

Универзитет у Крагујевцу, Факултет инжењерских наука

E-mail: nenad.petrovic@uni.kg.ac.rs

Ненад Петровић

Датум: 24.04.2024. године

Поштовани,

На основу Вашег захтева број: 01-1/909-21 од 21.03.2024. године за потврду оцене техничког решења под називом **Уређај за одређивање кинематског коефицијента трења клизања и трења котрљања статички и динамички оптерећених контаката**, чији су аутори: др Владимир Кочовић, ван. проф. др Владимир П. Миловановић, ван. проф. др Драган Џунић, др Јасмина Миљојковић, др Љиљана Брзаковић, проф. др Слободан Митровић, проф. др Ђорђе Вукелић, проф. др Бранко Тадић. Реализовано 2020. Примењује се од 2020. Тражена категорија М82 – Ново техничко решење примењено на националном нивоу.

Обавештавам Вас следеће:

Након прибављених мишљења о наведеном техничком решењу чланови МНО за машинство и индустријски софтвер су их, на седници одржаној 24.04.2024. године, разматрали и сачинили предлог да техничко решење под називом **Уређај за одређивање кинематског коефицијента трења клизања и трења котрљања статички и динамички оптерећених контаката**, чији су аутори: др Владимир Кочовић, ван. проф. др Владимир П. Миловановић, ван. проф. др Драган Џунић, др Јасмина Миљојковић, др Љиљана Брзаковић, проф. др Слободан Митровић, проф. др Ђорђе Вукелић, проф. др Бранко Тадић **ИСПУЊАВА** све услове предвиђене Правилником о стишању истраживачких и научних звања („Службени гласник РС”, бр. 159/20 од 30. децембра 2020.) за доделу категорије М82 - Ново техничко решење примењено на националном нивоу.

Председник МНО

за машинство и индустријски софтвер


Проф. др Зоран Миљковић



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
Факултет инжењерских наука
Број: 01-1/909-21
21.03.2024. године
Крагујевац

На предлог др Владимира Кочовића (број 01-1/852 од 11.03.2024. године) а на основу чланова 1 и 3. став 5. Правилника о стицању истраживачких и научних звања (Сл. гл. РС бр. 159/2020 и 14/2023) и члана 173 Статута Факултета инжењерских наука у Крагујевцу (бр. 01-1/2700 од 17.08.2023. год. – пречишћен текст), Наставно-научно веће Факултета инжењерских наука у Крагујевцу, на седници одржаној 21.03.2024. године, донело је

О Д Л У К У

- I Усваја се пријава техничког решења под насловом: **„Уређај за одређивање кинематског коефицијента трења клизања и трења котрљања статички и динамички оптерећених контаката“** чију су аутори: доц. др Владимир Кочовић, проф. др Владимир П. Миловановић, проф. др Драган Џунић, др Јасмина Миљојковић, др Љиљана Брзаковић, предавач, проф. др Слободан Митровић, проф. др Ђорђе Вукелић и проф. др Бранко Тадић.
- II Техничко решење се упућује Матичном одбору за машинство и индустријски софтвер.

Одлуку доставити:

- Матичном одбору Министарства
- Ауторима
- Архиви

ДЕКАН ФАКУЛТЕТА ИНЖЕЊЕРСКИХ НАУКА



Republika Srbija -
Univerzitet u
Kragujevcu -
Fakultet
inženjerskih
nauka 200064465
2024.03.22
08:44:10 +01'00'



Slobodan Savić
200045797
2024.03.22
08:00:04
+01'00'

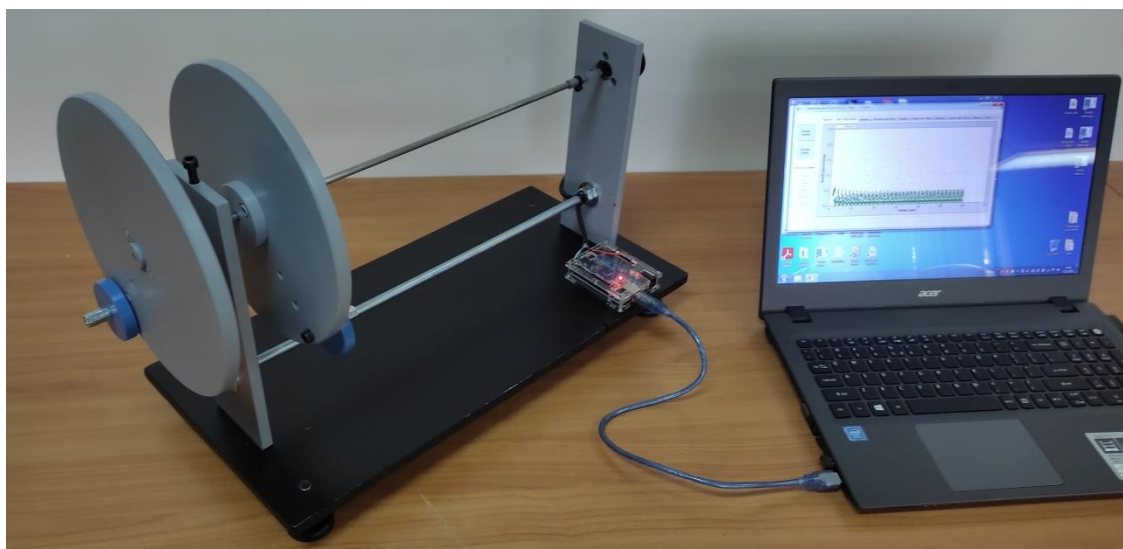
Др Слободан Савић, редовни професор

ФАКУЛТЕТ ИНЖЕЊЕРСКИХ НАУКА
УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ

ТЕХНИЧКО РЕШЕЊЕ

M82 Ново техничко решење примењено на националном нивоу

Уређај за одређивање кинематског коефицијента
трења клизања и трења котрљања статички и
динамички оптерећених контаката



АУТОРИ

др Владимир Кочовић, доцент
др Владимир П. Миловановић, ванредни професор
др Драган Џунић, ванредни професор
др Јасмина Миљојковић
др Љиљана Брзаковић, предавач
др Слободан Митровић, редовни професор
др Ђорђе Вукелић, редовни професор
др Бранко Тадић, редовни професор

Крагујевац, 2024.

Подаци о техничком решењу

Врста техничког решења	M82 – Ново техничко решење примењено на националном нивоу
Аутори техничког решења	др Владимир Кочовић, доцент ¹ др Владимир П. Миловановић, ванредни професор ¹ др Драган Џунић, ванредни професор ¹ др Јасмина Миљојковић ¹ др Љиљана Брзаковић, предавач ² др Слободан Митровић, редовни професор ¹ др Ђорђе Вукелић, редовни професор ³ др Бранко Тадић, редовни професор ¹ ¹ Факултет инжењерских наука Универзитета у Крагујевцу ² Академија струковних студија Шумадија, Одсек Трстеник ³ Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду
Назив техничког решења	Уређај за одређивање кинематског коефицијента трења клизања и трења котрљања статички и динамички оптерећених контаката
Кључне речи	Кинематски коефицијент трења, статичко оптерећење, динамичко оптерећење, лежај
Наручилац техничког решења	СЗР Машинг Драгослава Стефановића 34, Крагујевац
Корисник техничког решења	Висока техничка школа струковних студија у Новом Саду
Година израде техничког решења	2020.
Година када је почело да се примењује техничко решење	2020.
Верификација резултата	1. Brzakovic L., Kocovic V., Mitrovic S., Busarac N., Tadic B.: A Method for Determination of Kinetic Friction Coefficient Under Dynamic Loading Conditions, Romanian Journal of Physics, 2022, Vol. 67, No. 9-10, Article Number: 905, 1221-146X (Physics, Multidisciplinary; 59/85; IF 2022 = 1.5) 2. Brzakovic L., Milovanovic V., Kocovic V., Simunovic G., Vukelic D., Tadic B.: Relation between Kinetic Friction Coefficient and Angular Acceleration during Motion Initiated by Dynamic Impact Force, Tehnicki Vjesnik-Technical Gazette, 2022, Vol. 29, No. 5, pp. 1622-1628, DOI: 10.17559/TV-20220408155435, ISSN: 1330-3651 (Engineering, Multidisciplinary; 82/91; IF 2022 = 0.9)
Ко је прихватио техничко решење	Факултет инжењерских наука, Универзитет у Крагујевцу
Начин коришћења техничког решења	Уређај и развијена метода се примењују за експериментално одређивање кинематског коефицијента трења клизних и котрљајних лежајева у едукативне и истраживачке сврхе.
Област на коју се техничко решење односи	Трибологија

1. ОБЛАСТ НА КОЈУ СЕ ТЕХНИЧКО РЕШЕЊЕ ОДНОСИ

Техничко решење које се разматра припада трибологији као интердисциплинарној науци и технологији која се бави интеракцијом контактних површина при релативном кретању једног тела у односу на друго тело. Контактном оптерећење током испитивања може бити константно (статичко) или променљиво (динамичко), док се сам контакт може одвијати у различитим срединама (присуство мазива, повишена температура, агресивна средина, итд).

У инжењерској пракси коефицијент трења се често посматра као константна вредност, међутим ова тврдња се не може у потпуности применити, чак ни у случају када услови у којима систем ради нису променљиви у погледу кретања и оптерећења. Због сложености геометрије контактних површина, њихове промене током испитивања (експлоатације), присуства продуката хабања, промене температуре контакта, промене својстава мазива, утицаја из окружења и многих других утицајних величина, очекивано је велико расипање резултата измереног коефицијента трења. На основу овога се може закључити да се тачност и прецизност утврђивања вредности коефицијента трења за одређене експлоатационе услове може остварити само експерименталним путем, применом трибодиагностичке опреме која мери, приказује и бележи тренутне вредности коефицијента трења током испитивања.

Техничко решење се односи на развој нове методе за одређивање кинематског коефицијента трења, што подразумева развој теоријске базе методе, развој прототипа уређаја, развој пратећег софтвера и експерименталну верификацију мерног система. Добијени резултати треба да укажу на предности и области могуће примене предложене методе у односу на постојећа решења у свету, која се односе на методе одређивања кинематског коефицијента трења.

Представљена метода разматра контактни пар у условима динамичких оптерећења. Квантификовање параметара трења у условима изражених динамичких оптерећења спада у најкомплексније видове оптерећења. Ово се нарочито односи на праћење реалних вредности кинематског коефицијента трења, који узрокује термичка напрезања контактних пара као и промену топографије контактних површина и њихово хабање. Познавање фрикционих карактеристика елемената трибомеханичких система у току експлоатације је од виталног значаја за превенцију отказа, оптимизацију одржавања, бројне уштеде које се односе на прецизност извођења кретања и потрошњу енергије. Применом динамичких једначина кретања, на овим уређајима је могуће анализирати понашање елемената трибомеханичких система, пре свега клизних и котрљајних лежајева, у условима покретања и заустављања система, када је хабање њихових елемената највеће, услед немогућности остваривања хидродинамичког ефекта мазива. Такође, применом ексцентричних оптерећења могуће је симулирати покретање и заустављање система са неисправним покретним елементима, неуравнотежењима и другим неправилностима, које могу бити последица неправилне монтаже, неадекватног одржавања, избора уља или хабања елемената услед експлоатације. Перфорација на ротационим елементима (дискovima), као и примена екстерних погонских система, омогућава варијацију великог броја контактних услова, у погледу брзина клизања или

котрљања (у зависности од типа лежаја који се испитује) и оптерећења, што омогућава покривање широког спектра радних услова трибомеханичких система. Променљива сила трења јавља се услед вибрација система и може варирати у веома широком спектру амплитуда, при чему поједине могу ометати рад оператера у ергономском смислу, док веће могу довести до веома озбиљних оштећења. Познавање природе тих осцилација омогућава проналажење адекватног решења, што се у неким случајевима може односити на повећање крутости конструкције, променом контактних параметара и сл. Праћење оваквог понашања ротационих елемената реалних машина или уређаја је у неким случајевима немогуће због саме конструкције и позиције на којој се налазе одређени елементи или пак захтева примену веома скупе инструментације за праћење одговарајућих параметара. Применом развијеног уређаја могуће је симулирати различите експлоатационе услове управо тих елемената и упознати се са њиховим понашањем у стању које претходи отказу и на тај начин дефинисати план превентивног одржавања.

Једноставна геометрија уређаја омогућава испитивања са добијањем резултата у кратком временском року (неколико минута), која се могу односити на избор лежаја или врсте мазива. Са друге стране, уређај своју примену може наћи и у обуци запослених на радним машинама, у циљу раног идентификовања неправилности у раду ротационих елемената. Свакако, познавање рада исправног и неисправног система са ротационим елементима доприноси смањењу могућности отказа и застоја опреме, продужењу радног века, смањењу трошкова радне снаге и потрошње материјала и енергије. Избор адекватног мазива је комплексан проблем који се делимично може решити праћењем препорука произвођача мазива. Понуда комерцијалних мазива, у оквиру исте катагорије и намене, је веома велика. Дугорочно решење, једино се може добити експерименталним испитивањима на самој опреми, што је веома дуг и скуп процес, или применом једног оваквог уређаја, где је за веома кратко време могуће добити велики број резултата, уз варирање великог броја контактних параметара и средина у којима се контакт одвија. Једино познавањем понашања реалних контактних елемената у специфичним условима, која важе за конкретан случај, могуће је дефинисати поуздан и оптималан план одржавања. Развијени уређај, поред могућности варировања контактних параметара, омогућава, уз минималан напор, модификације и надградњу система, тако да он одговара потребним контактним параметрима.

Идеја предложене методе своди се на чињеницу да се познавањем (праћењем и мерењем) промене угла обртања у функцији времена, преко диференцијалне једначине кретања тела при обртању око сопствене осе, могу одредити тренутне вредности кинематског коефицијента трења у читавом спектру брзина обртања кроз које тело пролази од тренутка иницирања кретања до тренутка заустављања.

2. ПРОБЛЕМ КОЈИ СЕ ТЕХНИЧКИМ РЕШЕЊЕМ РЕШАВА

Због сложености процеса који се одвијају у зонама контаката, трибологија је најчешће заснована на експерименталним методама истраживања. За анализу и квантификовање сложених триболошких процеса неопходни су тачни и прецизни мерни уређаји, па је развој трибодијагностике последњих година веома интензиван. Савремене методе експерименталних истраживања захтевају испуњење и низа сложених захтева и ограничења (ограничења облика, димензија, услова испитивања итд). Све то намеће сталну потребу за развојем нових и усавршавање постојећих мерних уређаја који одговарају захтевима тржишта. Триболошка истраживања нису само потреба истраживачких институција, већ и великог броја производних предузећа, која теже усавршавању квалитета својих производа и самог производног процеса.

Мерење кинематског коефицијента трења има практичан значај код свих машинских склопова чији се елементи релативно крећу током своје експлоатације. Познавањем кинематског коефицијента трења могу се унапредити машински склопови у циљу смањења потрошње енергије током експлоатације, у циљу повећања времена експлоатације, у циљу повећања поузданости система итд. Унапређење машинског склопа у процесу развоја могуће је постићи: правилним одабиром материјала, правилним одабиром типа лежаја, оптимизацијом зазора између елемената конструкције, оптимизацијом квалитета обрађене површине, избором врсте мазива и начина подмазивања итд.

Ово техничко решење садржи приказ развијеног трибометра који свој рад базира на развијеној методи за испитивање кинематског коефицијента трења клизања и трења котрљања статички и динамички оптерећених контаката [32]. Развоју уређаја претходио је развој теоријског модела који дефинише поступак мерења кинематског коефицијента трења праћењем промене угаоног убрзања статички или динамички оптерећеног ротационог диска. Праћење и прорачун коефицијента трења, који се заснива на теоријском моделу, олакшано је специјално развијеним софтвером који након испитивања генерише детаљан извештај, за целокупан, претходно дефинисан, временски интервал остваривања контакта у датим условима. Добијени резултати ближе одређују области могуће примене предложене методе у односу на постојеће, у свету развијене, методе одређивања кинематског коефицијента трења. Метода је разматрана у условима динамичких оптерећења контакта, која спадају у најкомплексније видове оптерећења, са аспекта дијагностике реалних вредности трибометријских величина.

Метода се заснива на одређивању кинематског коефицијента трења преко динамичке једначине кретања при обртању, при чему активна сила на обртно тело делује само у тренутку иницирања кретања, док статичку и динамичку компоненту жељеног оптерећења контакта обезбеђују масе тела, концентрично и ексцентрично распоређене у односу на осу обртања. Када се експерименталним путем одреди зависност промене угла обртања тела у функцији времена, на основу динамичке једначине кретања могуће је одредити тренутне вредности коефицијента трења у читавом периоду од иницирања кретања до тренутка престанка обртања тела. Поред тога, овом методом је, на основу

експериментално одређене зависности угла обртања у функцији времена, могуће одредити и тренутне величине угаоних брзина и угаоних убрзања, тј. угаоних успорења, насталих као последица деловања отпорне силе трења. Такође, могуће је и успоставити зависности између кинематског коефицијента трења и брзина у зони самог контакта и пратити њихове промене, што омогућава знатно комплекснију анализу, а представља недостатак постојећих метода испитивања.

Трибодијагностика се често бави и анализом стања елемената склопа који омогућавају кретање извршних елемената система. Ротација покретних елемената у једној или више равни обезбеђује се најчешће радијалним или радијално аксијалним лежајевима, који се услед експлоатације хабају, а енергија потребна за експлоатацију склопа расте. Развијени уређај пружа могућност испитивања кинематског коефицијента трења лежаја пре уградње и након одређеног броја радних сати. Испитивање је могуће извести у реалним експлоатационим условима, задавањем реалних брзина, као и познатог статичког или динамичког напрезања, чију је амплитуду и период могуће остварити променом масе и ексцентрицитета. На овај начин могуће је вршити мониторинг система, који може помоћи у смањењу цене експлоатације и планирању ремонта машинског склопа.

Метода на којој се базира развијени уређај се може користити како за појединачно испитивање контактних парова машинског склопа, тако и за трибодијаностичку анализу стања целог машинског склопа. Ово умногоме може помоћи у дијагностиковању стања машинског склопа, као и у планирању ремонта без изненадних хаварија. Оваква испитивања су посебно важна у стратешким електроенергетским системима код којих мали падови коефицијената корисног дејства могу изазвати велике финансијске губитке (хидроелектране, термоелектране итд.).

3. СТАЊЕ РЕШЕНОСТИ ПРОБЛЕМА У СВЕТУ

Поређењем различитих модела који се баве феноменом трења у контексту динамике система више тела долази се до закључка да модели статичког трења у већини случајева не могу у потпуности објаснити ефекте трења. За једноставан систем са радијалним лежајем, статички модел, који не обухвата велики број параметара нити захтевне прорачуне, сматра се задовољавајућим, јер у довољној мери објашњава најважније карактеристике трења [1]. Динамички модели, с друге стране, користе већи број варијабли, али самим тим узимају у обзир додатне физичке појаве повезане са феноменом трења. Динамички модели су сложенији и захтевају узимање у обзир већег броја параметара, који се у већини случајева морају одредити експерименталним путем. Једна од експерименталних поставки за испитивање динамичког понашања трења између два материјала у зависности од брзине клизања заснива се на „*pin-on-disk*“ систему (слика 1), односно трењу између стационарног пина и ротирајућег диска [2].



Слика 1. „*Pin-on-disk*“ уређај за испитивање кинематског трења [2]

Прва теоријска истраживање везана за одређивање кинематског коефицијента трења применом динамичких једначина кретања објавио је Леонард Ојлер, средином 18. века. Ојлеров метод омогућава одређивање кинематског коефицијента трења експерименталним путем, у функцији времена. Радови који су засновани на Ојлеровим истраживањима, или су повезани са њима, релативно често су заступљени у часописима који се баве едукацијом у области физике [3-5]. У такве примере спада и проучавање динамике ротационог кретања, где се, на основу релација између транслаторног и ротационог кретања, добија зависност „губитака“ енергије услед трења од угаоног убрзања [6]. Коришћењем једноставне лабораторијске поставке, засноване на два диска у контакту, од којих је само један у покрету, Дрозд и Минкин [7] су анализирали зависност кинематског коефицијента трења од радијуса стационарног диска, гравитационог убрзања и угаоног убрзања ротирајућег диска.

Проучавање коефицијента трења котрљања може бити засновано на анализи трења између објекта сферног облика и унутрашње површине тела у облику прстена, које ротира око хоризонтане осе [8]. Узимајући у обзир осцилаторно кретање лопте, за дати динамички модел примењена је одговарајућа диференцијална једначина кретања, на

основу чега је утврђен облик зависности услова равнотеже наведеног система од коефицијента трења котрљања.

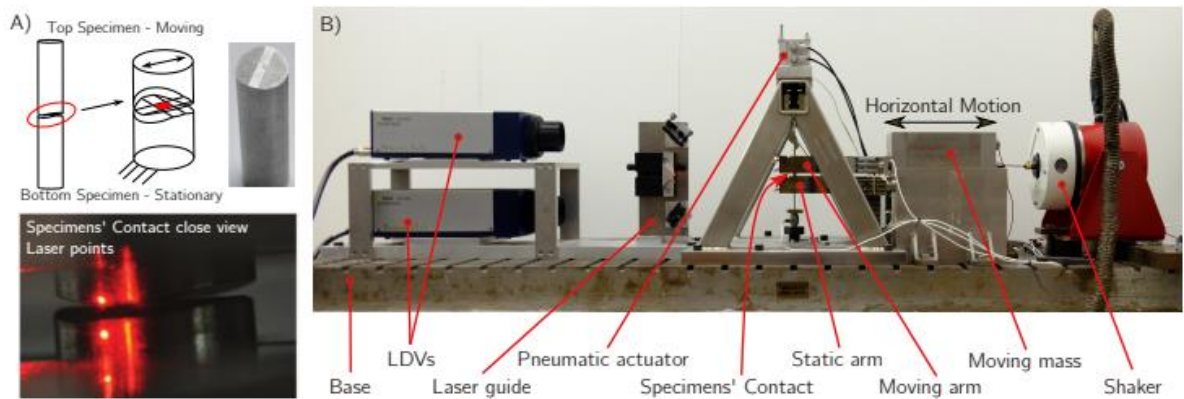
У условима еластохидродинамичког подмазивања, Харис [9] је развио метод предвиђања утицаја оптерећења лежаја, брзине унутрашњег прстена и броја котрљајних елемената на приклизивање лежаја, којим се баве и други аутори [10]. Џонс [11] предлаже математички модел погодан за дефинисање кретања лежаја при великом броју обртаја, односно при великим брзинама. Динамички модели су развијани и за потребе анализе последица дефеката на хабање кугличног лежаја са дубоким жљебом [12, 13] или анализе динамичког одговора исправног и дефектног лежаја [14], као и у оквиру развоја модела заснованог на методи коначних елемената, који узима у обзир мале дефекте на стазама котрљања на унутрашњем и спољашњем прстену лежаја, као и на самим котрљајним телима [15]. Фуци и др. [16] су предложили метод за одређивање динамичког коефицијента трења у линеарном лежају који се заснива на модификацији *Levitation Mass Method (LMM)* и примени ласерског интерферометра. За разлику од конвенционалних метода одређивања трења у лежају у којима се користе претварачи силе или тестова који се базирају на стрмој равни, Фуци и др. и др. [16] директно мере силу која делује на покретни део лежаја, изражавајући је као производ масе и убрзања центра масе.

У раду који се бави испитивањем микротврдоће [17], промене коефицијента трења су приказане као функција нормалног оптерећења и времена клизања. Резултати овог истраживања указују на то да се коефицијент трења, у различитим условима контакта, повећава при смањењу нормалног оптерећења и повећању броја циклуса промене оптерећења. Када је у питању утицај проклизавања на хабање при трењу котрљања [18], истраживања су показала да у варијацијама коефицијента трења постоје одређене правилности. При проклизавању од 0,17 %, коефицијент трења је низак и стабилан. Са већим приклизивањем, коефицијент трења постепено расте до највише вредности, али показује извесну флукуацију.

У раду [19] је предложена високофреквентна вибрација да би се ублажили ефекти трења у фази пре котрљања или клизања на време трајања нано-позиционирања котрљајућих лежајева. Предложени метод је резултирао смањењем средњег времена потребног за достизање циљних позиција за 52%, које би иначе било значајно продужено због трења пре котрљања/клизања. Наведено истраживање указује на сложеност феномена трења и потребу за управљањем трењем у индустријском окружењу.

Динамичке симулације подржане експерименталним доказима примењују се при анализи вибрационог хабања фрикционих парова, нарочито у гасним турбинама, у којима системи пригушења, засновани на дисипацији енергије трења, имају позитиван утицај на смањење резонантних напона, доносно амплитуде вибрација. Истовремено, трење у зони контакта доводи до хабања и трошења материјала, што узрокује нелинеарност и несигурност у предвиђању динамичког понашања система. Квази-статички проблеми су често анализирани у литератури, док се мањи број извора бави анализом утицаја вибрационог хабања на динамику фрикционих система [20–22]. Један

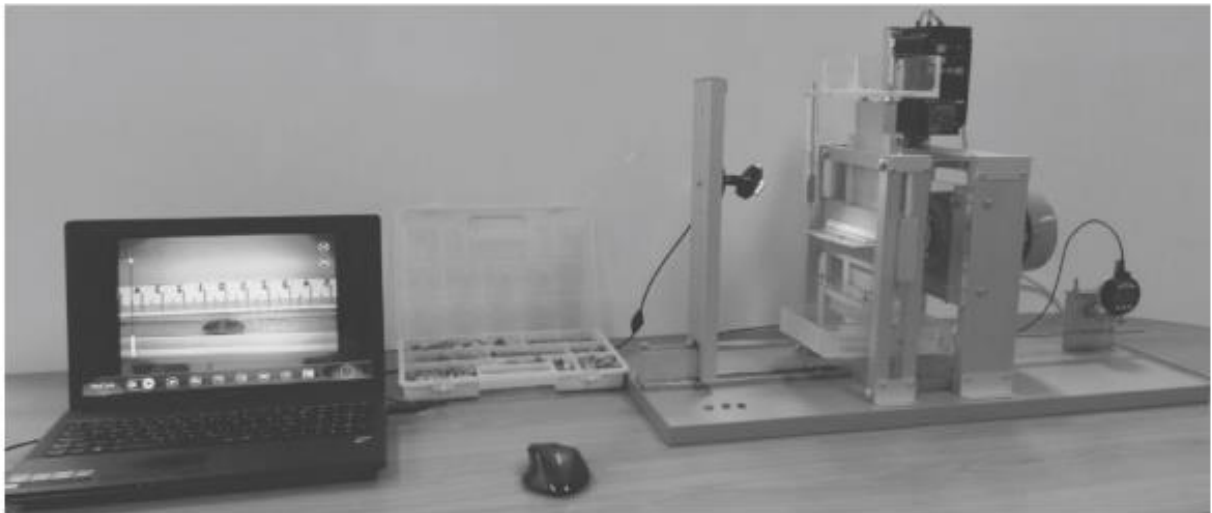
од примера заснива се на експерименталним испитивањима изведеним на вибрационом фриксионом уређају развијеном на Империјалном колеџу у Лондону [23], приказаном на слици 2. Циљ развоја модела за динамичке симулације [24] је био да се на основу диференцијалних једначина кретања изврши нумеричка анализа хабања услед дуготрајног трења под динамичким оптерећењем, са фокусом на мерењу ефеката хистерезиса, и да се резултати упореде са експериментално добијеним подацима. Опрема на којој су извршена испитивања се састоји од покретног блока и статичког блока. Испитивања трења између два цилиндрична узорка под нормалним оптерећењем су заснована на осцилаторном кретању једног узорка, док је други узорак стационаран.



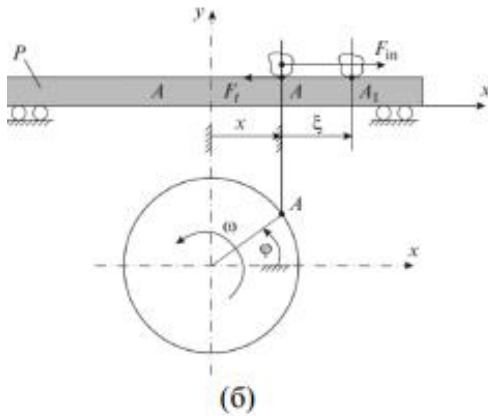
Слика 2. А) Покретни (горњи) узорак и стационарни (доњи) узорак за испитивање
 В) Уређај за триболошка испитивања високе фреквенције [23]

Једно од истраживања у којима је модел заснован на идеји да се преко диференцијалне једначине кретања одреди кинематски коефицијент трења [25] реализовано је на уређају широког спектра могућности, који симулира рад вибрационе платформе (слика 3). Коефицијент трења је одређен на основу диференцијалне једначине кретања грануле песка по сити. У наведеном раду изложен је веома комплексан теоријски модел, који математички презентира услове динамичке равнотеже грануле песка и ефекте преносног и релативног кретања на промену убрзања и положаја (координате) грануле песка у функцији времена. Коефицијент трења је одређен на основу диференцијалне једначине кретања грануле песка по сити. У наведеном раду изложен је веома комплексан теоријски модел, који математички презентира услове динамичке равнотеже грануле песка и ефекте преносног и релативног кретања на промену убрзања и положаја (координате) грануле песка у функцији времена.

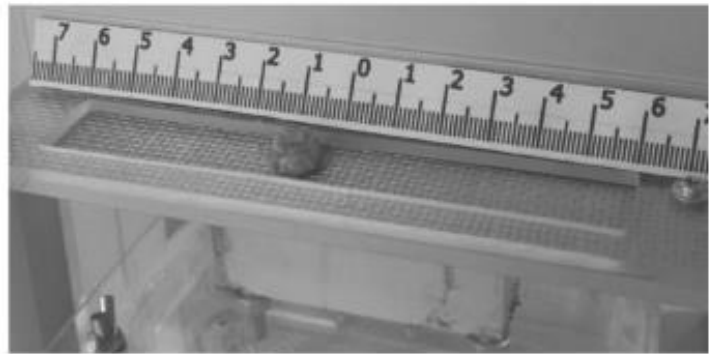
У домену одређивања кинематског коефицијента трења на основу Ојлеровог приступа, група аутора [26, 27] је, у теоријском и експерименталном смислу, надградила Ојлеров теоријски модел додавањем реално постојеће силе отпора ваздуха која се, са аспекта грешака мерења, мора узети у разматрање.



(a)



(б)



(в)

Слика 3. Уређај који симулира рад вибрационе платформе (а), механички модел распореда сила на вибрационој платформи (б), фотографски приказ грануле песка на ситу (в) [25]

У новијој литератури, фокус при развоју статичких модела је на решавању проблема дисконтинуитета силе трења [1]. Такви модели [28] су погодни за примену при симулацијама у реалном времену и решавању проблема оптимизације, јер зависе само од брзине. Када је реч о динамичким моделима, најшире је прихваћен *LuGre* модел [29], који пружа ширу слику о феноменима повезаним са трењем, укључујући хистерезис, али и он мора бити модификован за специфичне потребе истраживања, попут анализе параметара трења кинематског пара вратило-чаура [30] или испитивања трења при променљивом нормалном оптерећењу [31].

Преглед стања решености проблема у свету указује на то да су новији статички модели трења, код којих је избегнут проблем са дисконтинуитетом силе трења, погодни за моделирање једноставнијих система, када се анализира мали број параметара. Динамички модели обухватају већи број параметара, па самим тим омогућавају детаљнију анализу различитих физичких појава повезаних са феноменом трења. Међутим, чак и када су најшире коришћени модели модификовани и унапређени,

поузданост резултата може бити упитна, док се комплексност прорачуна увећава и представља додатни ограничавајући фактор [1]. Стога постоји потреба за развојем алтернативних метода заснованих на развоју техничких решења која омогућавају добијање резултата применљивих у реалним трибомеханичким системима, као и на динамичким моделима трења, при чему би захтеви који се односе на повећање тачности требало да буду испуњени тако да се не увећава сложеност модела.

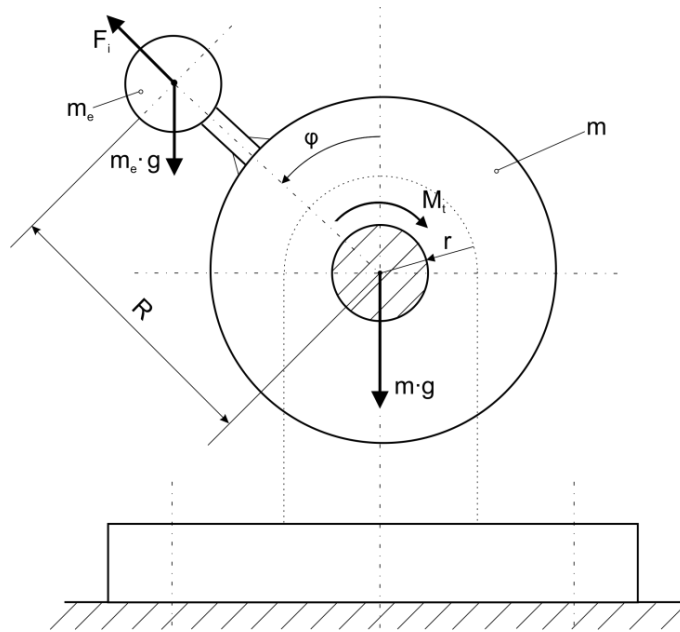
4. СУШТИНА ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

Кинематски коефицијент трења се, у свим условима оптерећења контакта, може одредити другачијим методама у односу на постојеће методе, које се заснивају на мерењу нивоа оптерећења контакта и мерењу силе трења. Метода која се предлаже заснива се на одређивању кинематског коефицијента трења преко динамичке једначине кретања тела при обртању око непомичне осе, при чему активна сила на обртно тело делује само у тренутку иницирања кретања. Иницирање кретања (обртања) може се извести мануелно (ручно), при чему није позната енергија предата мерном систему. Ако је потребно познавати вредност уложене енергије за покретање мерног система, кретање се може иницирати познатом ударном силом. У случају да је неопходно испитати контактни пар при одређеним угаоним брзинама, користи се елекромагнетна спојница, преко које се мерни систем упарује са електромотором. Брзина електромотора се може регулисати фреквентним регулатором. Након постизања жељене брзине деактивирањем елекромагнетне спојнице, мерни систем успорава под дејством сила трења. Енергију предату мерном систему умањују силе трења током мерења, па се брзина ротације мерног уређаја мења од максималне инициране брзине до нулте вредности брзине обртања у тренутку заустављања кретања. У овом техничком решењу разматраће се само два од већег броја могућих случајева иницирања кретања и постизања динамичког оптерећења клизних или котрљајних контактних парова.

Први разматрани случај се односи на мануелно (ручно) иницирање кретања. У овом случају разматра се контакт, типа "рукавац – лежај". Статичку и динамичку компоненту жељеног оптерећења контакта, обезбеђују масе тела, концентрично и ексцентрично распоређене у односу на осу обртања.

Ако се експерименталним путем одреди зависност промене угла обртања тела у функцији времена, на основу динамичке једначине кретања могуће је одредити тренутне вредности коефицијента трења у читавом периоду времена, од иницирања кретања до тренутка престанка обртања тела.

Метода одређивања кинематског коефицијента трења у динамичким условима оптерећења контакта, у општем случају, базира се на диференцијалној једначини кретања тела око непомичне осе (слика 4).



Слика 4. Шематски приказ распореда активних и отпорних сила при обртању тела око непомичне осе [32]

Кретање тела се описује диференцијалном једначином:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = \sum M_i = M_a - M_t - M_w \quad (1)$$

где је:

I – масени момент инерције;

ω – угаона брзина обртања;

M_a – активни момент којим је иницирано кретање;

M_t – резултујући момент интегралног збира елементарних отпорних момената трења по површини контакта;

M_w – резултујући момент отпора ваздуха.

Након престанка дејства импулса силе која у кратком временском интервалу Δt_1 иницира кретање активним моментом M_a , тело у дугом временском интервалу наставља кретање без присуства активног момента користећи енергију акумулирану при иницирању кретања.

Сила отпора ваздуха која ствара отпорни момент M_w се може одредити на основу аеродинамичког коефицијента, брзине обртања и величине површине на којој делује сила отпора ваздуха према познатом изразу:

$$F_w = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot A \cdot v^2, \quad (2)$$

где је:

C_d – Аеродинамички коефицијент облика тела на који делује отпор струјница ваздуха;

ρ – густина ваздуха;

A – величина површине тела на којој делује отпор ваздуха;

v – брзина кретања тела [33].

Метода која се разматра, подразумева мерење и познавање тренутних вредности брзина кретања тела и може узети у обзир утицај отпора ваздуха (F_w) као паразитне силе, с обзиром на то да су све остале величине дате у изразу познате. То би у одређеној мери повећало тачност мерења. Међутим, о овим разматраним случајевима, с обзиром на вредност површине A , која је изложена отпору струјања ваздуха, и величину квадрата брзине – v^2 , утицај силе отпора ваздуха на тачност одређивања коефицијента трења је занемарљив [26].

Занемаривањем отпора ваздуха, као величине нижег реда, и посматрањем периода кретања тела након престанка дејства активне силе, може се писати

$$M_a = 0, F_w \rightarrow 0, \quad (3)$$

Сада се диференцијална једначина 1 своди се на облик:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_t = F_t \cdot r \quad (4)$$

где је:

M_t – момент трења;

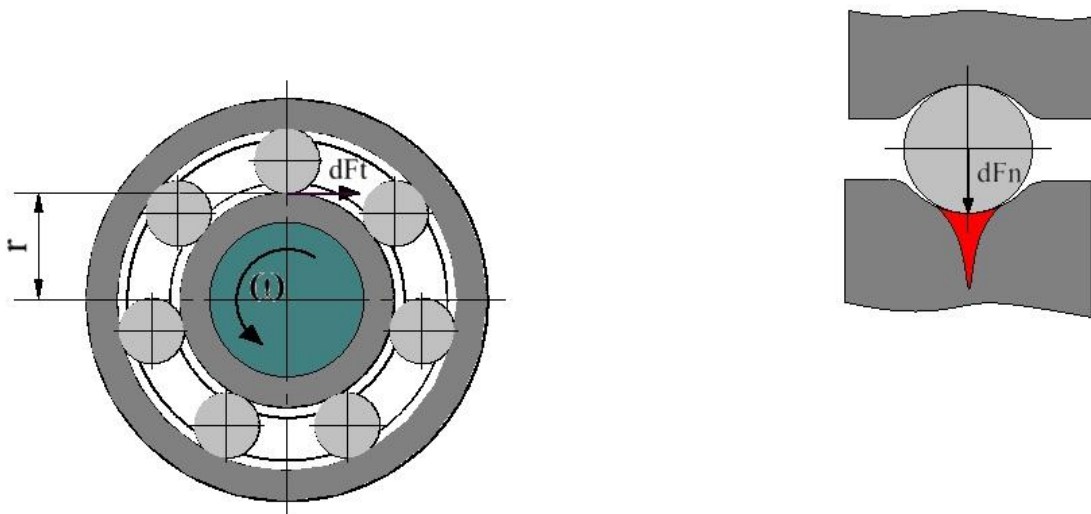
F_t – резултујућа сила трења у контакту;

r – радијус на којем делују елементарне силе трења (слика 5).

Резултујући момент трења је непозната величина у диференцијалној једначини кретања и на основу слике 4. одређена је изразом:

$$M_t = \iint r \cdot dF_t = F_t \cdot r \quad (5)$$

који укупну силу трења дефинише као интегрални збир елементарних сила трења по површини контакта.



Слика 5. Шематски приказ распореда отпорних сила трења клизања или трења котрљања при обртању тела око непомичне осе. [32]

На основу шеме дате на слици 4, сила трења F_t се може дефинисати у функцији коефицијента трења, компоненте силе статичког отерећења контакта,

$$F_s = (m + m_e) \cdot g \quad (6)$$

и компоненте силе динамичког оптерећења контакта

$$F_d = m_e \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi \quad (7)$$

преко израза:

$$F_t = \mu \cdot F_N = \mu \cdot [(m + m_e) \cdot g - m_e \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi]. \quad (8)$$

Заменом вредности силе трења из једначине 8 у једначину 4 добија се једначина:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = \mu \cdot r \cdot [(m + m_e) \cdot g - m_e \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi] \quad (9)$$

из које следи коначни израз за прорачун вредности кинематског коефицијента трења при динамичком оптерећењу контакта у функцији угла обртања и угаоне брзине.

$$\mu = \frac{I \cdot \frac{d\omega}{dt}}{r \cdot [(m + m_e) \cdot g - m_e \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi]} \quad (10)$$

Угаона брзина ω и угаоно убрзање ε могу се, на основу познатих теоријских израза, одредити нумеричким диференцирањем, па за довољно мале вредности прираштаја важе следеће једнакости:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\omega(t + \Delta t) - \omega(t)}{\Delta t}. \quad (12)$$

Из наведених теоријских разматрања произилази да експериментално одређивање зависности промене угла обртања тела у функцији времена омогућава одређивање вредности кинематског коефицијента трења при динамичком оптерећењу контакта у читавом периоду времена, од иницирања кретања до тренутка престанка обртања тела.

Други разматрани случај односи се на могућност одређивања кинематског коефицијента трења котрљања у условима иницирања обртног кретања динамичком ударном силом (слика 6). Након иницирања кретања и престанка дејства спољашње силе (ударног импулса) кретање се наставља, при чему оптерећени лежај (зона лежаја у којој дејствују силе отпора трења) пролази читав спектар брзина, од максималне брзине у тренутку иницирања кретања, до њене нулте вредности при заустављању кретања.

Метода одређивања кинематског коефицијента трења у овом случају такође полази од диференцијалне једначине 1, као у претходном разматраном случају, односно:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = \sum M_i = M_a - M_t - M_w \quad (13)$$

где је:

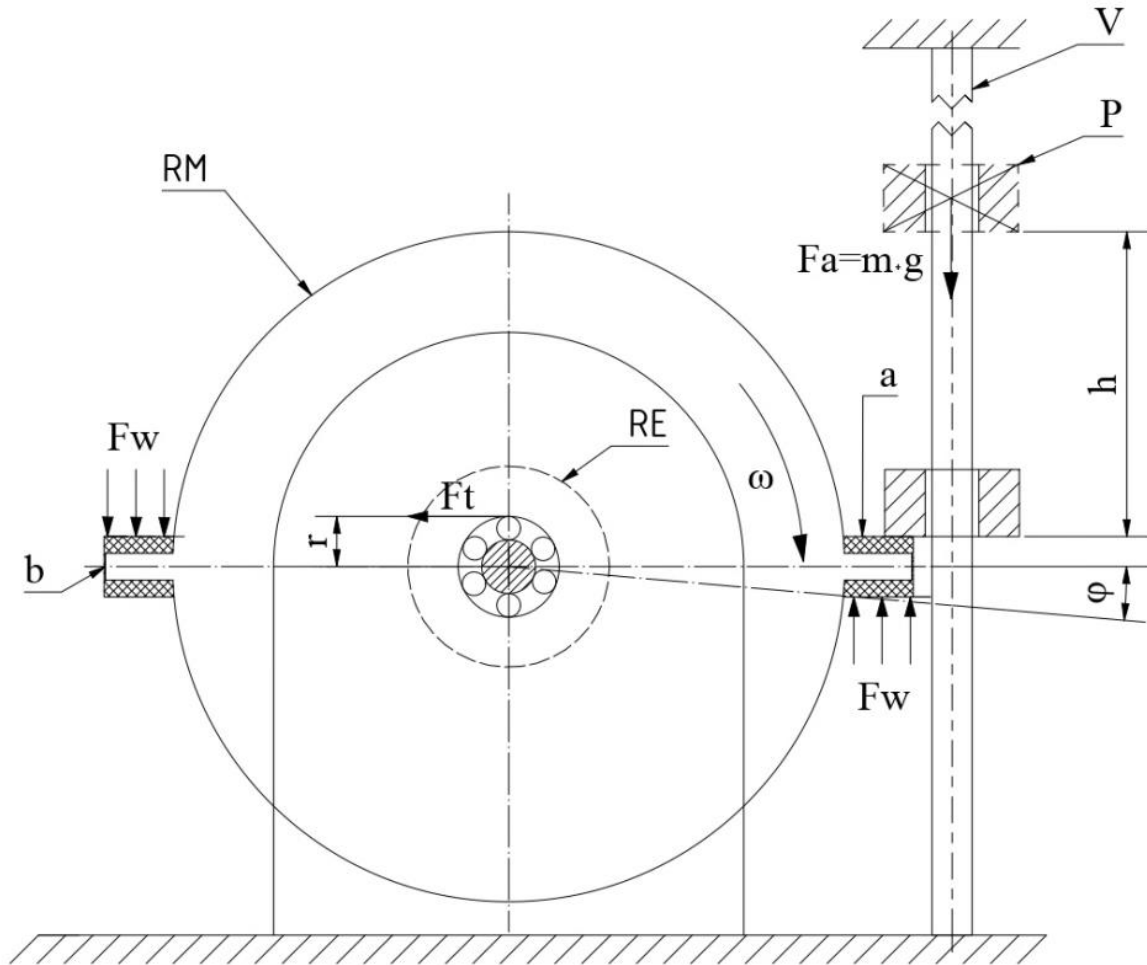
I – масени момент инерције;

ω – угаона брзина;

M_a – вредност активног момента којим се иницира кретање;

M_t – резултујући момент трења;

M_W – резултујући момент отпора ваздуха.



Слика 6. Иницирање кретања (обртања) ударном импулсном силом [34]

Тег масе m пада са висине h , која се у зависности од жељене енергије коју треба пренети ротационом диску, мења. Ослобађањем тега са задате висине h , тег отпочиње слободан пад ка испусту диска a . На испуст диска постављен је пригушивач, чија је улога да прими енергију удара и пренесе је на обртни диск. Тег преко пригушивача на обртни диск делује силом $F = m \cdot g$ што иницира обртно кретање трибомеханичког система. Ако се прати и мери промена угла обртања у функцији времена, онда је, као и у претходном разматраном случају, на бази диференцијалне једначине 1 могуће одредити тренутне вредности коефицијента трења у периоду времена од тренутка иницирања кретања до тренутка престанка обртања (*период t*).

Активни момент M_a делује у врло кратком временском интервалу Δt_1 . У временском интервалу t активни момент има нулту вредност, $M_a = 0$. При чему систем наставља кретање на бази акумулиране енергије без присуства активног момента.

Момент силе отпора ваздуха према претходним разматрањима и истраживањима везаним за литературни навод [32], у интервалу брзина $< 3 \text{ m/s}$, може се занемарити као величина нижег реда, па следи:

$$M_a = 0, F_w \rightarrow 0 \quad (14)$$

па се диференцијална једначина 1, као и у претходном разматраном случају, своди на једначину 4, односно:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_t = F_t \cdot r \quad (15)$$

где је:

M_t – момент трења;

F_t – резултујућа сила трења;

r – радиус контакта на којем делују елементарне силе трења.

Резултујући момент трења је такође дефинисан претходно датом једначином 5, односно изразом:

$$M_t = \iint r \cdot dF_t = F_t \cdot r, \quad (16)$$

који дефинише укупни момент трења као интегралну суму елементарних момената и сила које делују у зони контакта.

Из диференцијалне једначине 4 произилази да се у овом разматраном случају коефицијент трења може одредити преко израза:

$$\mu = \frac{I \cdot \frac{d\omega}{dt}}{r \cdot g[\sum M]}, \quad (17)$$

при чему се $\sum M$ - односи на збир свих обртних маса које оптерећују лежај а величина g на земљино убрзање.

Угаона брзина ω и угаоно убрзање ε могу се као и у претходном разматраном случају одредити преко једначина:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} \quad (18)$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\omega(t+\Delta t) - \omega(t)}{\Delta t} \quad (19)$$

У овом разматраном случају иницирања кретања могу се разматрати и тренутни енергетски биланси у току времена обртања система на бази акумулиране енергије, преко израза:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2, \quad (20)$$

$$A_t = E_t = r \cdot g \cdot [\sum M] \cdot \mu \cdot \Delta\varphi; \quad (21)$$

$$\Delta E = E_k - A_t \quad (22)$$

где је:

E_k – почетна кинетичка енергија ситема;

E_t – енергија утрошена на трење;

A_t – рад силе трења;

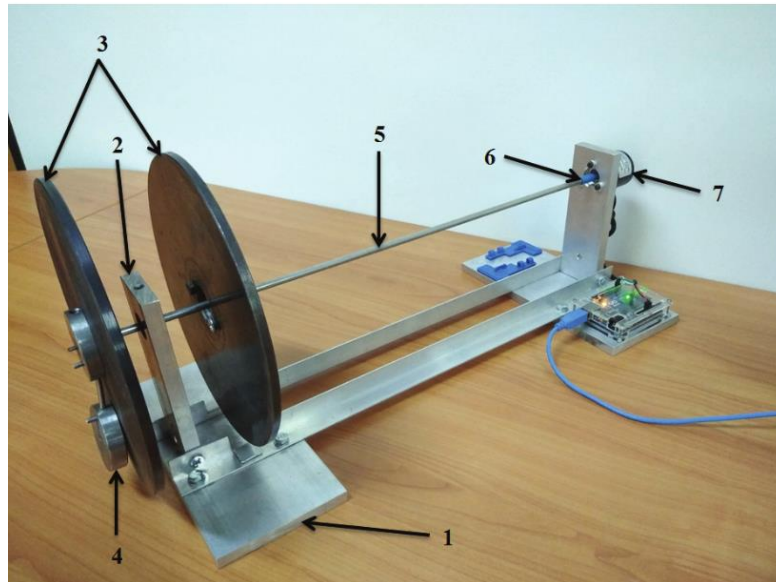
ΔE – промена енергије услед трења.

Ако се експерименталним путем одреди зависност промене угла обртања тела у функцији времена, онда је на основу динамичке једначине кретања могуће одредити тренутне вредности коефицијента трења у читавом периоду од иницирања кретања до тренутка престанка обртног кретања. Поред тога, овом методом је, на основу експериментално одређене зависности угла обртања у функцији времена, могуће одредити и тренутне величине угаоних брзина и угаоних убрзања, тј. угаоних успорења, насталих као последица деловања отпорне силе трења у читавом периоду обртања тела. Такође, могуће је успоставити зависности између кинематског коефицијента трења и брзина и убрзања у зони самог контакта и пратити њихове промене, што омогућава знатно комплекснију анализу, а што не омогућавају постојеће методе.

Методологија одређивања кинематског коефицијента трења, која се предлаже, нема суштинских ограничења. Коефицијент трења се може одредити у било којим условима остваривања контакта. Могу се испитивати клизни и котрљајни парови различитих триболошких карактеристика, при чему се ниво симулираног оптерећења, брзина клизања или котрљања, могу кретати у широком распону.

5. ДЕТАЉАН ОПИС ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

За потребе испитивања кинематског коефицијента трења изменљивих контактних парова, чије оптерећење може бити статичко и динамичко, развијен је први уређај приказан на слици 7.



Слика 7. Фотографски приказ првог уређаја за испитивање кинематског коефицијента трења изменљивих контактних парова [32]

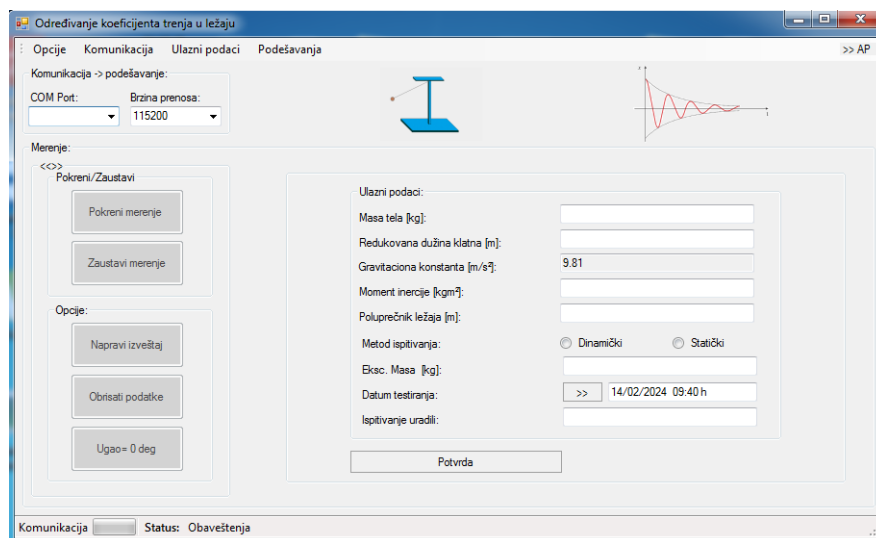
Уређај се састоји од постоља (позиција 1) за које је завртањском везом причвршћено кућиште лежаја (позиција 2) у ком је смештен испитивани узорак (котрљајни лежај). Растављива веза постоља и кућишта лежаја омогућује једноставну промену кућишта лежаја у зависности од димензија и типа испитиваног лежаја. Са обе стране котрљајног лежаја на истом растојању постављена су два обртна диска (позиција 3) истог облика и масе који представљају симетрично оптерећење лежаја m . На дисковима (позиција 3) причвршћени су мањи тегови (позиција 4) на растојању R од осе лежаја, који представљају ексцентричну масу m_e . Маса m_e је променљива као и растојање R . Маса m_e и растојање R обезбеђују динамичко оптерећење лежаја током испитивања. Витко вратило (позиција 5) преноси кретање од унутрашњег прстена лежаја, преко еластичне спојнице (позиција 6) до ротационог енкодера (позиција 7). Ротациони енкодер региструје промену угла обртања у функцији времена и представља једину мерну компоненту неопходну за одређивање кинематског коефицијента трења.

Начин на који се иницира кретање обртног диска зависи од циља експерименталног истраживања. Кретање се може иницирати и ручним покретањем обртног диска при чему ће се приликом понављања мерења јављати разлике у почетној брзини ротације и времену трајања експеримента. У случају када је потребно испитати кинематски коефицијент трења трибомеханичког система, ротациони енкодер са пратећим контролером поставља се на извршни елемент система који врши ротационо кретање. Енкодер прати промену угаоне брзине у времену након престанка погонског момента.

Ово омогућује испитивање реалног стања триболошких парова у целом испитиваном систему.

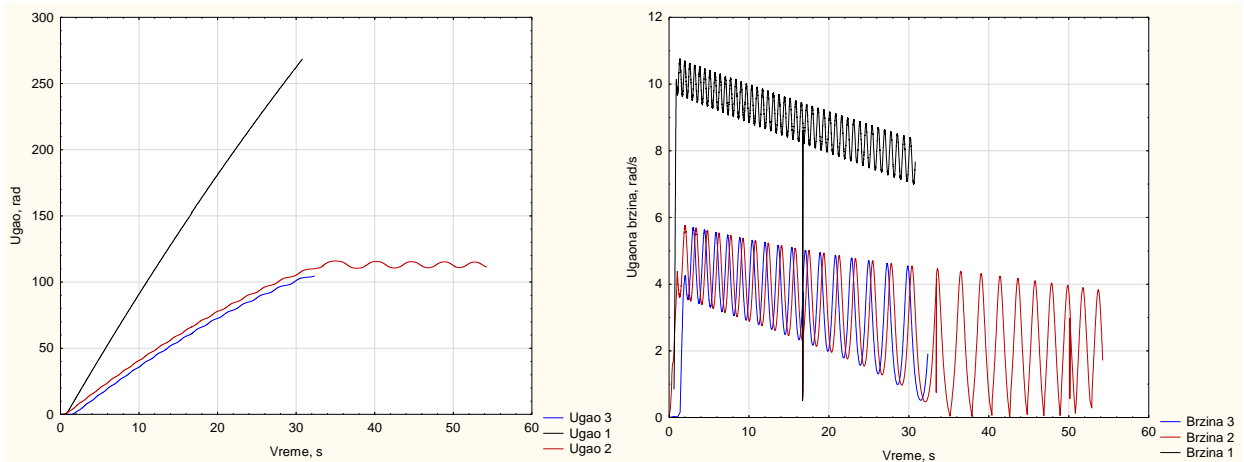
У случају испитивања клизних или котрљајних лежајева, на обртним дисковима причвршћују се обе ексцентричне масе (позиција 4) под истим углом или угаоно померене у зависности од захтеваних експерименталних услова. У случају да су обе ексцентричне масе под истим углом, произилази да испитивани лежај прима комплетно статичко и динамичко оптерећење узроковано ексцентричним масама m_e и растојањима од осе обртања R .

На основу израза датих у претходном поглављу, развијен је софтвер који преко контролера, за дате услове оптерећења, омогућава приказ тренутних вредности кинематског коефицијента трења од иницирања кретања до заустављања обртних маса. Пре почетка испитивања неопходно је повезати управљачку јединицу уређаја са рачунаром у коме се налази развијена апликација. Покретањем апликације стиче се могућност конекције са управљачком јединицом уређаја преко одговарајућег *COM port*-а. Пре почетка мерења неопходно је уписати све вредности у одговарајућа поља које су потребне за прорачун кинематског коефицијента трења на основу измереног угаоног убрзања. Такође, потребно је одабрати и метод испитивања (статички или динамички). Потврдом унетих података на поље *Potvrđi* омогућава се започињање експерименталног испитивања.



Слика 8. Развијена апликација

Као излаз из рачунарског програма, за познате улазне вредности које одговарају приказаном испитивању (укупна маса $m=4,3 \text{ kg}$, ексцентрична маса $m_e=0,3 \text{ kg}$, масени момент инерције $I=0,02441 \text{ kgm}^2$, ексцентрицитет $R=0.075 \text{ m}$ и радијус лежаја $r=0,005 \text{ m}$), могу се добити нумеричке вредности и дијаграмски прикази зависности коефицијента трења у функцији времена и брзине клизања, промене нормалног оптерећења контакта F_n у времену, промене угаоне брзине ω и угаоног убрзања ε у времену. На слици 9а приказане су три различите промене угла у времену, које су последица различитих нивоа енергија пренетих систему како би мерни систем отпочео ротационо кретање.

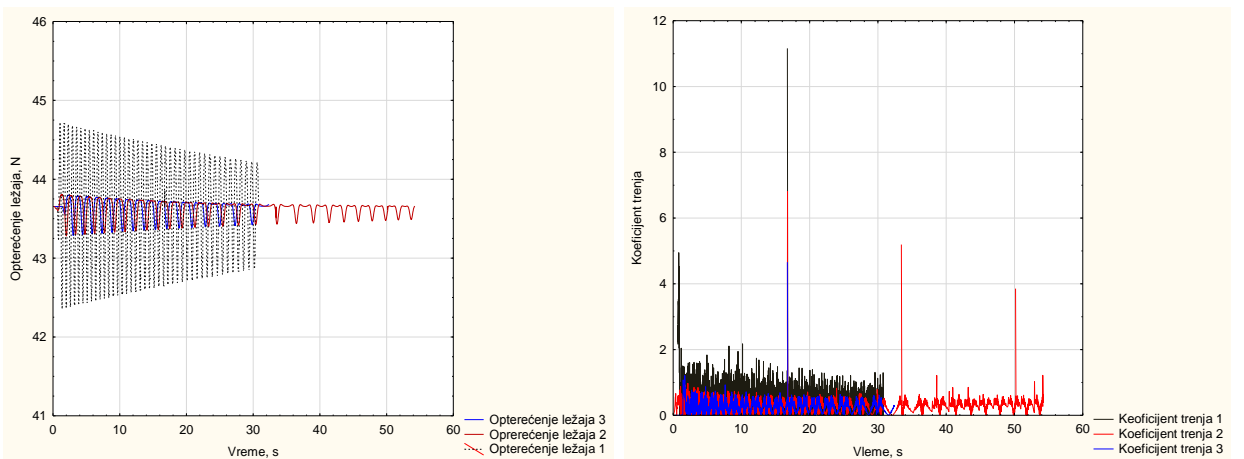


Слика 9а. Промена угла обртања у функцији времена [32]

Слика 9б. Промена угаоне брзине у функцији времена [32]

Промена угаоне брзине у функцији времена приказана је на слици 9б. Са слике се јасно види да је експериментално испитивање чији су резултати приказани црном бојом изведено са највећом ротационом брзином коју је условила највећа уложена почетна енергија предата мерном систему. Такође, већа брзина узроковала је краћи период осциловања. Са дијаграма на слици 9б јасно се уочава промена периода осциловања током испитивања. Промена периода осциловања током испитивања се смањује са порастом угаоне брзине и обрнуто.

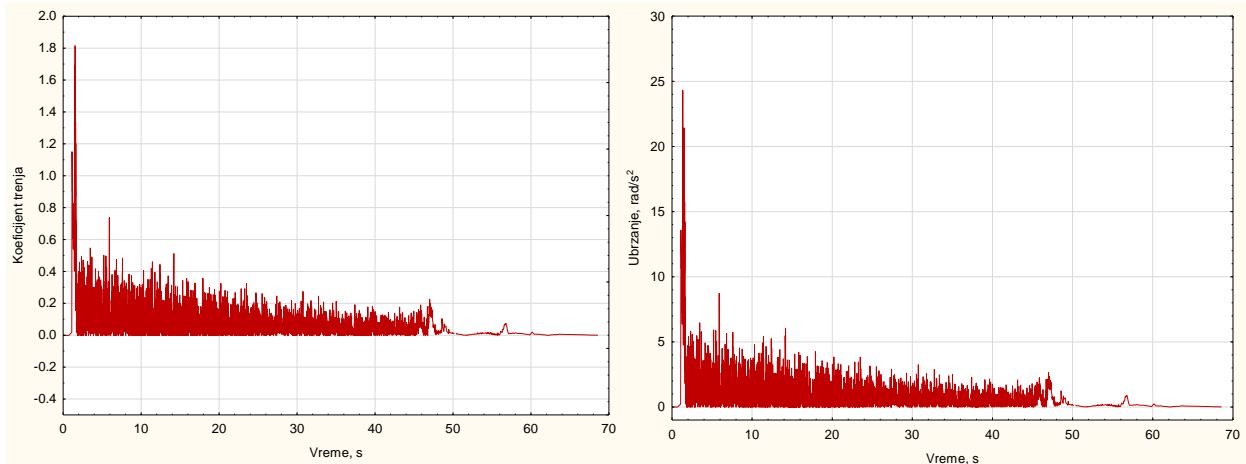
Различите угаоне брзине узрокују разлике у динамичким оптерећењима испитиваног контактеног пара. Разлике су последица веће амплитуде динамичке силе, слика 10. На основу измерених вредности промене угаоне брзине у времену могуће је добити дијаграм коефицијента трења током испитивања, слика 11.



Слика 10. Промена нивоа динамичког оптерећења контакта у функцији времена [32]

Слика 11. Промена коефицијента трења при различитим нивоима угаоне брзине [32]

Случај експерименталног испитивања кинематског коефицијента трења лежаја на који делује само статичко оптерећење представљен је упоредним приказом угаоног убрзања и коефицијента трења на слици 12. Статичко оптерећење лежаја постиже се демонтирањем тегова који представљају ексцентричну масу мерног система. Такође, ротациони дискови морају бити балансирани, нарочито при испитивањима која се изводе великим угаоним брзинама.



Слика 12. Дијаграмски приказ промене коефицијента трења и угаоног убрзања у времену при статичком оптерећењу лежаја [32]

Упоредном анализом дијаграма са слике 12 уочава се јасна корелативна зависност коефицијента трења од угаоног убрзања. Промена коефицијента трења прати промену угаоног убрзања. Ови дијаграми представљају само графичку илустрацију софтверске обраде више од 6000 вредности промене угла и времена. Вредности угаоних брзина, убрзања и коефицијената трења рачунате су према теоријском моделу изложеном у претходном поглављу, а подаци нису статистички обрађивани. Идентичан одзив експерименталних функција угаоног убрзања и коефицијента трења у сваком тренутку времена указује на чињеницу да је убрзање показатељ кинематског коефицијента трења.

Из једначине 10

$$\mu = \frac{I \cdot \frac{d\omega}{dt}}{r \cdot [(m + m_e) \cdot g - m_e \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi]} \quad (23)$$

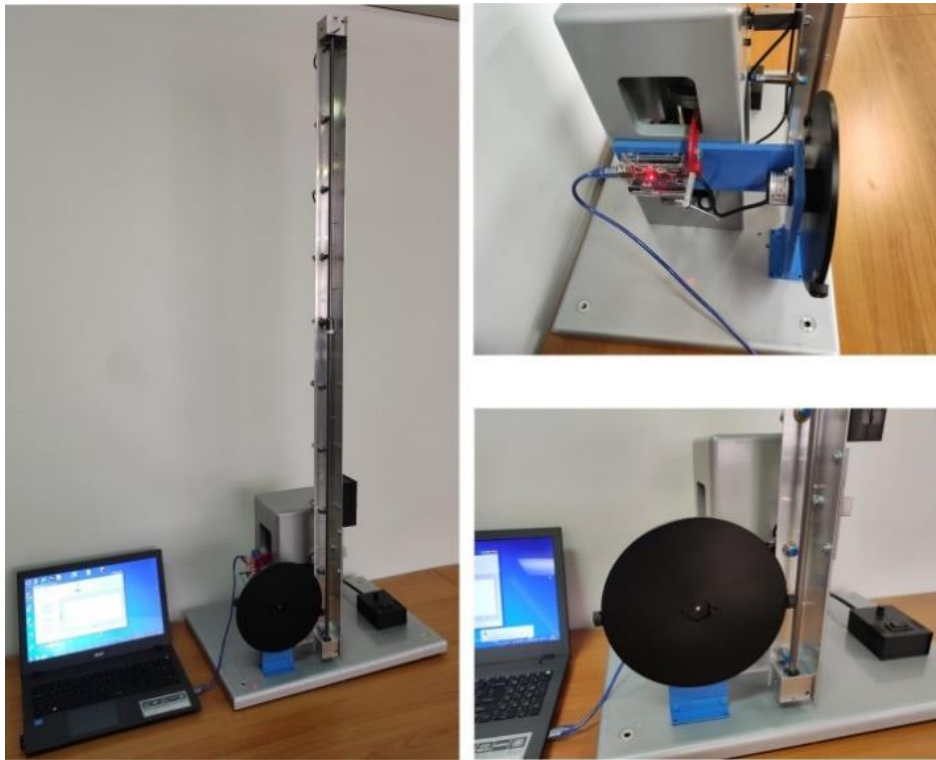
при $m_e = 0$, следи израз за прорачун кинематског коефицијента трења при статички оптерећеном контактном пару:

$$\mu = \frac{I \cdot \frac{d\omega}{dt}}{r \cdot m \cdot g} = C \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (24)$$

Из израза 24 следи да је коефицијент трења у условима статичког оптерећења контакта једнак производу константе и угаоног убрзања. Константа C дефинисана је изразом 25.

$$C = \frac{I}{r \cdot m \cdot g} \quad (25)$$

За потребе експериментално одређивања кинематског коефицијента трења у условима израженог динамичког оптерећења контаката при иницирању кретања реализован је уређај са слике 13. У овом случају иницирање кретања врши се импулсном силом удара. Уређај представља комбинацију постојећег уређаја (слика 7) и развијеног новог подскопа за задавање ударне импулсне силе, који заједно чине функционалну експерименталну целину. Уређај функционише по идентичном принципу као и претходно описани уређај. У овом случају нема ексцентричних маса које стварају динамичку компоненту оптерећења. Код овог уређаја константну обртну масу побуђује импулс ударне силе, а мерни систем квантификује период трајања импулса удара.



Слика 13. Уређај за експериментално одређивање кинематског коефицијента трења у условима израженог динамичког оптерећења контаката при иницирању кретања [34]

Пројектовани уређаји и софтверска подршка мерном систему уређаја омогућују прикупљање веома великог броја експерименталних података које је могуће накнадно обрађивати и анализирати. У том циљу извршена је регресиона анализа експерименталних података, при чему је коефицијент трења, преко базне функције, приказан као производ константе и угаоног убрзања (израз 24), односно функцијом облика:

$$\mu = C \cdot \frac{d\omega}{dt},$$

Вредности добијених константи при извођењу серије од десет понављања на првом реализованом уређају при ручном иницирању кретања приказани су у табели 1.

Табела 1. Константе и коефицијенти корелације добијени статистичком обрадом експерименталних података при ручном иницирању кретања [35].

C1	R1	C2	R2	C3	R3	C4	R4
0,115926	0,981814	0,117954	0,994588	0,116542	0,997536	0,120049	0,998734
C5	R5	C6	R6	C7	R7	C8	R8
0,119398	0,998579	0,121907	0,996801	0,119719	0,999539	0,118923	0,998521
C9	R9	C10	R10				
0,121851	0,999216	0,117611	0,998082				

Из табеле 1 се може уочити да су вредности коефицијената корелације веома високи и крећу се у распону од $R=0,9818$ до вредности $R=0,9995$. При чему се границе растурања вредности константи крећу у распону од $0,1159$ до вредности $0,1219$ што представља максимални распон растурања од свега 5%.

При иницирању кретања импулсном силом удара изведене су две серије експеримената. У првој серији, при већој енергији удара, изведено је 20 експеримената, док је у другој серији, при мањој енергији удара изведено 30 експеримената. Разлика у енергији удара последица је разлике у висини тега са које он започиње слободан пад након чега ударом кинетичку енергију преноси мерном систему. Статистичком обрадом експерименталних података који се односе на иницирање кретања већом енергијом удара добијене су вредности константи и коефицијената корелације које су дате у табели 2.

Табела 2. Константе и коефицијенти корелације добијени статистичком обрадом експерименталних података при иницирању кретања већом енергијом удара [35].

C1	R1	C2	R2	C3	R3	C4	R4
0,422004	0,988175	0,414678	0,983463	0,423094	0,999504	0,424585	0,998856
C5	R5	C6	R6	C7	R7	C8	R8
0,419688	0,987162	0,421437	0,989236	0,417001	0,985583	0,386464	0,961979
C9	R9	C10	R10	C11	R11	C12	R12
0,408183	0,9783	0,460730	0,999997	0,4153526	0,97365294	0,379139	0,969022
C13	R13	C14	R14	C15	R15	C16	R16
0,400628	0,976967	0,429296	0,987734	0,385018	0,989164	0,396170	0,986103
C17	R17	C18	R18	C19	R19	C20	R20
0,388654	0,982336	0,386182	0,984069	0,389048	0,978138	0,4187	0,9896

Из дате табеле 2. се може видети да су вредности коефицијената корелације високи и крећу се у распону од $R=0,961$ до вредности $R=0,9999$, при чему се границе растурања вредности константи крећу у распону од $0,379$ до вредности $0,460$, што представља максимални распон растурања од приближно 21 %.

При иницирању кретања мањом енергијом импулсне силе удара вредности коефицијената корелације имали су јединичну вредност ($R=1$) у свих 30 изведених независних експеримената. При чему експериментално одређене константе, у свих 30

експеримената износе: $C=0,46073$, што је идентично са константом коју дефинише изложени теоријски модел, односно:

$$C = \frac{I}{r \cdot g[\Sigma M]} = \frac{0.0485875}{0.005 \cdot 9.81 \cdot [2.15]} = 0.46073.$$

6. ЗАКЉУЧАК

На основу изложене теоријске основе, изведених експерименталних истраживања и спроведене регресионе анализе произилази закључак да се предложена метода може користити за поуздано одређивање кинематског коефицијента трења клизања и котрљања статички или динамички оптерећеног контактеног пара. Кинематски коефицијент трења се може пратити у реалном времену, од тренутка иницирања кретања трибодијагностичког мерног система до тренутка његовог заустављања. Праћење кинематског коефицијента трења базира се на диференцијалној једначини кретања тела у присуству силе отпора трења.

Развијена мерна опрема омогућује испитивање клизних и котрљајних парова различитих триболошких карактеристика, при чему се ниво симулираног оптерећења и распон брзина клизања или котрљања, могу кретати у широком опсегу. Како се ова метода базира на мерењу основних физичких величина (пређени пут, угао обртања, време), реализована решења обезбеђују формирање поузданих мерних ланаца и њихов смештај ван зоне контакта, што знатно поједностављује триболошка истраживања при високим или ниским температурама контакта, као и испитивања у агресивној средини.

Поред свега наведеног, развијена опрема пружа могућност испитивања мазива и начина подмазивања, испитивања губитака енергије реалних производних система, праћења стања реалних система у циљу предвиђања отказа и планирања ремонта, итд.

Приказана решења могуће је имплементирати у реалне индустријске системе, у циљу „online“ праћења тренутног стања система. Такође, надоградњом развијеног софтвера и применом вештачке интелигенције, могуће је генерисање и слање извештаја о раду постројења или порука упозорења, које могу поједноставити контролу, нарочито електроенергетских система чији је поуздан рад од националног значаја (ветрогенератори, турбинска постројења, итд).

Изложену методу карактерише висок ниво поузданости добијених резултата, као и велики потенцијал могуће примене у сфери образовања, истраживања и трибодијагностике реалних производних и других система. Квантификовање нивоа губитака услед трења реалних производних система може значајно умањити трошкове производње и повећати конкурентност на све захтевнијем тржишту.

6. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Marques, F., Flores, P., Claro, J. C. P., & Lankarani, H. M. (2018). Modeling and analysis of friction including rolling effects in multibody dynamics: a review. *Multibody System Dynamics*, 45(2), 223–244. doi: 10.1007/s11044-018-09640-6
- [2] Diwate, A. D., & Thakre, S. B. (2018, December). Study of Tribological analysis of PTFE and its filler using Taguchi Approach. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 455, No. 1, p. 012079). IOP Publishing.
- [3] Maslova, K., De Jesus, V. L. B., Sasaki, D. G. G. (2020). Understanding the effect of rolling friction in the inclined track experiment. *Physics Education*, 55(5), 055010. doi:10.1088/1361-6552/ab9217
- [4] Yan, Z., Xia, H., Lan, Y., & Xiao, J. (2017). Variation of the friction coefficient for a cylinder rolling down an inclined board. *Physics Education*, 53(1), 015011. doi: 10.1088/1361-6552/aa8974
- [5] Chakrabarti, S., Khaparde, R. B., & Kachwala, A. H. (2020). Experimental study of the coefficient of rolling friction of the axle of a Maxwell's wheel on a soft horizontal surface. *European Journal of Physics*, 41(3), 035803. doi: 10.1088/1361-6404/ab78a5
- [6] Alam, J., Hassan, H., Shamim, S., Mahmood, W., & Anwar, M. S. (2011). Precise measurement of velocity dependent friction in rotational motion. *European Journal of Physics*, 32(5), 1367. doi: 10.1088/0143-0807/32/5/024
- [7] Drosd, R., & Minkin, L. (2020). Measuring the coefficient of kinetic friction by exploring dynamics of rotational motion. *The Physics Teacher*, 58(3), 176-178. doi: 10.1119/1.5145409
- [8] Siretean, S. T., Muscă, I., Alaci, S., & Ciornei, F.-C. (2018). Use of Hypocycloidal Motion in the Study of Rolling Friction. *Mechanisms and Machine Science*, 467–476. doi: 10.1007/978-3-319-79111-1_46
- [9] Harris, T.A. (1971). An Analytical Method to Predict Skidding in Thrust-Loaded, Angular-Contact Ball Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, 93(1), 17–23. doi: 10.1115/1.3451511
- [10] Laniado-Jácome, E., Meneses-Alonso, J., & Diaz-López, V. (2010). A study of sliding between rollers and races in a roller bearing with a numerical model for mechanical event simulations. *Tribology International*, 43(11), 2175–2182. doi: 10.1016/j.triboint.2010.06.014
- [11] Jones, A.B. (1960). A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings Under Arbitrary Load and Speed Conditions. *Journal of Basic Engineering*, 82(2), 309–320. doi: 10.1115/1.3662587
- [12] Sapanen, J., & Mikkola, A. (2003). Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localised and distributed defects. Part 1: Theory. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics*, 217(3), 201–211. doi: 10.1243/14644190360713551
- [13] Sapanen, J., & Mikkola, A. (2003). Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localised and distributed defects. Part 2: Implementation and results. *Proceedings of*

the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics, 217(3), 213–223. doi: 10.1243/14644190360713560

[14] Nakhaeinejad, M., & Bryant, M. D. (2011). Dynamic Modeling of Rolling Element Bearings With Surface Contact Defects Using Bond Graphs. *Journal of Tribology*, 133(1). doi: 10.1115/1.4003088

[15] Shao, Y., Tu, W., & Gu, F. (October 27-30, 2010). A simulation study of defects in a rolling element bearing using FEA. International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2010), Gyeonggi-do, South Korea. doi: 10.1109/iccas.2010.5669813

[16] Fujii, Y., Maru, K., Jin, T., Yupapin, P. P., & Mitatha, S. (2010). A method for evaluating dynamical friction in linear ball bearings. *Sensors*, 10(11), 10069-10080.

[17] Deng, G., Tieu, A. K., Su, L., Wang, P., Wang, L., Lan, X., & Zhu, H. (2020). Investigation into reciprocating dry sliding friction and wear properties of bulk CoCrFeNiMo high entropy alloys fabricated by spark plasma sintering and subsequent cold rolling processes: Role of Mo element concentration. *Wear*, 460, 203440. doi: <https://doi.org/10.1016/j.wear.2020.203440>

[18] Zhou, Y., Gui, Z. Z., Mo, J. L., Peng, J. F., Xu, Z. B., & Zhu, M. H. (2021). Slippage effects on the crack behavior of pearlitic steel induced via rolling-sliding friction. *Wear*, 482, 203959. doi: 10.1016/j.wear.2021.203959

[19] Dong, X., Yoon, D., & Okwudire, C. E. (2017). A novel approach for mitigating the effects of pre-rolling/pre-sliding friction on the settling time of rolling bearing nanopositioning stages using high frequency vibration. *Precision Engineering*, 47, 375-388. doi: 10.1016/j.precisioneng.2016.09.011

[20] Salles, L., Blanc, L., Thouverez, F., & Gousskov, A. M. (2011). Dynamic analysis of fretting-wear in friction contact interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 48(10), 1513-1524. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2011.01.035

[21] Lemoine, E., Nélias, D., Thouverez, F., & Vincent, C. (2020). Influence of fretting wear on bladed disks dynamic analysis. *Tribology International*, 145, 106148. doi: 10.1016/j.triboint.2019.106148

[22] Fantetti, A., Tamatam, L. R., Volvert, M., Lawal, I., Liu, L., Salles, L., ... & Nowell, D. (2019). The impact of fretting wear on structural dynamics: Experiment and Simulation. *Tribology International*, 138, 111-124. doi: 10.1016/j.triboint.2019.05.023

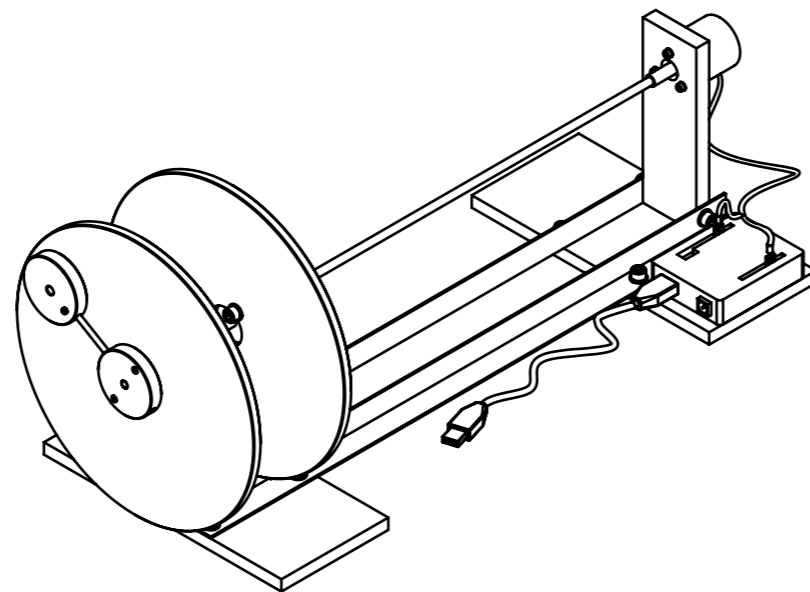
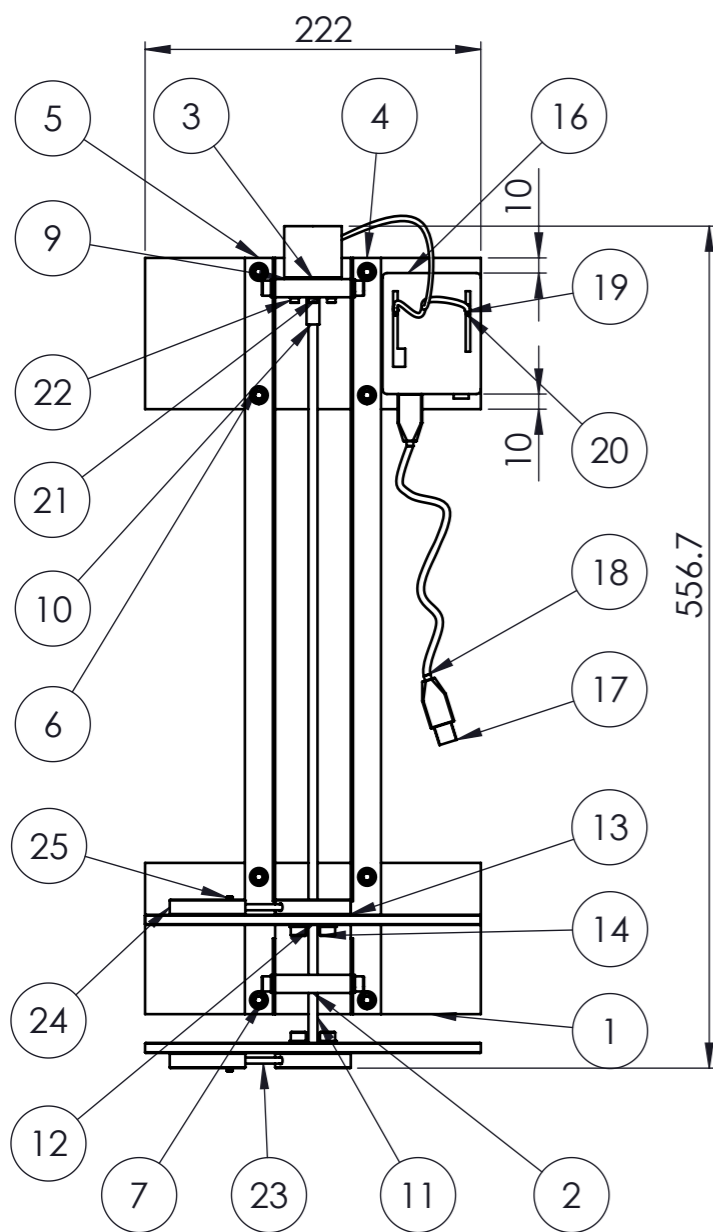
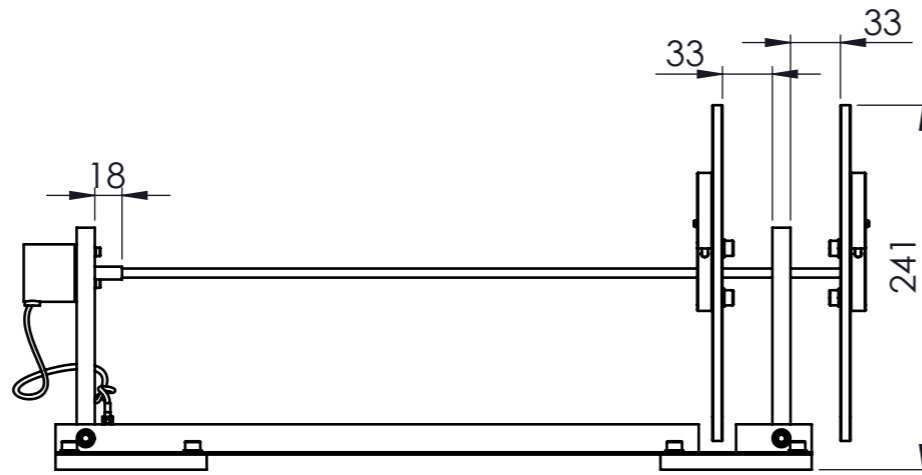
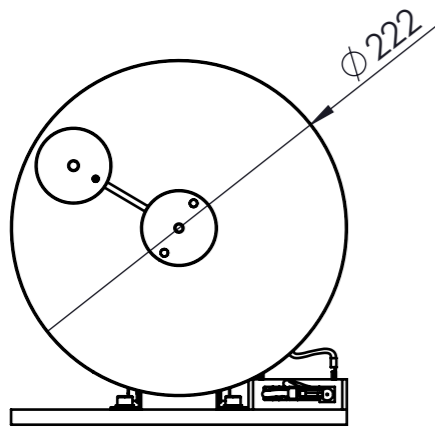
[23] Fantetti, A., & Schwingshackl, C. (2020, September). Effect of friction on the structural dynamics of built-up structures: an experimental study. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air* (Vol. 84232, p. V011T30A021). American Society of Mechanical Engineers. doi: 10.1115/1.0002722v

[24] Tubita, F. (2023). Modelling of friction contacts under dynamic loads with experimental comparison (Doctoral dissertation, Ecole Centrale de Lyon)

[25] Mihajlović, G., Gašić, M., Savković, M., Mitrović, S., & Tadić, B. (2017). Vibroplatform modeling with allowance for tribological aspects. *Journal of Friction and Wear*, 38, 184-189. doi: 10.3103/s1068366617030102

- [26] Vukelić, Đ., Todorovic, P., Simunovic, K., Miljojkovic, J., Simunovic, G., Budak, I., & Tadic, B. (2021). A novel method for determination of kinetic friction coefficient using inclined plane. *Tehnički vjesnik/ Technical Gazette*, 28(2), 447-455. doi: 10.17559/TV-20201101051835
- [27] Miljojković, J., Kočović, V., Luković, M., Živković, A., & Šimunović, K. (2022). Development of a modular didactic laboratory set for the experimental study of friction. *Tehnički vjesnik*, 29(1), 269-277. doi:10.17559/TV-2021092517104
- [28] Brown, P., & McPhee, J. (2016). A continuous velocity-based friction model for dynamics and control with physically meaningful parameters. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 11(5), 054502. doi: 10.1115/1.4033658
- [29] Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K. J., & Lischinsky, P. (1995). A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3), 419–425. doi:10.1109/9.376053
- [30] Piatkowski, T., & Wolski, M. (2018). Analysis of selected friction properties with the Froude pendulum as an example. *Mechanism and Machine Theory*, 119, 37–50. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2017
- [31] Wojtyra, M. (2017). Comparison of two versions of the LuGre model under conditions of varying normal force. In *ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics*, Prague, Czech Republic. pp. 10
- [32] Brzakovic, L., Kočović, V., Mitrovic, S., Busarac, N., & Tadic, B. (2022). A method for determination of kinetic friction coefficient under dynamic loading conditions. *Romanian Journal of Physics*.
- [33] Pagonis, V., Guerra, D., Chauduri, S., Hornbecker, B., & Smith, N. (1997). Effects of air resistance. *The Physics Teacher*, 35(6), 364-368. doi: 10.1119/1.2344721
- [34] Brzakovic, L., Milovanovic, V., Kocovic, V., Simunovic, G., Vukelic, D., & Tadic, B. (2022). Relation between kinetic friction coefficient and angular acceleration during motion initiated by dynamic impact force. *Tehnički vjesnik*, 29(5), 1622-1628. doi: 10.17559/TV-20220408155435
- [35] Brzaković, L. D. (2022). Razvoj metode za određivanje kinematskog koeficijenta trenja dinamički opterećenih kontakata. (Doktorska disertacija, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet inženjerskih nauka)

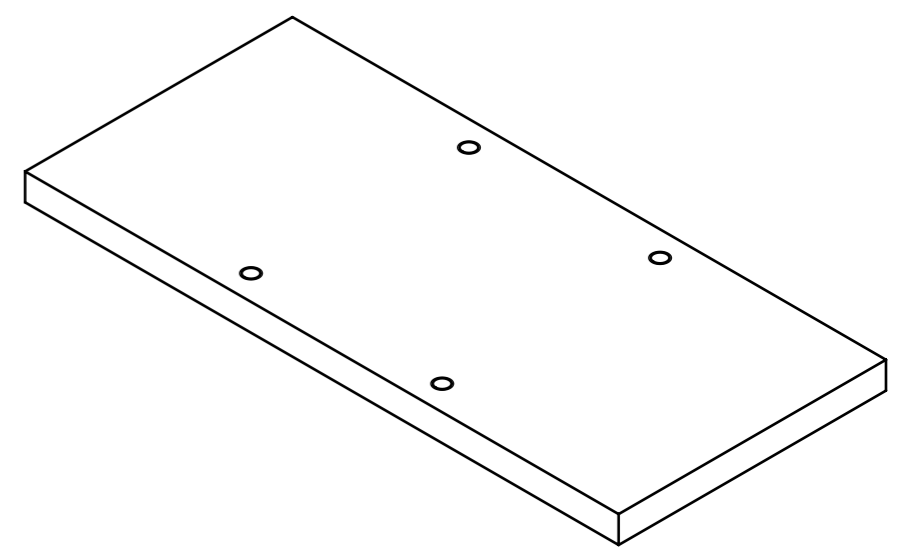
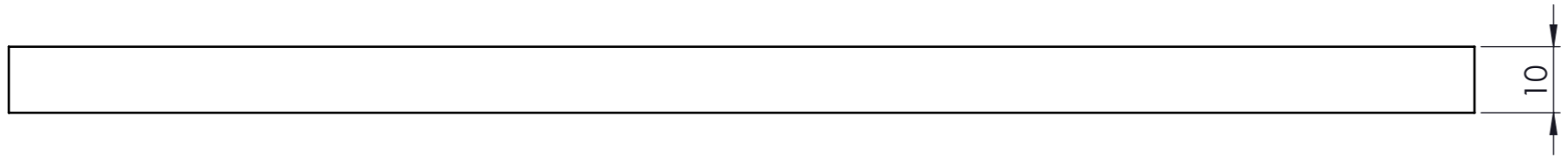
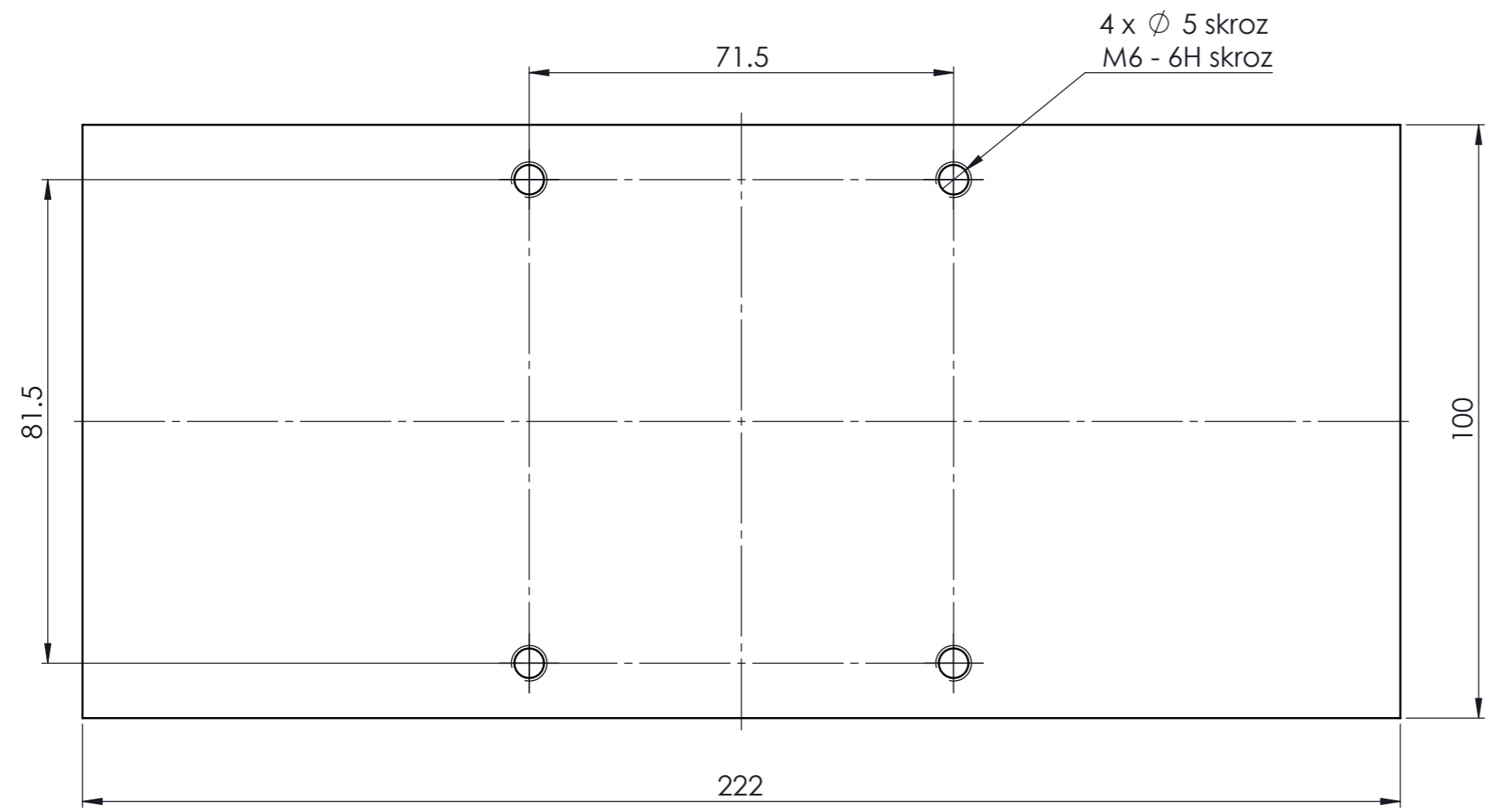
Прилог 2 - Техничка документација техничког решења



POZ.	NAZIV	OPIS	KOM.
1	Stopa uređaja	Crtež br. 02	2
2	Vertikalni nosac uređaja	Crtež br. 03	1
3	Vertikalni nosac enkodera uređaja	Crtež br. 04	1
4	L profil 20x20x1.5 desni	Crtež br. 05	1
5	L profil 20x20x1.5 levi	Crtež br. 06	1
6	Spring washer DIN 128 - A6	Prosečena podloška za M6	16
7	DIN 912 M6 x 10 --- 10S	Vijak u kvalitetu 8.8	12
8	DIN 625 - 626 - Full,DE,AC,Full_68	Ležaj 19x6x6	1
9	Rotary encoder LPD3806-600BM-G5-24C	Enkoder	1
10	Elastična spojnica	Crtež br. 07	1
11	Osovina uređaja	Crtež br. 08	1
12	Celicni disk uređaja	Crtež br. 09	2
13	Fiksator celicnog diska	Crtež br. 10	2
14	DIN 912 M6 x 16 --- 16S	Vijak u kvalitetu 8.8	4
15	DIN 916 - M5 x 16-S	Vijak u kvalitetu 8.8	2
16	Arduino ploca u kucistu	Gotov kupovni element	1
17	USB prikljucak	Gotov kupovni element	2
18	Kabl USB-a	Gotov kupovni element	1
19	Kabl Rotary encoder-a	Gotov kupovni element	1
20	Buksna	Gotov kupovni element	2
21	Spring washer DIN 128 - A3	Prosečena podloška za M3	3
22	DIN 912 M3 x 20 --- 20S	Vijak u kvalitetu 8.8	3
23	Sipkica tega diska	Crtež br. 11	2
24	Teg diska	Crtež br. 12	2
25	DIN 916 - M4 x 5-S	Vijak u kvalitetu 8.8	2

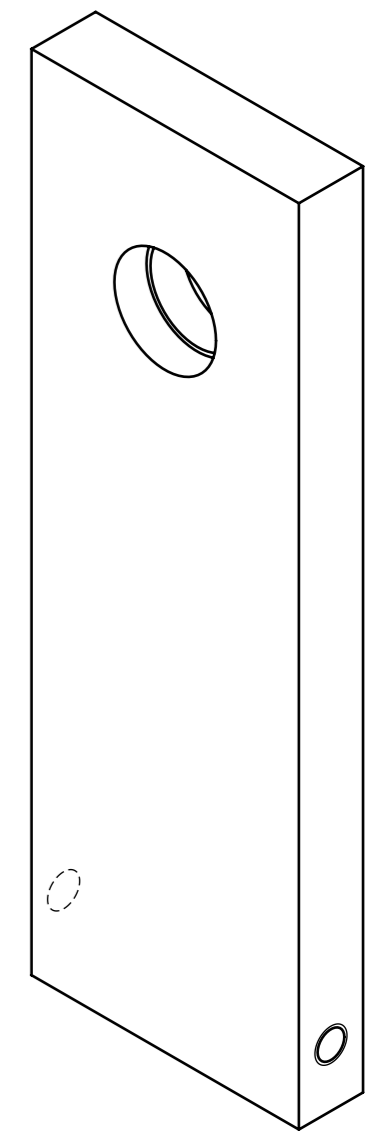
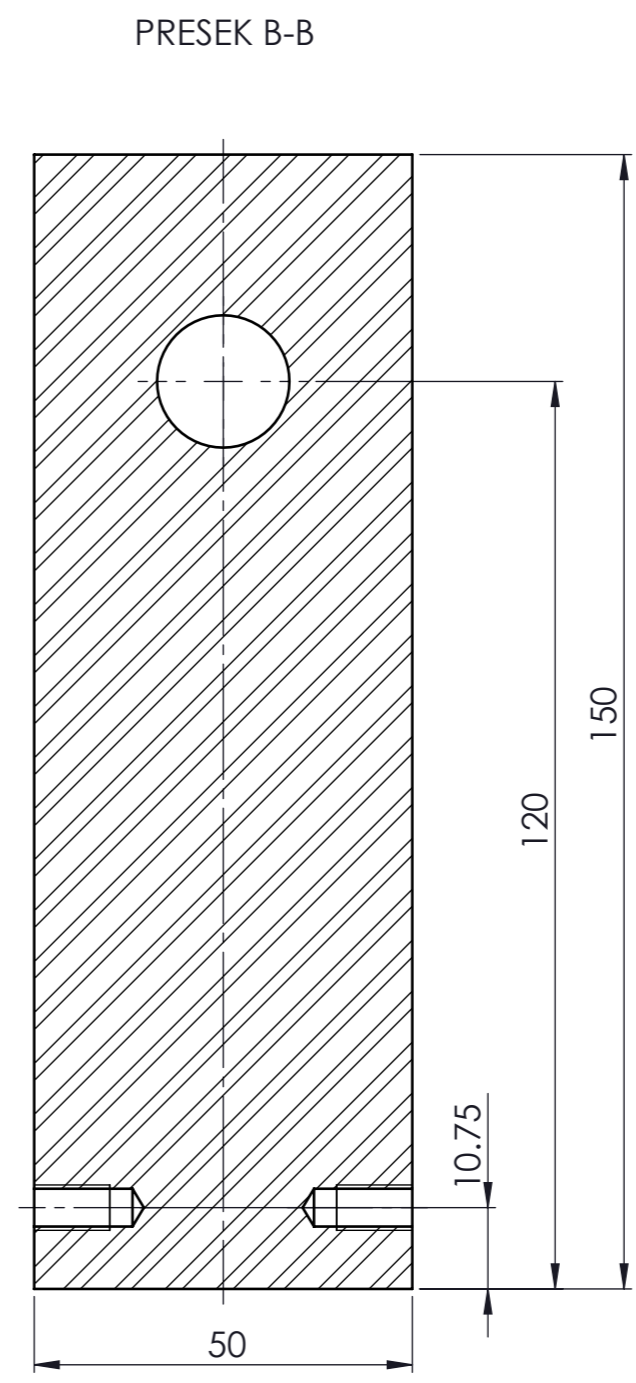
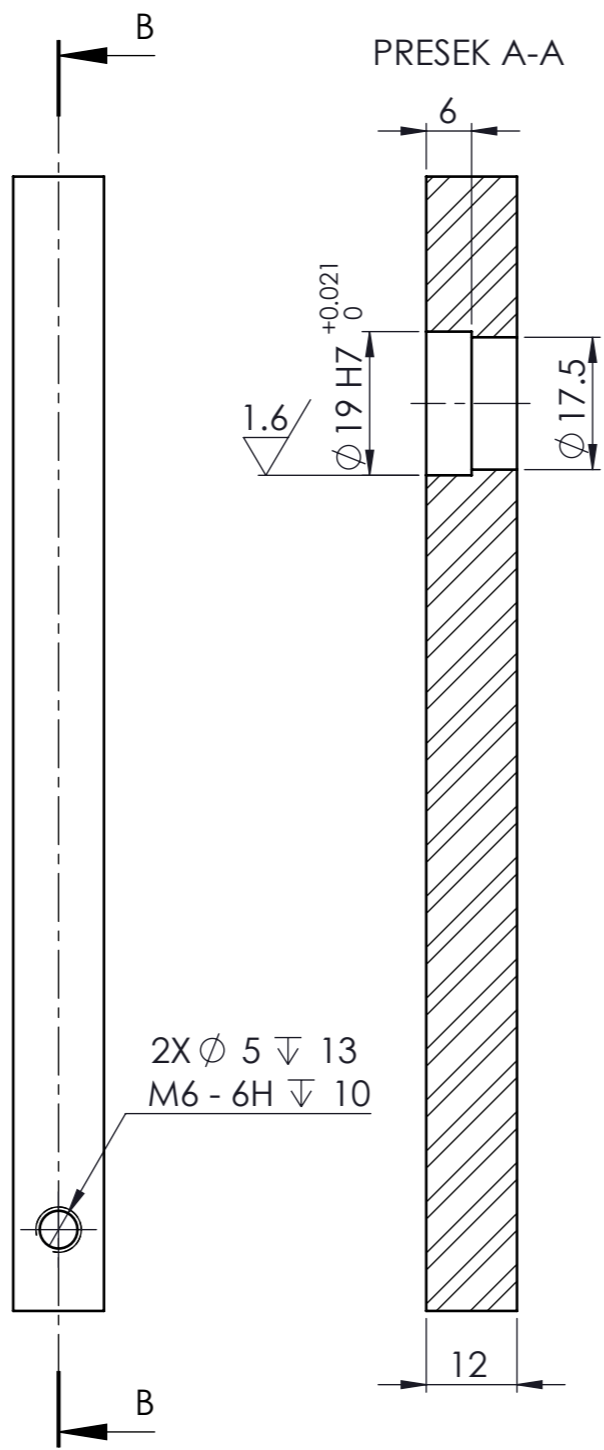
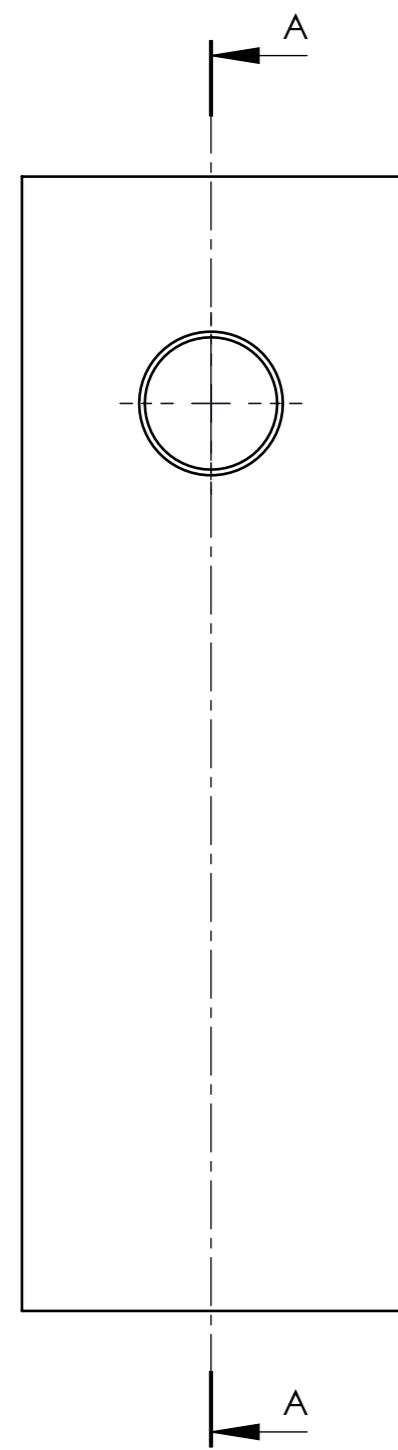
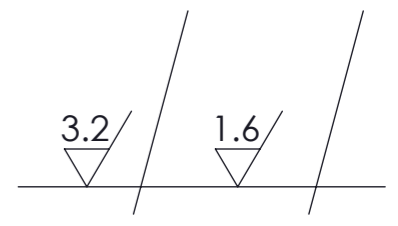
Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada			
				Datum			Ime i prezime			
				Projek.			Potpis			
				Stand.			Materijal			
				Overio			Dimenzije			
				Merilo			Br. crteža		Br. sklopa	Br. kom.
				1:5			01		1000	1
R. br.				Izmena			Datum			Mašina
										Tribometar za dinamička ispitivanja
										A3

Sklopni crtež uređaja



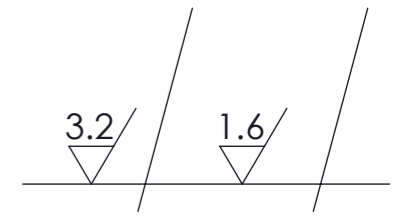
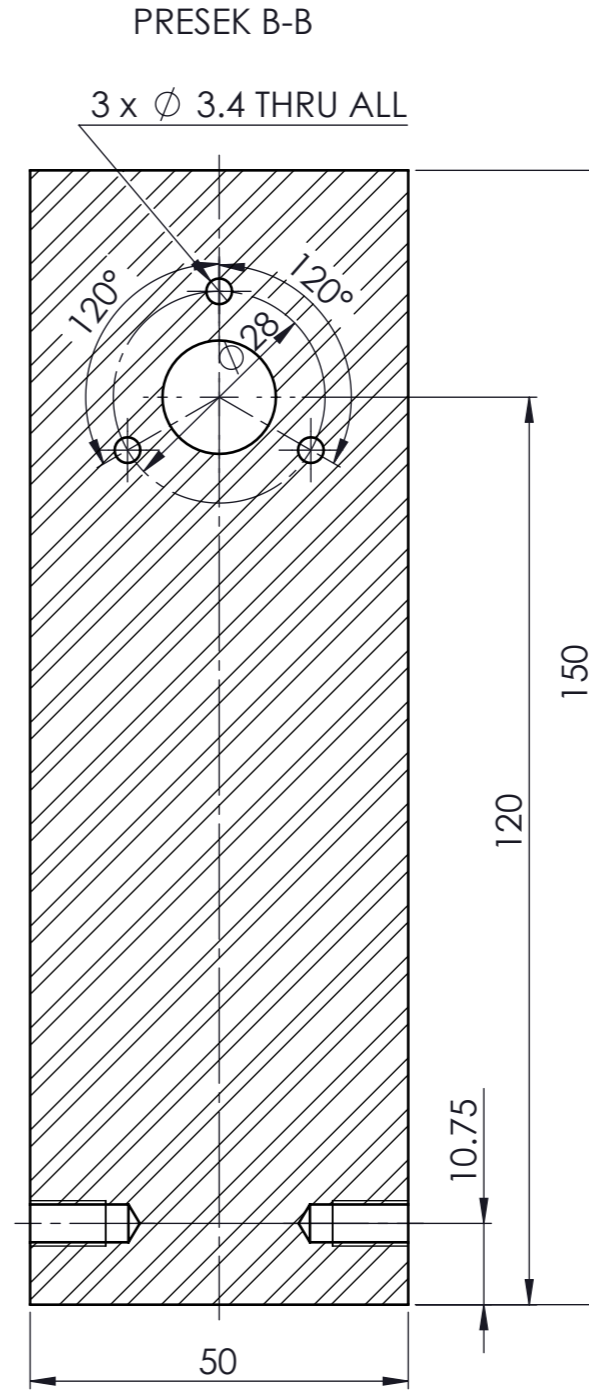
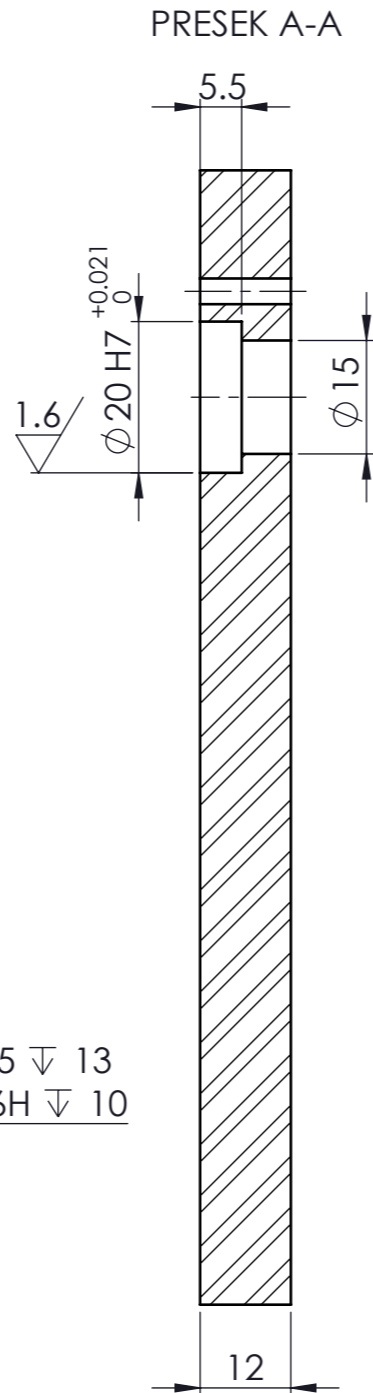
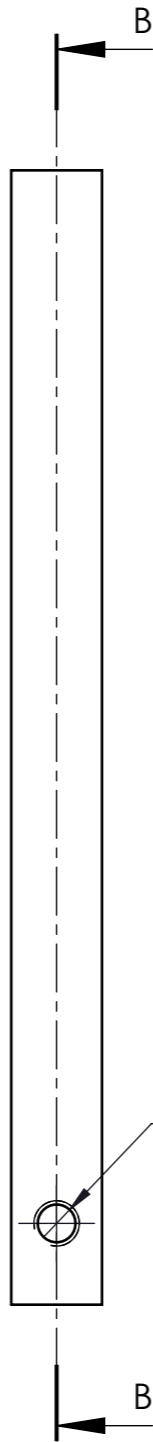
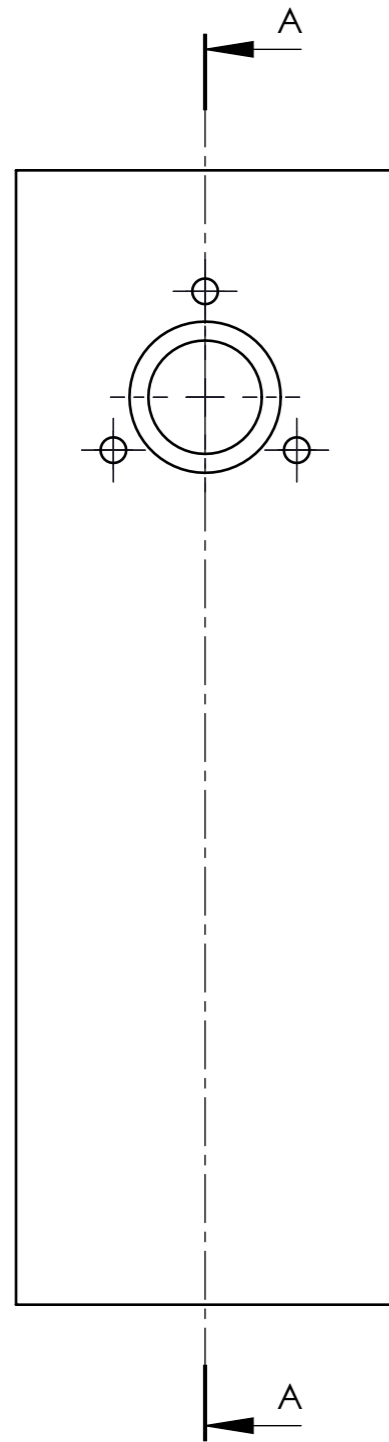
NAPOMENA: Sve oštre ivice oborene 0,5/45°

Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada			
					Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal AlMg4,5Mn		
				Projek.				Dimenzije		
				Stand.						
				Overio						
				Merilo	Naziv			Br.crteža	Br.sklopa	Br.kom.
				1:1	Stopa uređaja			02	1000	2
R. br.	Izmena	Datum	Potpis						Mašina	A3
									Tribometar za dinamička ispitivanja	

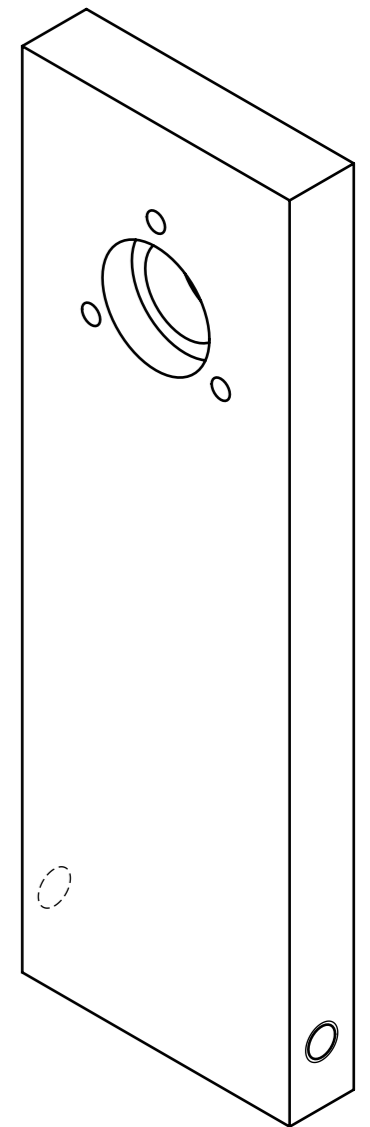


NAPOMENA: Sve oštre ivice oborene 0,5/45°.
Prečnik kućišta ležaja (otvor $\phi 19H7$) prilagoditi prečniku ispitivanog ležaja.

Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada			
				Projek.	Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal AlMg4,5Mn		
				Stand.				Dimenzije		
				Overio						
				Merilo	Naziv			Br. crteža	Br. sklopa	Br. kom.
				1:1	Vertikalni nosač uređaja			03	1000	1
R. br.	Izmena	Datum	Potpis					Mašina		A3
							Tribometar za dinamička ispitivanja			



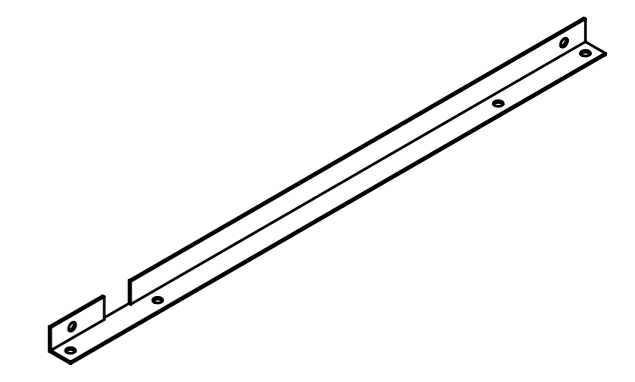
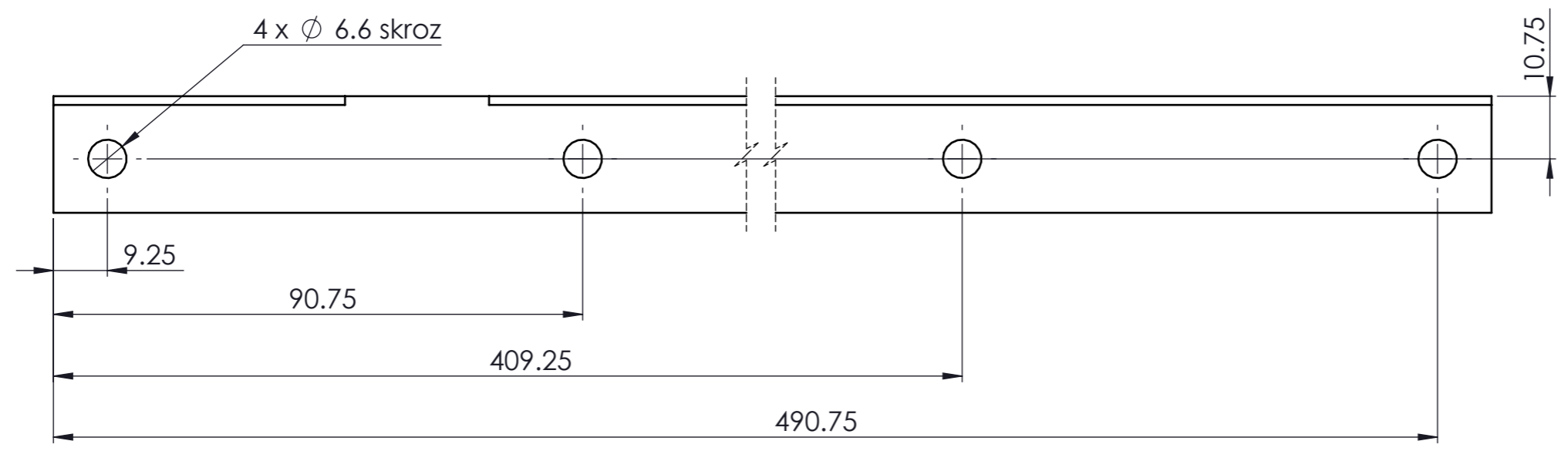
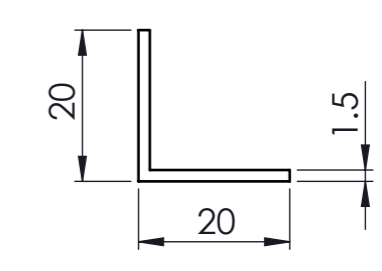
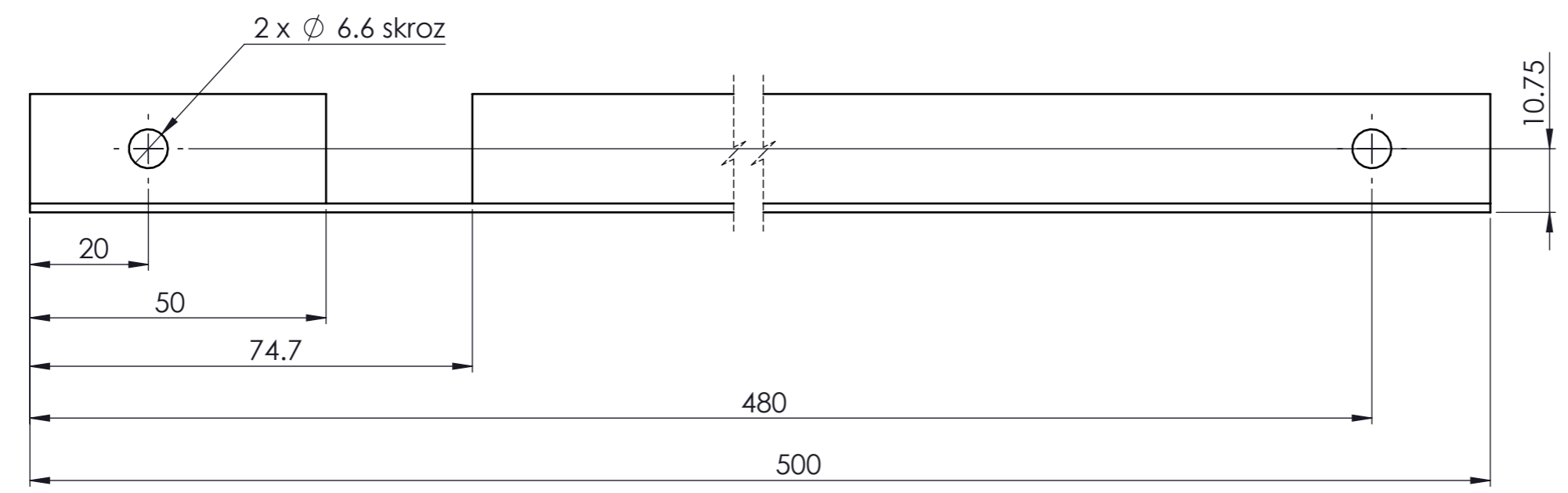
2x $\phi 5 \nabla 13$
M6 - 6H $\nabla 10$



NAPOMENA: Sve oštre ivice oborene 0,5/45°

Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada			
				Projek.	Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal		
				Stand.				AlMg4,5Mn		
				Overio				Dimenzije		
				Merilo	Naziv			Br. crteža	Br. sklopa	Br. kom.
				1:1	Vertikalni nosač enkodera uređaja			04	1000	1
R. br.	Izmena	Datum	Potpis					Mašina	A3	
								Tribometar za dinamička ispitivanja		

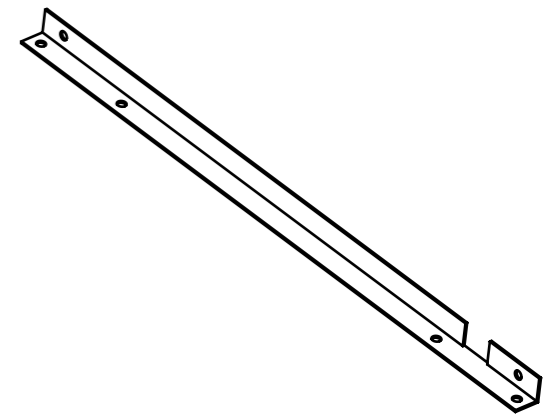
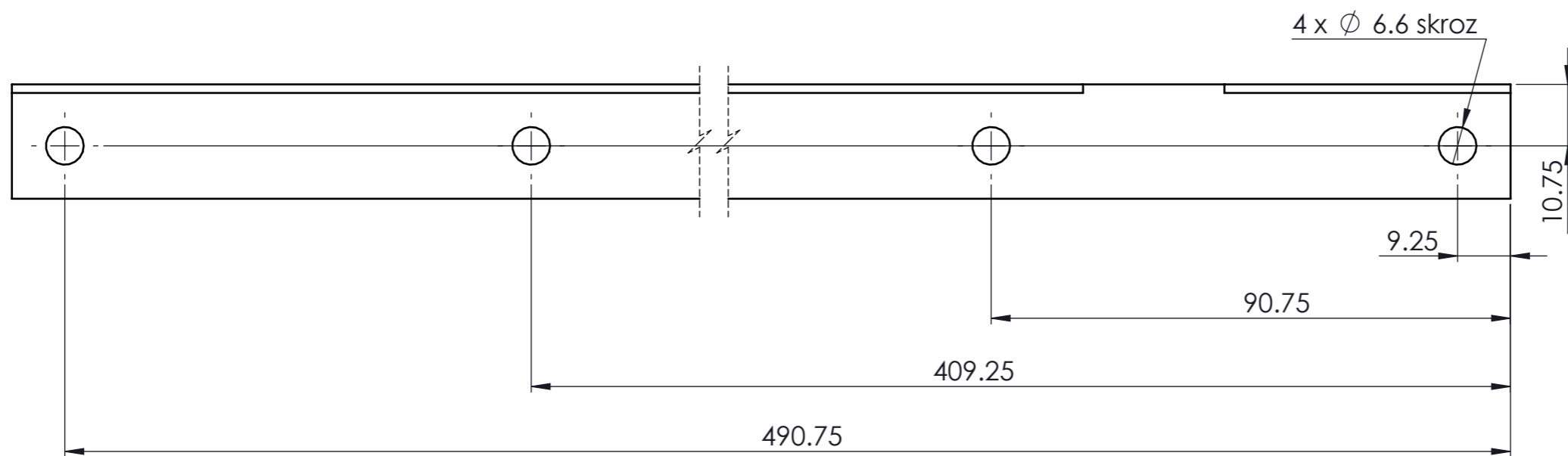
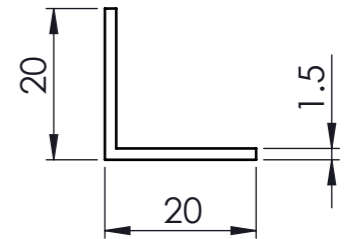
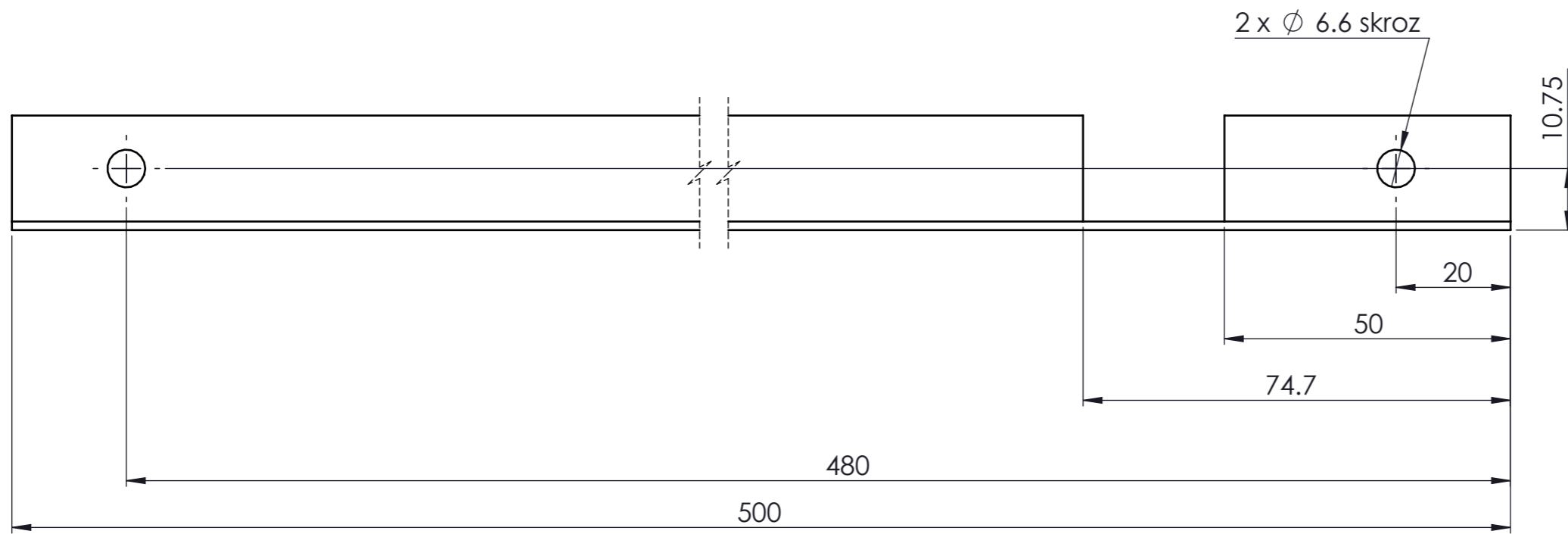
3.2/



NAPOMENA: Sve oštre ivice oborene 0,5/45°

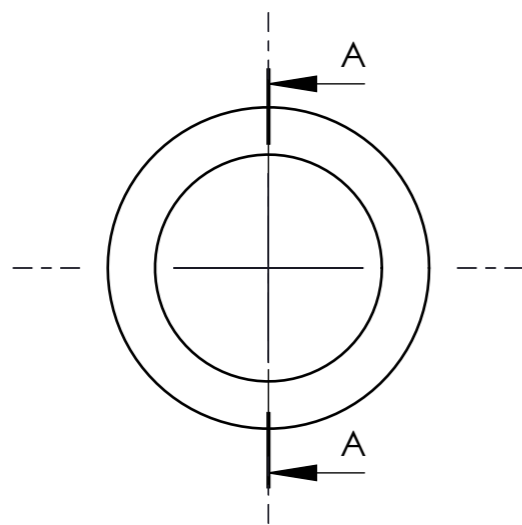
Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada			
					Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal AlMg4,5Mn		
				Projek.				Dimenzije		
				Stand.						
				Overio						
				Merilo	Naziv			Br. crteža	Br. sklopa	Br. kom.
				1:1	"L" profil 20x20x1,5 (desni)			05	1000	1
R. br.	Izmena	Datum	Potpis					Mašina		A3
							Tribometar za dinamička ispitivanja			

3.2/

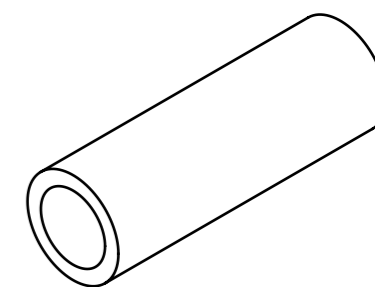
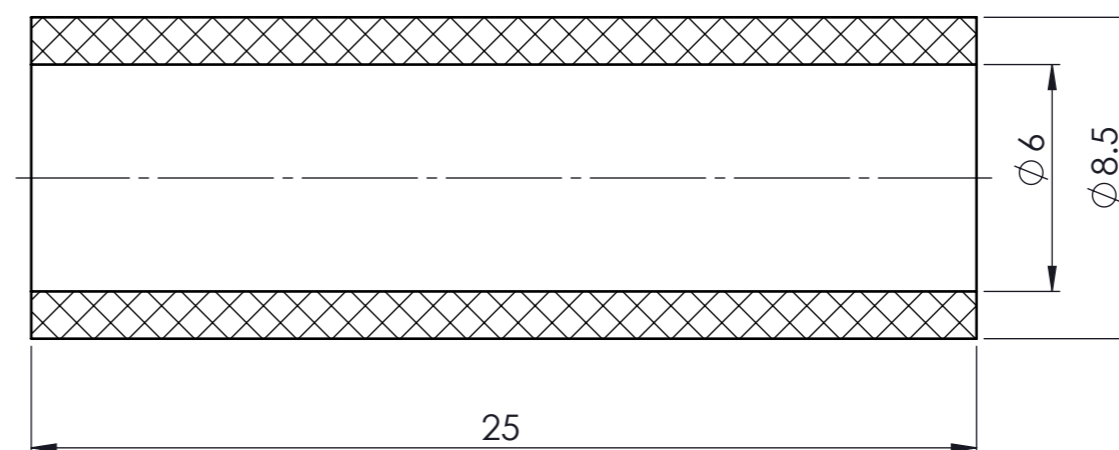


NAPOMENA: Sve oštre ivice oborene 0,5/45°

Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada		
				Projek.	Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal AlMg4,5Mn	
				Stand.				Dimenzije	
				Overio				Br. crteža 06	
				Merilo	Naziv			Br. sklopa 1000	Br. kom. 1
R. br.	Izmena	Datum	Potpis	1:1	"L" profil 20x20x1,5 levi			Mašina Tribometar za dinamička ispitivanja	
									A3

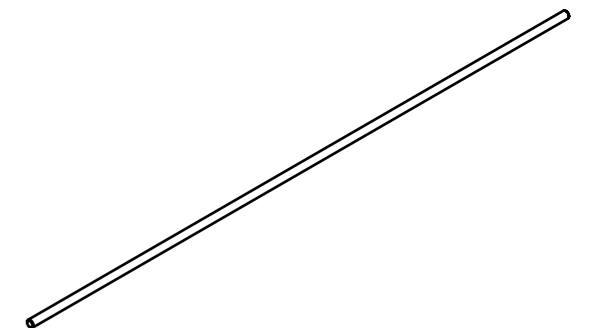
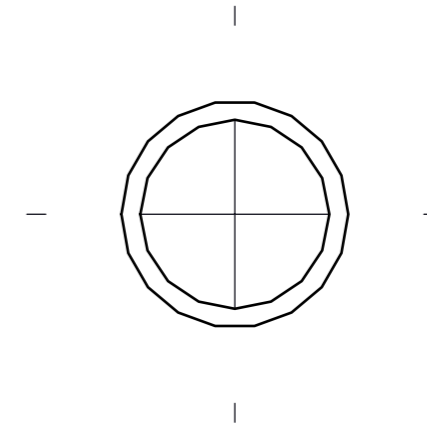
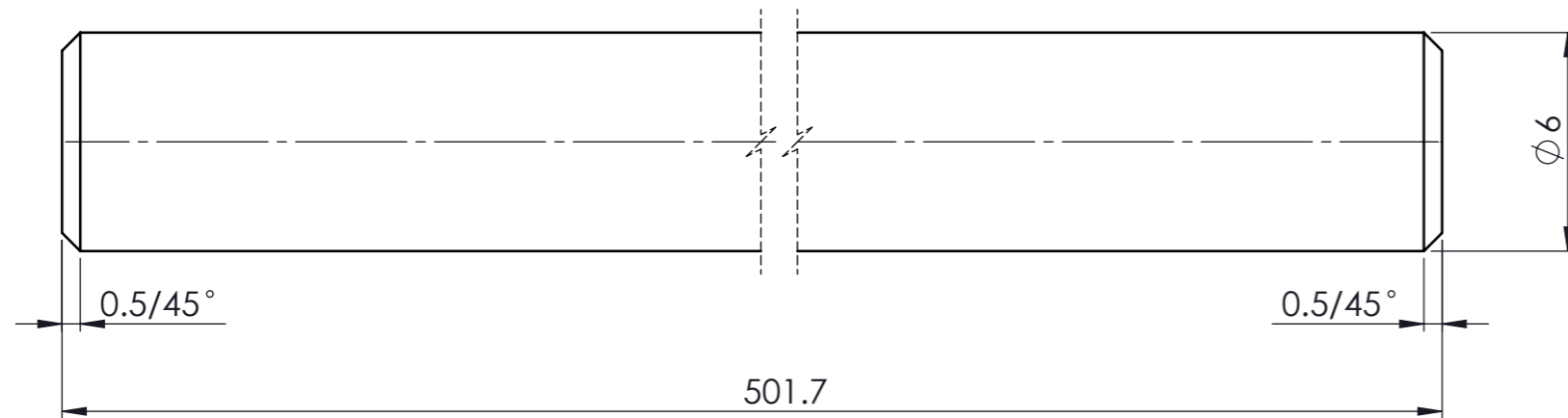


PRESEK A-A
RAZMERA 5 : 1

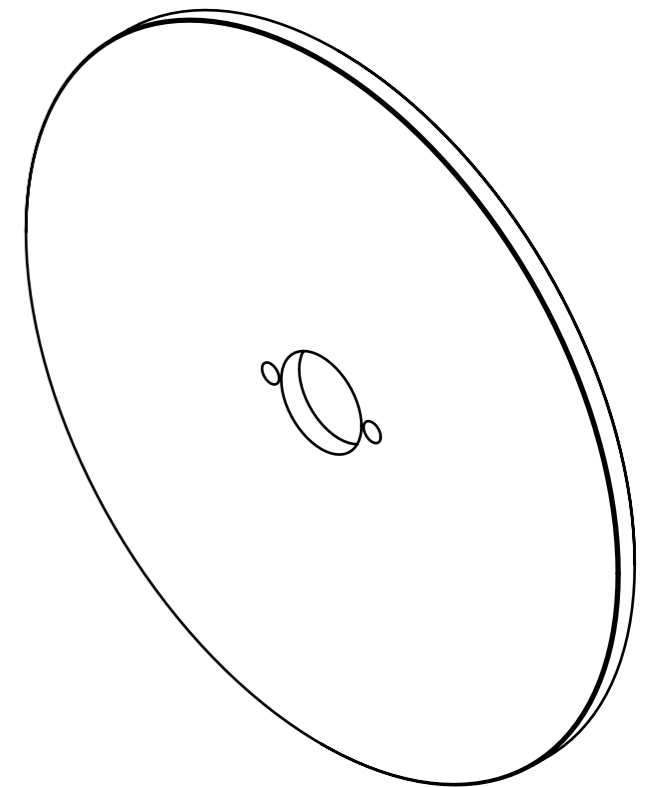
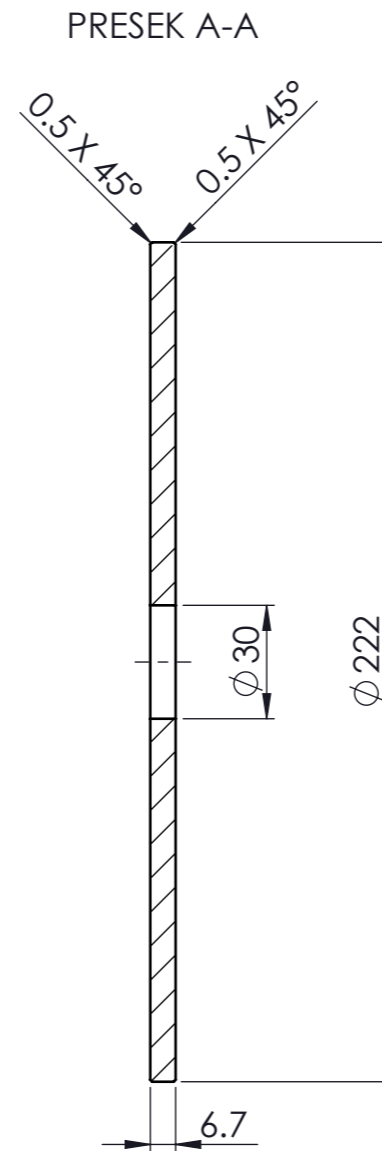
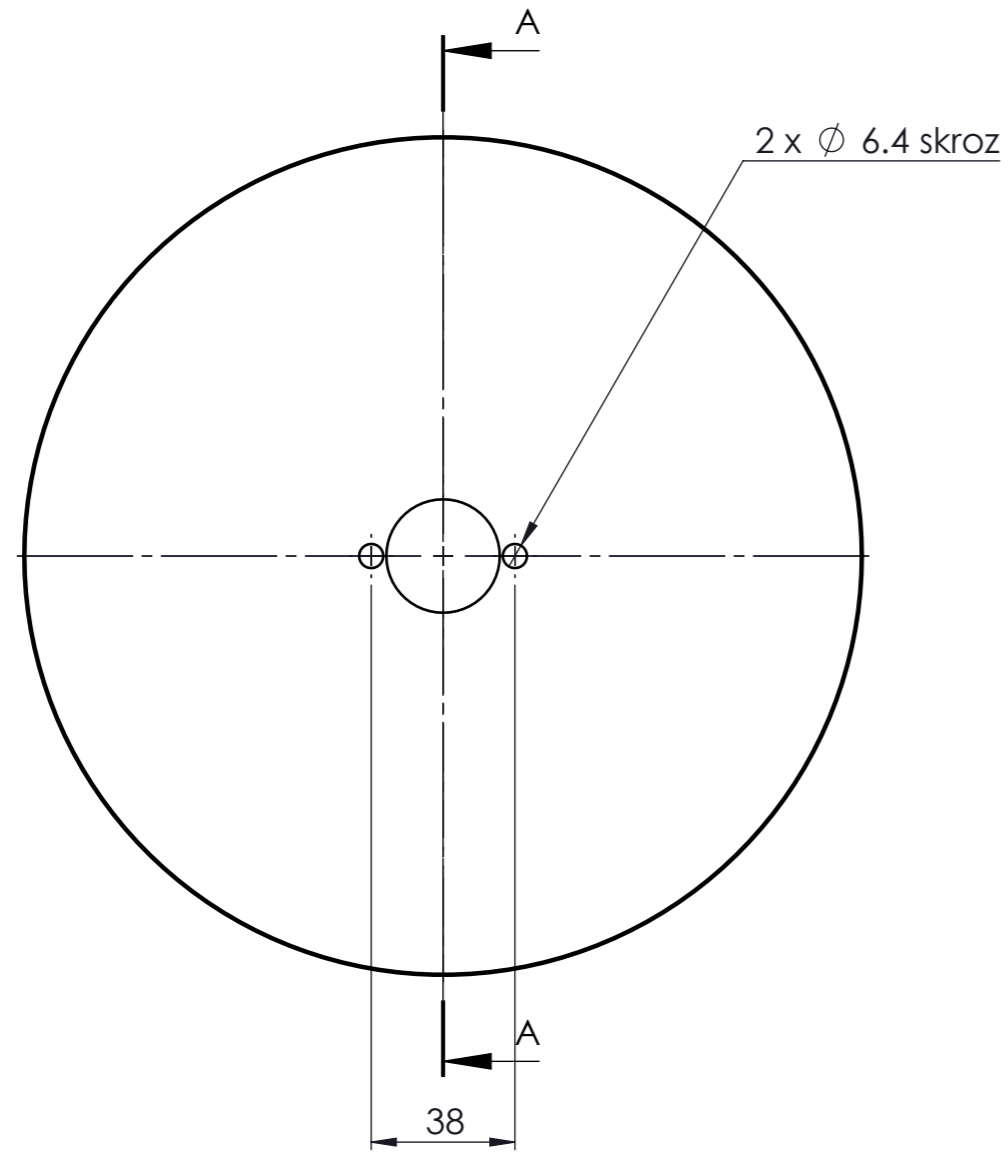


Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada			
				Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal PVC			
				Projek.			Dimenzije			
				Stand.						
				Overio						
				Merilo	Naziv			Br. crteža	Br. sklopa	Br. kom.
				5:1	Elastična spojnica			07	1000	1
R. br.	Izmena	Datum	Potpis	Mašina						A3
				Tribometar za dinamička ispitivanja						

1.6

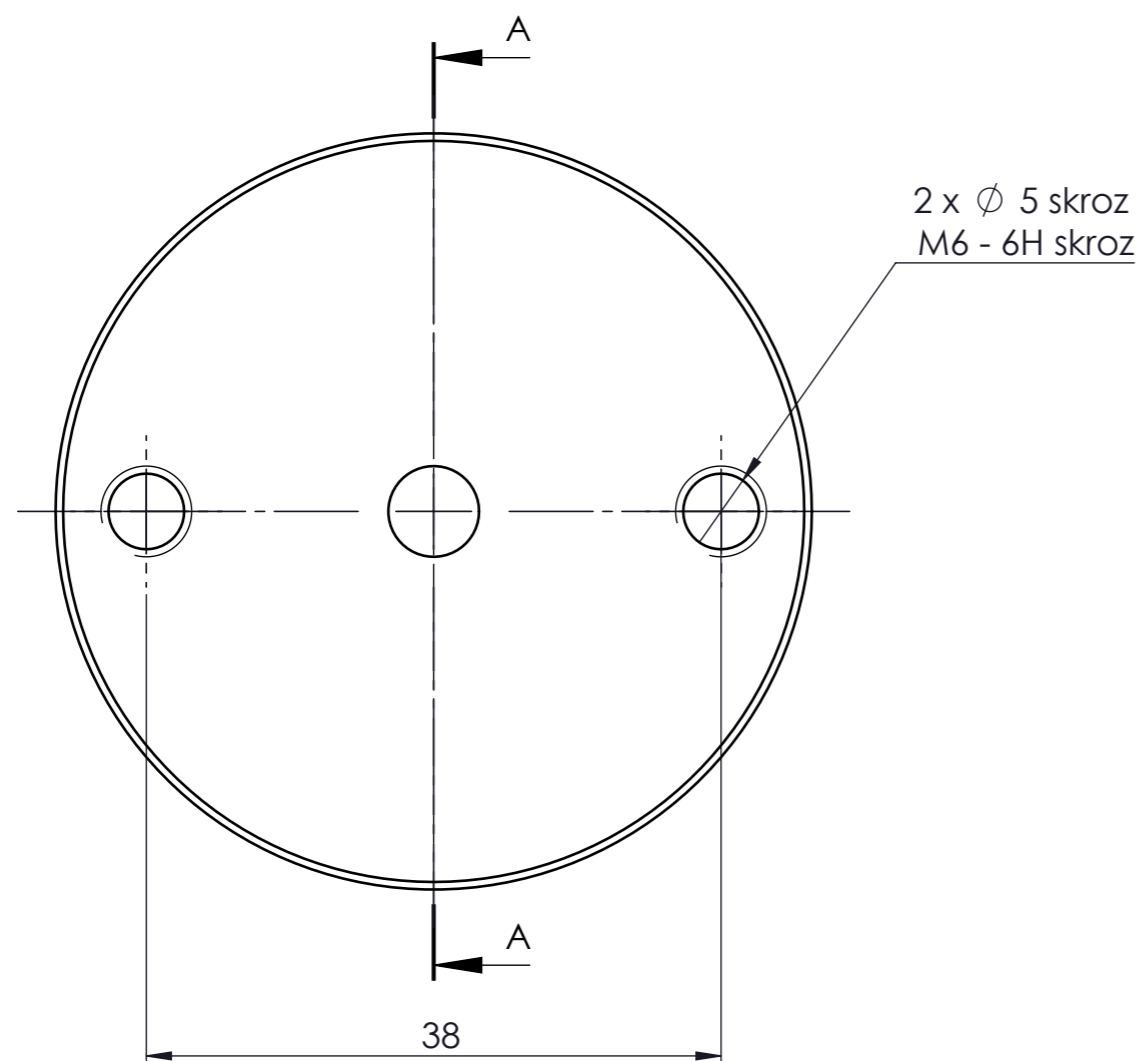


Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada			
				Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal X5 CrNi 18-9 (Č.4580)			
				Projek.			Dimenzije			
				Stand.						
				Overio						
				Merilo	Naziv		Br. crteža	Br. sklopa	Br. kom.	
				5:1	Osovina uređaja		08	1000	1	
R. br.	Izmena	Datum	Potpis						Mašina	A3
									Tribometar za dinamička ispitivanja	

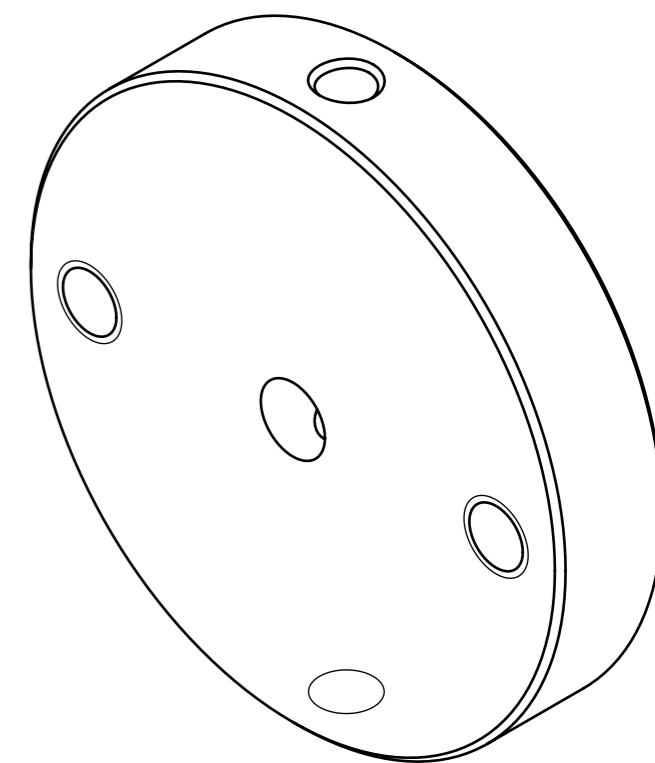
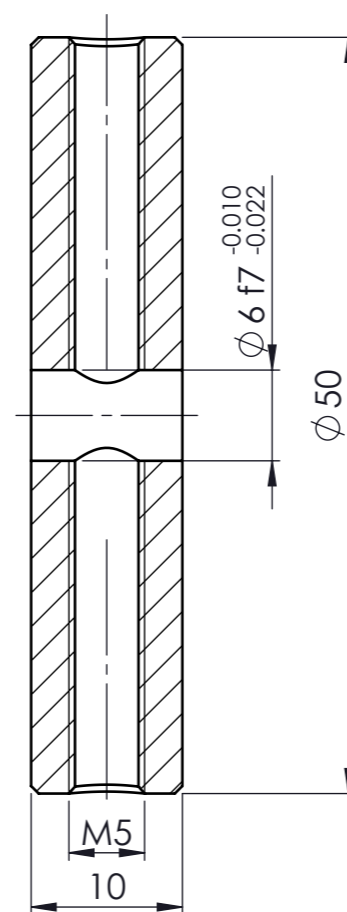


Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada			
				Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal DIN R St 36-2 (C.0361)			
				Projek.			Dimenzije			
				Stand.						
				Overio						
				Merilo	Naziv			Br. crteža	Br. sklopa	Br. kom.
				1:2	Čelični disk uređaja			09	1000	2
R. br.	Izmena	Datum	Potpis						Mašina	A3
								Tribometar za dinamička ispitivanja		

1.6/



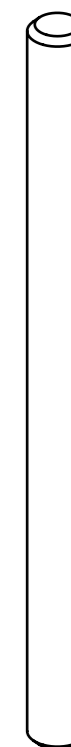
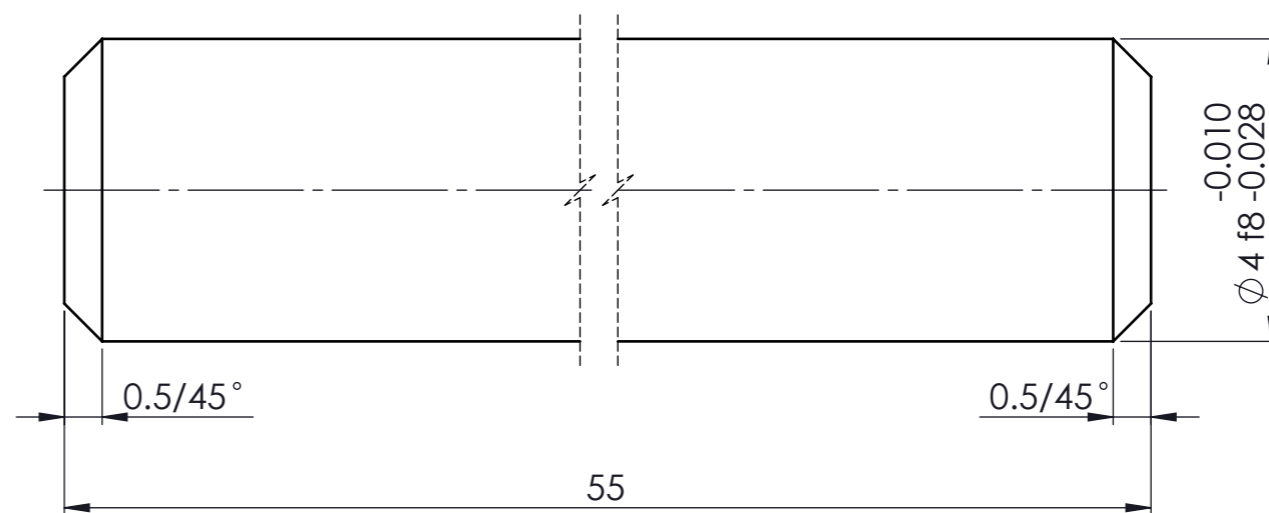
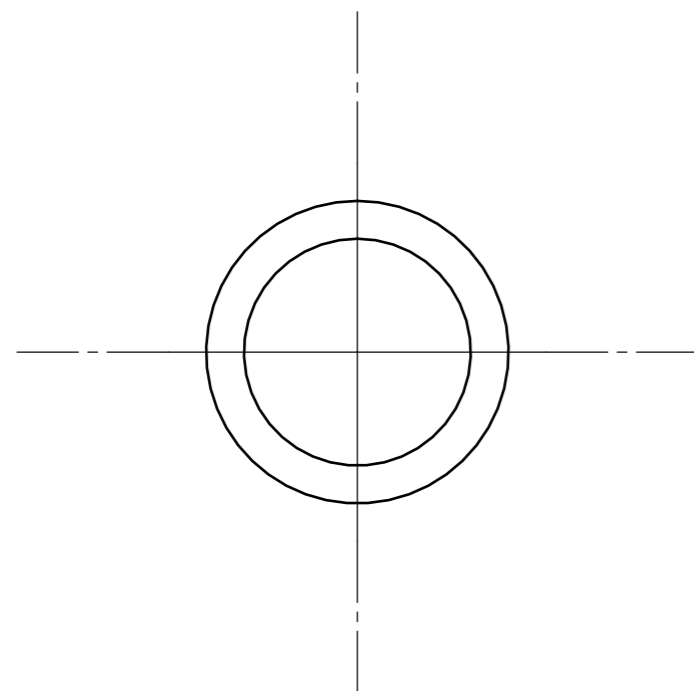
PRESEK A-A



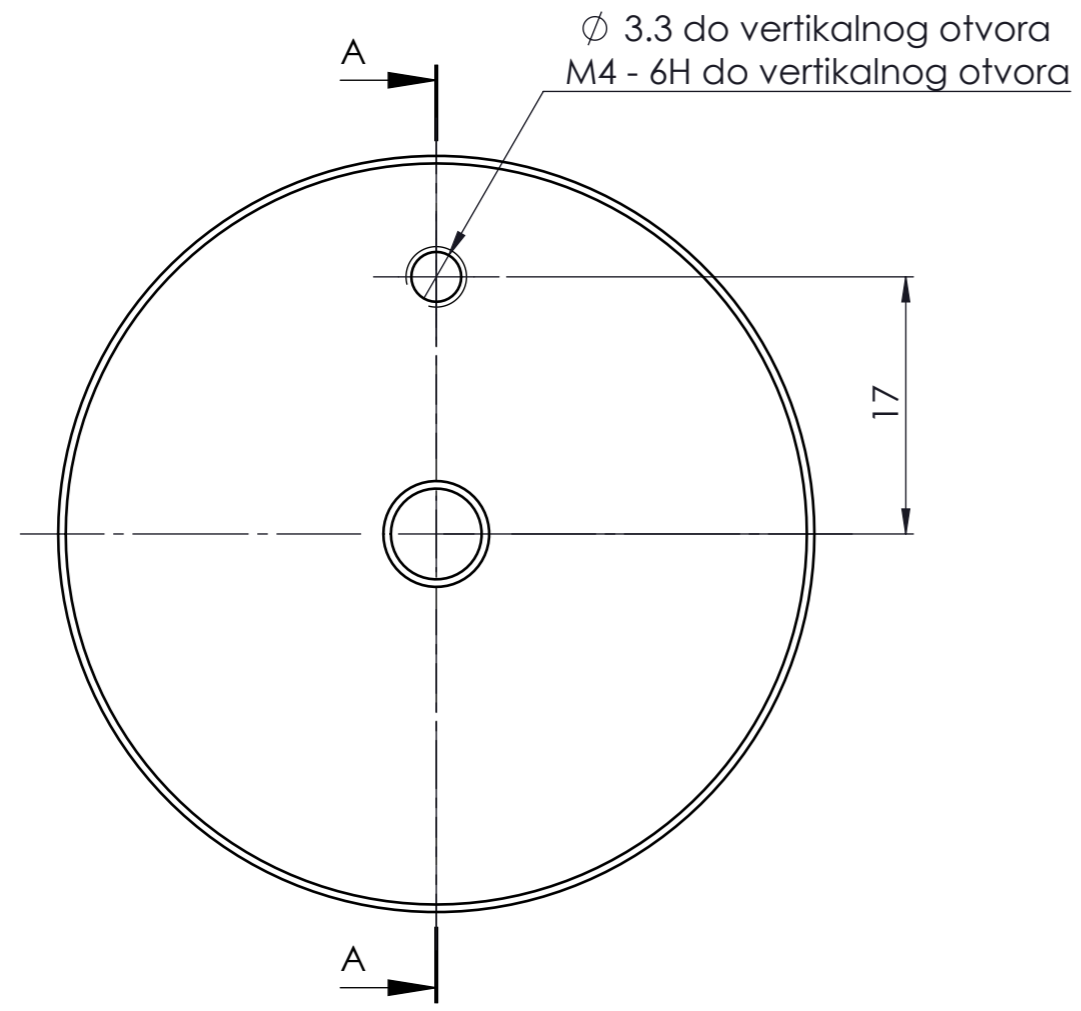
NAPOMENA: Sve oštre ivice oborene 0,5/45°

Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada		
				Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal	X5 CrNi 18-9 (Č.4580)	
				Projek.			Dimenzije		
				Stand.					
				Overio					
				Merilo	Naziv		Br. crteža	Br. sklopa	Br. kom.
				2:1	Fiksator čeličnog diska		10	1000	2
R. br.	Izmena	Datum	Potpis				Mašina	A3	
							Tribometar za dinamička ispitivanja		

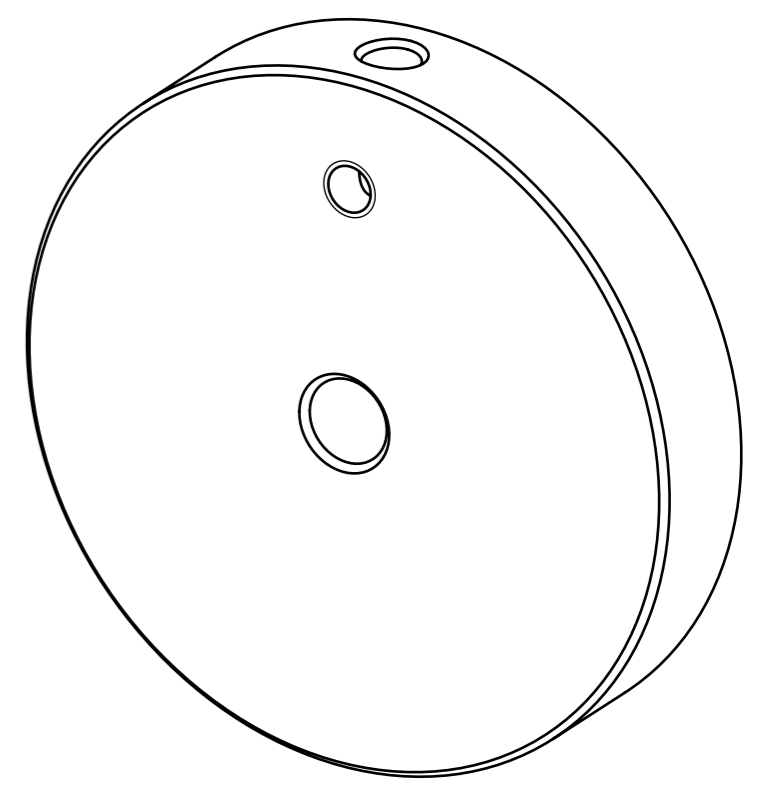
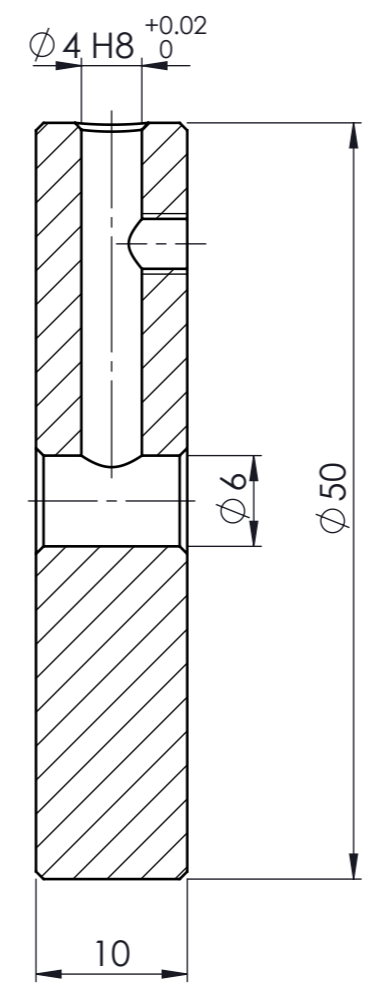
1.6/



Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada		
				Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal X5 CrNi 18-9 (Č.4580)		
				Projek.			Dimenzije		
				Stand.					
				Overio			Br. crteža 11		
				Merilo	Naziv		Br. sklopa 1000	Br. kom. 2	
				10:1	Šipkica tega diska		Mašina Tribometar za dinamička ispitivanja		
R. br.	Izmena	Datum	Potpis				A3		



PRESEK A-A



NAPOMENA: Sve oštre ivice oborene 0,5/45°

Tolerancija slobodnih mera JUS ISO 2768-m				Klasa površinske hrapavosti			Termička obrada		
				Datum	Ime i prezime	Potpis	Materijal	X5 CrNi 18-9 (Č.4580)	
				Projek.			Dimenzije		
				Stand.					
				Overio					
				Merilo	Naziv		Br. crteža	Br. sklopa	Br. kom.
				2:1	Teg diska		12	1000	2
R. br.	Izmena	Datum	Potpis				Mašina		A3
							Tribometar za dinamička ispitivanja		