \times m$.
- 3) Za prvih n vremenskih razmaka računa se odabrani niz necentralnih autokovarijansi od $(\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_{t-1}, \hat{y}_t, \hat{y}_{t+1}, \dots, \hat{y}_{t+m-1})$ ili od $(\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_m)$, ako je $t = 1$, pomoću relacije:

$$\hat{r}_k := \frac{1}{t+m-1} \sum_{i=k+1}^{t+m-1} \hat{y}_i \hat{y}_{i-k}, \quad k = 0, \dots, n \quad (2)$$

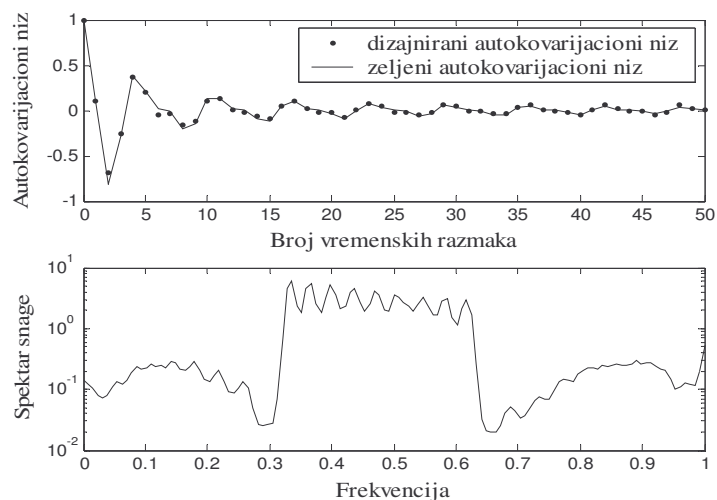
gde se smatra $\hat{y}_i = \tilde{y}_i$, za $i = 1, \dots, t-1$.

- 4) Generisanje novog m -tipla $(\hat{y}_t, \dots, \hat{y}_{t+m-1}) \in \{0,1\}^m$ i ponoviti korak 3 sve dok svi m -tiplovi ne budu testirani
- 5) Postaviti $\tilde{y}_t = \hat{y}_t$ za m -tipl $(\hat{y}_t, \dots, \hat{y}_{t+m-1}) \in \{0,1\}^m$ za koji je $\left\| \{\hat{r}_i\}_{i=0}^n - \{\tilde{r}_i^d\}_{i=0}^n \right\|_2$ minimalna. U slučaju da je ova norma jednaka za obe vrednosti \hat{y}_t (0 ili 1), uzima se $\tilde{y}_t = 0$.
- 6) Ako je $t < N$, postavimo $t = t + 1$ i vratiti se na korak 2.
- 7) Konvertovati $\{0,1\}$ N -tipl $(\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_N)$ na $\{-1,1\}$ N -tipl (y_1, y_2, \dots, y_N) uz pomoć relacije:

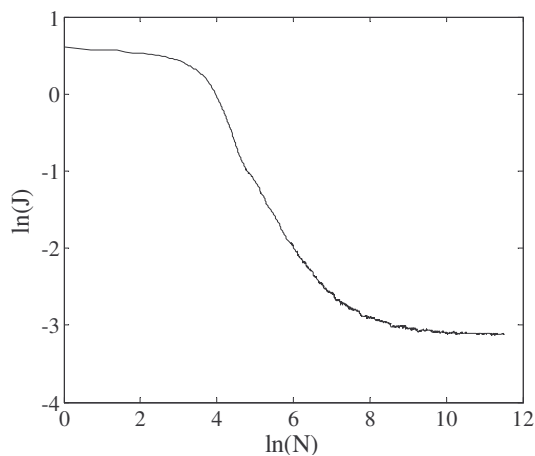
$$y_t := 2\tilde{y}_t - 1, \quad t = 1, \dots, N \quad (3)$$

U cilju boljeg uvida u izvršavanje ovog algoritma daje se sledeća komentar: Prvo, računanje probne autokovarijanse u koraku 3 može biti urađeno na rekurzivni način (u

odnosu na t), što smanjuje vreme izvršavanja. Odnosno, dati algoritam se može predstaviti kao linearni prekidački sistem. Drugo, vreme izvršavanja algoritma zavisi eksponencijalno od m . Međutim, može se empirijski verifikovati da $m = 1$ daje veoma dobre rezultate [4].



Slika 1: Karakteristike generisanog pseudo "1/f" šuma ograničenog opsega za slučaj $m = 1$, $N = 10^6$, $n = 50$, $\underline{\omega} = 0.3$, $\overline{\omega} = 0.65$

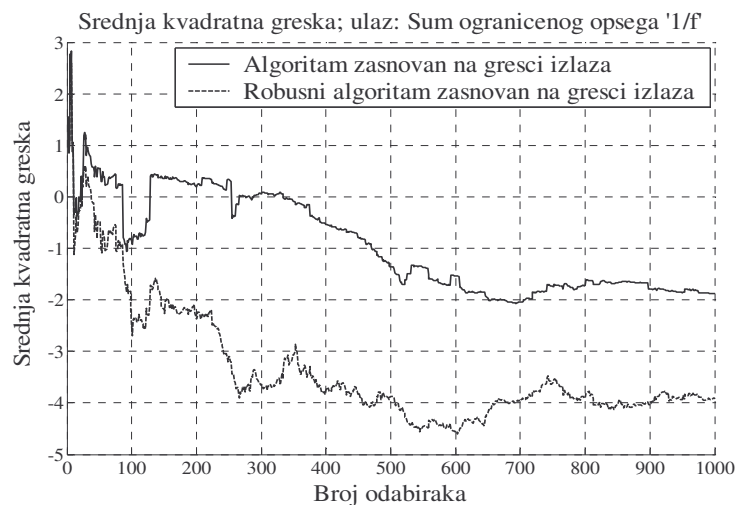


Prikaz zavisnosti kriterijumske funkcije od broja odabranih podataka, N , je dat na **Slici 2**. Usput, primetimo da zbog bolje preglednosti, odnosno većeg posmatranog opsega ovih veličina, prikazani su logaritmi datih veličina. Sa slike se može videti da je trend konvergencije algoritma ima približan izgled funkcije $O(1/N)$.

Slika 2: Zavisnost kriterijumske funkcije $J := \left\| \left\{ r_i \right\}_{i=0}^n - \left\{ \tilde{r}_i^d \right\}_{i=0}^n \right\|_2$ od N , pri generisanju pseudo šuma ograničenog opsega u slučaju kada je $m = 1$ i $n = 50$

3. SIMULACIJA

Na kraju ćemo na konkretnom ARMAX modelu prikazati ponašanje rekurzivnog algoritama identifikacije zasnovanog na grešci izlaza, u prisustvu negausovog šuma sa stepenom kontaminacije: 0.1 i varijansom 100. Kao ulazni test signal koristićemo generisani šum ograničenog opsega, videti *Sliku 1*. Dobijeni rezultat ćemo uporediti sa rezultatom dobijenim korišćenjem predloženog robusnog algoritma, kako bi se pokazala nadmoć robusnog algoritma u prisustvu negausovih šumova. Za crtanje grafika napisan je odgovarajući programski kod u Matlabu[®]. Srednja kvadratna greška za oba slučaja prikazana je na *Slici 3*.



Slika 3: Uporedni prikaz srednje kvadratnih grešaka

4. ZAKLJUČAK

Kao prvo, u ovom radu je predstavljen metod za generisanje binarnih signala sa propisanom auto kovarijansom. Algoritam je baziran na ideji modelskog prediktivnog upravljanja, dakle koristi se algoritam sa pomičnim horizontom. Algoritam je jednostavan za implementaciju i brzo konvergira kao što je potvrđeno kroz simulacije.

Takođe, u cilju pokazivanja superiornosti opisanog robusnog algoritma u odnosu na odgovarajući linearni algoritam zasnovan na grešci izlaza izvršene su simulacije na konkretnom ARMAX modelu, koristeći programski paket Matlab[®], u kojem su napisani odgovarajući programski kodovi za crtanje uporednih grafika. U tom cilju, isprobani su različiti tipovi negausovih šumova od kojih je ovom prilikom predstavljen jedan karakterističan slučaj. Iz izvršenih simulacija se jasno može videti da je opisani robusni algoritam superiorniji u odnosu na odgovarajući linearni algoritam zasnovan na grešci izlaza i to naročito sa povećanjem stepena kontaminiranosti Gausovog šuma, odnosno sa povećanjem učešća neočekivanih impulsnih šumova.

LITERATURA

- [1] ÄSTRÖM, K.J. and WITTENMARK, B. (1994): *Adaptive Control* (2nd ed.). New Jersey: Prentice Hall
- [2] LANDAU, I.D., LOZANO, R. and M'SAAD, M. (1998): *Adaptive Control*. Berlin: Springer-Verlag
- [3] FILIPOVIC, V., NEDIC, N. (2008): *PID regulatori*. Kraljevo: Mašinski fakultet Kraljevo
- [4] ROJAS, R., WELSH, J. and GOODWIN, G.: "A receding horizon algorithm to generate binary signals with a prescribed autocovariance", *American Control Conference 2007*, pp. 122-127, New York
- [5] DUGARD, L. and LANDAU, I.D. (1980): "Recursive output error identification algorithms: theory and estimation", *Automatica*, Vol.16, pp. 443-462, Great Britain

GENERATION INPUT SIGNALS FOR OUTPUT ERROR IDENTIFICATION OF DYNAMIC SYSTEMS

V. Stojanović¹, V. Filipović², N. Nedić³

Abstract: Optimal input signals are frequently specified in terms of their second order properties, e.g. autocovariance or spectrum. In this paper we utilize a receding horizon principle to generate a binary signals whose sampled autocovariance is as close as possible to some prescribed autocovariance. Estimation algorithms formed for model of Gaussian random disturbances are particularly ineffective when the real distribution of disturbances has an unexpectedly large value, which we call inconsistent observations (outliers). Therefore, it will also be considered robust estimation algorithms that process the low sensitivity to changes in the distribution of disturbances. Finally, it is presented superiority of the robust output error algorithm in relation to linear output error algorithm, in one particular ARMAX model. In addition, for input signal is used generated Bandlimited noise.

Keywords: generating input signals, output error algorithms, robustness