

PRIMENA METODE ANALOG SLIVA ZA TRANSFORMACIJU VREDNOSTI VELIKIH VODA

Vladimir Mandić*, Slobodan Kolaković**

* *Fakultet za mašinstvo i građevinarstvo u Kraljevu Univerziteta u Kragujevcu, Dositejeva 19, 36000 Kraljevo
mandic.v@mfkv.kg.ac.rs, ORCID: 0000-0003-3529-171X*

** *Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 6, 21102 Novi Sad, kolakovic.s@uns.ac.rs, ORCID: 0000-0002-9859-9669*

REZIME

Proračun velikih voda na profilima gde ne postoje kontinuirana merenja protoka predstavlja jedan od najvećih izazova u hidrološkoj praksi. Ovaj rad analizira metodologiju određivanja maskimalnih protoka na reci Jablanici za potrebe izgradnje postrojenja za prečišćavanje otpadnih voda (PPOV) Medveda. Specifičnost istraživanja leži u primeni metode Analog sliva na profilu koji nalazi između dve aktivne vodomerne stanice – Sijarinska Banja i Pečenjevce. Fokus rada je u inovativnom pristupu određivanja eksponencijalnog koeficijenta u jednačini analog sliva putem regionalne analize sinhronizovanih pikova poplavnih talasa. Rezultati ukazuju na visoku pouzdanost transformacije podataka primenom metode analog sliva, čime se potvrđuje primenljivost analiziranog modela u hidrološkoj praksi.

KLJUČNE REČI: Analog sliv, Velike vode, Medveda

APPLICATION OF THE ANALOGOUS CATCHMENT METHOD IN FLOOD FLOW ESTIMATION

ABSTRACT

The estimation of flood flows at profiles where continuous discharge measurements do not exist represents one of the greatest challenges in hydrological practice. This paper analyzes the methodology for determining maximum discharges on the Jablanica River for the purposes of constructing the Medveda Wastewater Treatment Plant (WWTP). The specificity of the research lies in the application of the analogous catchment method at a profile located between two active gauging stations – Sijarinska Banja and Pečenjevce. The focus of the paper is an innovative approach to determining the exponential coefficient in the analogous catchment equation through regional analysis of synchronized flood wave peaks. The results indicate a high reliability of data transformation using the analogous catchment method, thereby confirming the applicability of the analyzed model in hydrological practice.

KEY WORDS: Analogus catchment, Flood flows, Medvedja

UVOD

Proračun merodavnih velikih voda je neophodan korak u projektovanju svih hidrotehničkih objekata, a posebno onih koji se nalaze u neposrednoj blizini rečnih korita. Lokacija planiranog PPOV Medveđa nalazi se na desnoj obali Jablanice, u severoistočnom delu naselja. Osnovni problem sa kojim se projektanti suočavaju na ovoj lokaciji je nedostatak mernih uređaja na samom profilu ispusta, što onemogućava direktnu primenu statističkih metoda na merni niz.

Reka Jablanica je u svom toku relativno dobro izučena, sa vodomernim stanicama Sijarinska Banja, koja se nalazi uzvodno, i Pečenjevce, koja se nalazi nizvodno. Profil PPOV Medveđa se nalazi u međuzoni, a analiza fizičko-geografskih karakteristika ukazuje na to da je sliv do Sijarinske Banje hidrološki veoma sličan slivu do profila Medveđa. Zbog toga se u radu postavlja teza da se podaci sa ove stanice mogu uspešno transformisati na profil PPOV primenom modela analog sliva, uz uslov preciznog određivanja koeficijenta transformacije.

METODE

Metod analog sliva

Metoda analog sliva je široko primenjivana u hidrološkoj praksi i počiva na sonovnoj pretpostavci da su dva sliva međusobno slična u hidrološkom smislu. Šta se podrazumeva pod navedenom pretpostavkom? Pod hidrološki sličnim slivovima se podrazumeva da dva analizirana sliva imaju slične fizičke parametre sliva (prosečnu nadmorsku visinu, pad sliva, uravnati pad, dužinu tečenja u toku i slično), koji su srazmerni međusobnom odnosu površina slivova, kao i da na ta dva sliva vladaju hidrološki slični uslovi oticaja (da je sličan vegetacioni pokrivač, obrada zemljišta, hidrološke grupe zemljišta i slično) (Jovanović i Radić, 1990).

Ukoliko je zadovoljena osnovna pretpostavka o hidrološkoj sličnosti dva sliva, jednog za čiji izlazni profil postoje kontinuirani podaci merenja proticaja (hidrološki izučeni) i jedan sliv za koji ne postoje podaci merenja (hidrološki neizučeni), primenom metode analog sliva moguće je izvršiti transformaciju rezultata proračuna velikih voda sa izučenog na neizučeni profil. Osnovna jednačina kojom se vrši prenos podataka sa izučenog na neizučeni profil glasi:

$$Q_i = \left(\frac{F_i}{F}\right)^a * Q \quad (1)$$

gde je:

Q_i – nepoznata vrednost proticaja koja se određuje transformacijom poznate vrednosti Q , F_i – površina neizučenog sliva za koji se vrši transformacija protoka, F – površina izučenog sliva sa koga se vrši transformacija podataka, a – koeficijent koji predstavlja odnos vremena hidroloških odziva analizirana dva sliva, kao i odnos akumulacionih kapaciteta analiziranih slivova, koji pokazuje da ma koliko slivovi bili hidrološki slični ne mogu se linearno skalirati prema odnosu svojih površina (Kolaković and Mandić, 2024).

Vrednost eksponencijalnog koeficijenta a se u hidrološkoj praksi određuje na osnovu karti sa izolinijama ovog koeficijenta ili iz tabela sa preporukama za širi region. Naravno da prethodno navedeni pristup ima svoje osnovanosti, ali se postavlja pitanje preciznosti tako

usvojene vrednosti koeficijenta a . U ovom radu vrednost koeficijenta a je određena na osnovu regionalne zavisnosti koja je formirana na osnovu podataka kontinualnih merenja proticaja sa navedene dve vodomerne stanice.

Za potrebe određivanja regionalne zavisnosti iz nizova podataka o merenim proticajima potrebno je formirati niz sinhronizovanih pikova. Pod terminom sinhronizovani pikovi podrazumevaju se poplavni talasi koji su se desili istovremeno ili u neposrednom vremenskom sledu na obe stanice, što znači da su generisani istim padavinama na čitavom slivu.

Kao kriterijum sinhronizovanosti osmotrenih pikova posmatrana je vremenska razlika Δt , koja predstavlja razliku između vremena pojave pika na uzvodnoj stanici i vremena pojave pika na nizvodnoj stanici, koja mora ne sme biti veća od dvostruke vrednosti razlike vremena koncentracije (T_k) za navedena dva sliva:

$$\Delta t \leq 2 * (T_k^{NVS} - T_k^{UVS}) \quad (2)$$

gde je: T_k^{NVS} – vreme koncentracije nizvodnog sliva, a T_k^{UVS} – vreme koncentracije uzvodnog sliva.

Za tako formirani niz sinhronizovanih pikova, za svaki par sinhronizovanih pikova određuje se vrednost koeficijenta a . Logaritmovanjem jednačine broj (1) dobija se sledeći izraz za određivanje koeficijenta a za svaki par sinhronizovanih pikova:

$$a = \frac{\ln(Q_n/Q_u)}{\ln(F_n/F_u)} \quad (3)$$

gde: Q_n i Q_u – predstavljaju vrednosti proticaja sinhronizovanih pikova na nizvodnoj i uzvodnoj stanici, respektivno, a F_n i F_u – predstavljaju vrednosti površine nizvodnog i uzvodnog sliva.

Prikazanom procedurom se za niz sinhronizovanih pikova formira niz vrednosti koeficijenata a . Za određivanje outlayer-a primenjen je Modified Z-score test, kojim se iz niza mogu odstraniti ekstremno visoke ili ekstremno niske vrednosti (Fiorillo and Leone, 2026; Palmquist et al., 2025). Na osnovu niza iz koga su odstranjeni outlayer-i, vrednost koeficijenta a se usvaja kao najzastupljenija vrednost niza, odnosno kao medijana niza.

Regionalana zavisnost koeficijenta a formira se kao linearna funkcija površine uzvodnog sliva F_u i vrednosti $a=1$, koja se usvaja kao takva jer se transformacija rezultata proračuna vrši sa uzvodnog sliva, i površine nizvodnog sliva F_n i vrednosti koeficijenta a , određenog kao medijana niza. Sa ovako formirane zavisnosti, za vrednost površine neizučenog sliva očitava se vrednost koeficijenta a , koja se primenjuje prilikom transformacije rezultata proračuna velikih voda sa profila uzvodnog izučenog sliva, na profil neizučenog sliva prema osnovnoj jednačini metode analog sliva (1).

STATISTIČKE METODE PRORAČUNA VELIKIH VODA

U okviru ovog istraživanja, za nizove podataka merenja proticaja na uzvodnoj vodomernoj stanici, vrednosti velikih voda, povratnih perioda $T_p=100, 50, 20$ i 10 godina, određene su

primenom tri statističke hidrološke metode: metod godišnjih maksimuma, teorijske funkcije verovatnoće pojave i metoda pikova. U nastavku će navedene hidrološke metode biti ukratko opisane.

Metod godišnjih maksimuma počiva na primeni empirijske funkcije raspodele verovatnoće pojave (Weibull-ova funkcija raspodele) na nizu godišnjih maksimuma (Kolaković et al., 2026). Za određivanje vrednosti velikih voda većih verovatnoća pojave vrši se ekstrapolacija funkcionalne zavisnosti empirijske raspodele verovatnoće.

Za izbor odgovarajuće teorijske funkcije raspodele verovatnoće pojave potrebno je primeniti neki od testova saglasnosti: Kolmogorov-Smirnov, Hi-kvadrat ili Anderson-Darling test, za proveru saglasnosti niza godišnjih maksimuma sa teorijskim funkcijama raspodele verovatnoće (Plavšić, 2019). Rezultat primene testova saglasnosti pokazaće koju teorijsku raspodelu je potrebno primeniti za određivanje vrednosti velikih voda zadatih povratnih perioda.

Metoda pikova se bazira na primeni modifikovane eksponencijane raspodele verovatnoće pojave koja se primenjuje na niz selektovanih pikova (Kolaković et al., 2023). Glavna specifičnost ove metode je u tome što ona ne pretpostavlja da se svake godine javlja samo jedna maksimalna vrednost protoka, odnosno pik, već da se u toku jedne kalendarske godine može javiti više pikova ili nijedan pik. Metoda definiše specijalne kriterijume na osnovu kojih se iz niza merenih vrednosti proticaja selektuju vrednosti koje predstavljaju pikove poplavnih talasa. Vrednosti velikih voda zadatih povratnih perioda se određuju primenom modifikovane eksponencijalne raspodele verovatnoće pojave na niz selektovanih pikova.

Rezultati primene prethodno navedenih metoda, za profil uzvodnog hidrološki izučenog sliva, se metodom analog sliva, sa vrednošću eksponencijalnog koeficijenta a sa regionalne zavisnosti, transformišu na vrednosti velikih voda za profil nizvodnog hidrološki neizučenog sliva.

PARAMETARSKA SCS METODA

Za razliku od prethodne tri statističke metode, koje rezultate proračuna vezuju za profil na kome su podaci izmereni, usled čega se i javlja potreba za primenom metode analog sliva za transformaciju rezultata sa profila izučenog na profil hidrološki neizučenog sliva, parametarska SCS metoda daje rezultate direktno za analizirani sliv, na osnovu ulaznih vrednosti padavina kratkog trajanja i hidroloških parametara sliva (Mandić et al., 2021). Kao takva, navedena metoda predstavlja idealnu metodu za validaciju rezultata primene metode analog sliva za transformaciju rezultata proračuna velikih voda sa profila uzvodnog, izučenog, sliva na profil nizvodnog, hidrološki neizučenog, sliva. Rezultati primene SCS metode za proračun velikih voda za profil nizvodnog, hidrološki neizučenog, sliva predstavljaju donju granicu vrednosti velikih voda, jer navedena metoda daje konzervativnije procene u odnosu na statističke metode.

MATERIJALI: ANALIZA RASPOLOŽIVIH PODATAKA

Sliv reke Jablanice do profila PPOV Medveđa karakteriše planinski reljef sa izraženim nagibima i naglim hidrološkim odzivom (Slika 1). Ovakvi tokovi su bujičnog karaktera,

gde pikovi poplavnih talasa traju kratko, često svega nekoliko sati, što zahteva korišćenje časovnih (vršnih) proticaja umesto srednjih dnevnih vrednosti.



Slika 1. Lokacija planiranog PPOV za naselje Medveđa
Figure 1. Location of the Planned WWTP in Medveđa

Za potrebe istraživanja analizirani su podaci dobijeni od Republičkog hidrometeorološkog zavoda (RHMZ):

- Nizovi godišnjih maksimuma proticaja na v.s. Sijarinska Banja i v.s. Pečenjevce.
- Podaci o kišama jakog intenziteta (HTP i ITP krive) za stanice Leskovac, Vranje i Priština.

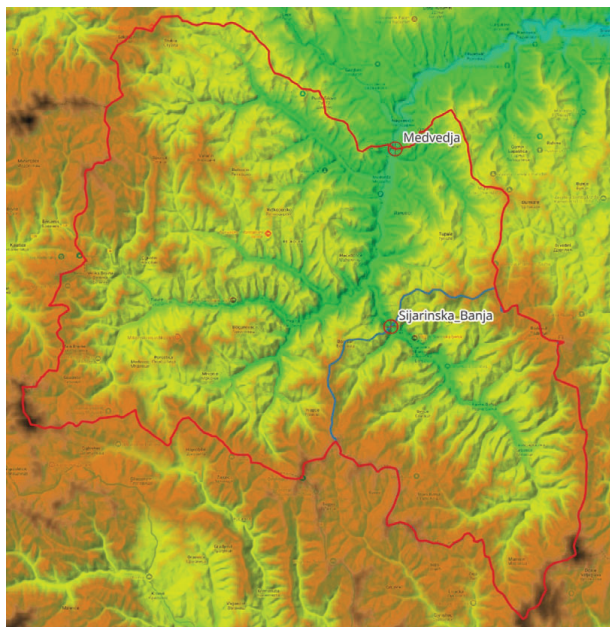
REZULTATI I DISKUSIJA

Na osnovu digitalnog modela terena (DMT) određene su granica slivova za dva profila vodomernih stanica i profil ispusta PPOV Medveđa. Poređenjem hidroloških parametara navedenih slivova utvrđeno je da su slivovi vodomerne stanice Sijarinska Banja i profila PPOV Medveđa hidrološki slični slivovi. Na osnovu navedenog zaključka za određivanje vrednosti velikih voda za PPOV Medveđa, kao analog sliv korišćen je sliv vodomerne stanice Sijarinska Banja (Slika 2).

Zadovoljenjem uslova hidrološke sličnosti dva sliva omogućena je primena metode analog sliva kojom će se rezultati proračuna velikih voda sa profila v.s. Sijarinska Banja transformisati za profil PPOV Medveđa. Metoda analog sliva pored poznatih vrednosti površina dva sliva zahteva i određivanje eksponencijalnog koeficijenta a , koji se određuje na osnovu formirane regionalne zavisnosti.

Iz višedecenijskih nizova podataka za v.s. Sijarinska Banja i v.s. Pečenjevce formiran je niz sinhronizovanih pikova, prema kriterijumu sinhromizovanosti koji je dat jednačinom (2).

Niz sinhronizovanih pikova je grafički prikazan po godinama pojave na Slici 3. Na osnovu parova sinhronizovanih pikova, primenom jednačine (3) formiran je niz vrednosti koeficijenta a , gde svakom paru sinhronizovanih podataka odgovara jedna vrednost koeficijenta a .

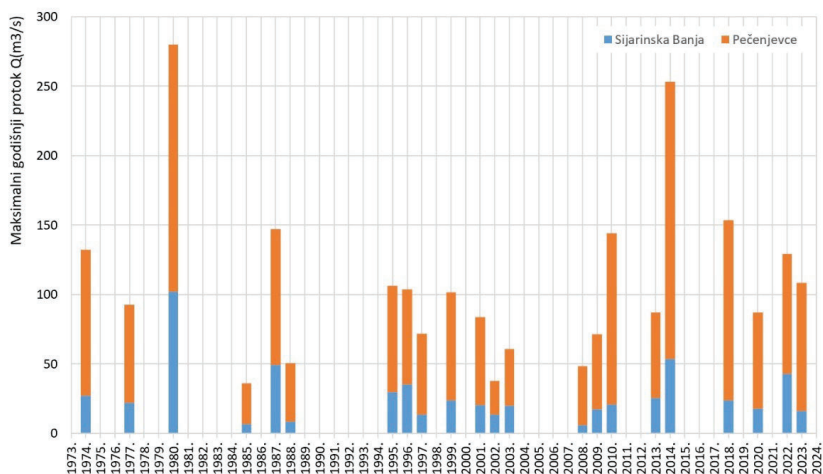


Slika 2. Hidrološki slični slivovi: Sijarinska Banja i PPOV Medveđa

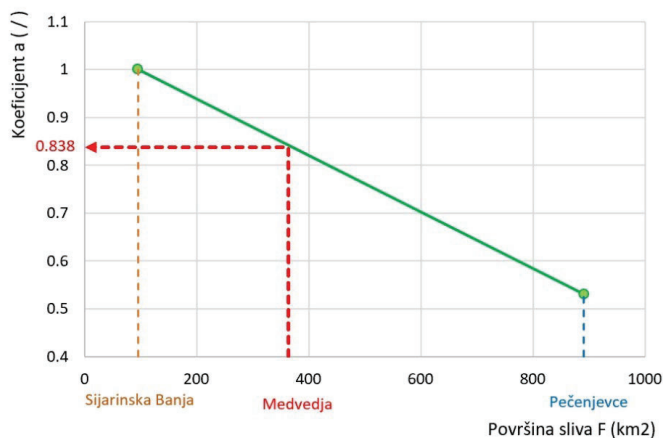
Figure 2. Hydrologically Analogous Catchments: Sijarinska Banja and the Medveđa WWTP

Iz niza vrednosti koeficijenta a odstranjeni su outlier-i primenom Modified Z-score test-a za seletovanje outlier podataka. Kao medijan vrednost tako formiranog niza usvojena je vrednost koeficijenta $a = 0,530$ za transformaciju pikova sa v.s. Sijarinska Banja na pikove sa v.s. Pečenjevce. Regionalna zavisnost koeficijenta a formirana je kao zavisnost između površine sliva za v.s. Sijarinska Banja od $F = 95 \text{ km}^2$ i vrednost koeficijenta $a = 1$ i površine sliva v.s. Pečenjevce od $F = 891 \text{ km}^2$ i usvojenu vrednost koeficijenta $a = 0,530$. Sa dijagrama regionalne zavisnosti (Slika 4), za vrednost površine sliva PPOV Medveđa od $F = 363 \text{ km}^2$ određena je vrednost $a = 0,838$, kao vrednost eksponencijalnog koeficijenta metode analog sliva za transformaciju vrednosti velikih voda sa v.s. Sijarinska Banja na vrednosti reprezentativne za profil PPOV Medveđa.

Za određene sve parametre metode analog sliva, izvršen je prvo proračun verednosti velikih voda primenom: metode godišnjih maksimuma, teorijskom raspodelom ptipa log-Pearson 3 (koja je tesovima saglasnosti određena kao optimalna) i metodom pikova, a zatim su rezultati primenjenih metoda transformisani za profi PPOV Medveđa. Kao metoda za validaciju rezultata primenjena je parametarska SCS metoda kojom su određene vrednosti velikih voda direktno za sliv sa izlaznim profilom PPOV Medveđa. Uporedni prikaz rezultata dat je u Tabeli 1.



Slika 3. Niz sinhronizovanih pikova: v.s. Sijarinska Banja i v.s. Pečenjevce
Figure 3. Series of Synchronized Flood Peaks: Sijarinska Banja and Pečenjevce Gauging Stations



Slika 4. Regionalna zavisnost koeficijenta a za reku Jablanicu
Figure 4. Regional Relationship of Coefficient a for the Jablanica River

Tabela 1. Uporedni rezultati proračuna velikih voda za PPOV Medveđa
Table 1. Comparison of Flood Flow Estimates for the Medveđa WWTP

Metoda:	Povratni period T_p (god.)			
	100 god.	50 god.	20 god.	10 god.
Godišnjih maksimuma	344.7	293.9	226.7	175.8
log-Pearson 3	330.4	276.0	208.2	160.4
Metoda pikova	300.9	251.7	186.8	137.6
SCS metoda	297.1	229.6	152.1	105.1

Iz prikazanih rezultata u Tabeli 1 može se zaključiti da sve statističke metode proračuna velikih voda posle primene transformacije rezultata metodom analog sliva daje rezultate čije su vrednosti veće od vrednosti dobijenih primenom parametarske metode SCS. Ovim je zadovoljena pretpostavka da validaciona SCS metoda daje konzervativnije rezultate u odnosu na statističke metode i da se njeni rezultati mogu smatrati donjim graničnim vrednostima. Nadalje, najveće vrednosti velikih voda daje metoda godišnjih maksimuma, ali se takvi rezultati mogu tumačiti i u svetlu primene empirijske raspodele verovatnoće, koja daje pouzdane rezultate za vremenski opseg merenja. Obzirom da je period merenja manji od sto godina, ovako velike rezultate metode godišnjih maksimuma treba shvatiti kao posledicu ekstrapolacije vrednosti empirijske raspodele. Metoda pikova i metoda log-Pearson 3 daju slične vrednosti rezultata, gde su vrednosti teorijske funkcije raspodele ipak na strani sigurnosti.

ZAKLJUČAK

Sprovedena analiza, primene metode analog sliva sa fokusom na metodologiju određivanja eksponencijalnog koeficijenta, na osnovu regionalne zavisnosti, pomoću podataka sa dve vodomerne stanice na slivu, pokazuje na primeru profila PPOV Medveđa na reci Jablanici, da je moguće primeniti metod analog sliva za transformaciju rezultata proračuna velikih voda, primenom statističkih hidroloških metoda, na profil hidrološki neizučenog sliva.

Zahvalnica

Ovaj rad je rezultat istraživanja finansiranog od strane Ministarstva nauke, tehnološkog razvoja i inovacija Republike Srbije, broj granta: 451-03-137/2025-03/200108, kao i CEEPUS projekta “Building Knowledge and Experience Exchange in CFD - RS-1012-10-2425”.

LITERATURA:

- Fiorillo, F., Leone, G., 2026. Magnitude of hydrological events and extremes using the Z value. *Clim. Risk Manag.* 52, 100811. <https://doi.org/10.1016/j.crm.2026.100811>
- Jovanović, S., Radić, Z., 1990. Parametarska Hidrologija–poslediplomaska nastava, University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering.
- Kolaković, S., Mandić, V., 2024. Odbrana od poplava, 1st ed. Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad.
- Kolaković, Slobodan, Mandić, V., Kolaković, Srđan, 2026. Modelling of Ice-Jam Floods in the Lower Part of the Danube Basin: Case Studies During the Winters of 2011/2012 and 2016/2017. *Tehnicki vjesnik - Technical Gazette* 33, 49–59. <https://doi.org/10.17559/TV-20250419002608>
- Kolaković, Slobodan, Mandić, V., Stojković, M., Jeftenić, G., Stipić, D., Kolaković, Srđan, 2023. Estimation of Large River Design Floods Using the Peaks-Over-Threshold (POT) Method. *Sustainability* 15, 5573. <https://doi.org/10.3390/su15065573>
- Mandić, V., Šešlija, M., Kolaković, Slobodan, Kolaković, Srđan, Jeftenić, G., Trajković, S., 2021. Mountain Road-Culvert Maintenance Algorithm. *Water (Basel)*. 13, 471. <https://doi.org/10.3390/w13040471>
- Palmquist, E.C., Deemer, B.R., Metcalfe, A.N., Kennedy, T.A., Bair, L.S., Fairley, H.C., Grams, P.E., Sankey, J.B., Yackulic, C.B., 2025. eZ flow metrics: Using z-scores to estimate deviations from natural flow in the Colorado River below Glen Canyon Dam. *River Res. Appl.* 41, 252–267. <https://doi.org/10.1002/rra.4360>
- Plavšić, J., 2019. Inženjerska hidrologija. Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Beograd.